信号、系统
与控制基础教程

潘仲明　编著

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

信号、系统与控制基础教程

Xinhao Xitong yu Kongzhi Jichu Jiaocheng

潘仲明　编著

高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容简介

本书详尽介绍了信号、系统与反馈控制理论的基础知识，主要内容包括：信号的傅里叶分析和采样定理，线性定常连续时间系统与离散时间系统的输入一输出模型，线性系统的稳定性概念，线性系统的时域、频域分析方法，模拟滤波器和数字滤波器的设计与实现，反馈控制原理与反馈控制系统的经典校正方法，线性系统的状态空间分析法与反馈控制系统的状态空间综合法等。全书选材精当，基本概念表述清晰、讲解透彻，公式推导过程严谨，例题切合工程实际，MATLAB 算法程序简明易懂，符合工科学生的思维习惯和认识规律。

本书适合作为高等学校仪器仪表、机械工程、电气工程和自动化技术等专业的高年级本科生教材，也可供从事信号处理与控制理论研究的科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号、系统与控制基础教程 / 潘仲明编著. --北京：高等教育出版社，2012.7
ISBN 978-7-04-034583-4

Ⅰ.①信… Ⅱ.①潘… Ⅲ.①信号系统-高等学校-教材②自动控制理论-高等学校-教材 Ⅳ.①TN911.6②TP13

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第108024号

策划编辑 欧阳舟　责任编辑 欧阳舟　封面设计 于文燕　版式设计 杜微言
插图绘制 尹 莉　责任校对 李大鹏　责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街4号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	国防工业出版社印刷厂	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×1092mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	26.25	版　　次	2012年7月第1版
字　　数	640千字	印　　次	2012年7月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	40.70元

物 料 号　34583-00

前言

迄今为止，除了高等学校理科专业之外，几乎所有的工科专业都相继开设了“信号与系统”(包括离散时间信号处理)和“自动控制理论”(包括采样控制系统)这两门技术理论课程。教育部业已将这两门课程同时列为自动化、电气工程、仪器仪表和电子信息工程等专业的主干课程。

作为一种普遍适用的方法论，“信息论”、“系统论”和“控制论”已经在工程学、制造学、物理学、生物化学乃至社会经济学等科学技术领域中得到了广泛而卓有成效的应用，而“信号与系统”和“自动控制理论”这两门课程恰恰是这“三大论”中最基本、最基础的理论知识。然而，由于这两门课程的历史成因，或由于一些专业只开设其中一门课程，是以这两门密切相关的技术理论课程一直处于分立的状态。对于需要同时开设这两门课程的学科专业而言，不但导致了授课内容重复、整体课时偏大，而且也不利于读者建立完整的知识体系。比较国内、外现行的“信号与系统”和“自动控制理论”的各种版本教材，不难看出“信号与系统”的基本内容——连续时间傅里叶变换、离散时间傅里叶变换、拉普拉斯(Laplace)变换、z 变换、线性系统输入一输出模型和状态空间模型、线性系统分析和劳斯稳定判据、模拟滤波器和数字滤波器的设计与实现，不但构成了独立的知识体系，而且也是学习和研究“自动控制理论”不可或缺的理论基础。为此，作者以“信号与系统”和“自动控制理论”的基本概念和数学分析方法为主线，首先介绍“信号与系统”的基本研究内容，然后介绍反馈控制原理和反馈控制系统的校正方法，以及线性系统分析与反馈控制系统设计的状态空间法，从而把这两大部分内容有序地融为一体，形成新的理论知识体系——《信号、系统与控制基础教程》。这样，既突显了本课程由浅入深的层次性，又避免了将“信号与系统”的普遍问题与“反馈控制系统”的特殊问题交错重叠而导致的唐突和不和谐感。

全书共分为 9 章(建议讲授 80 学时，实验 10 学时，共计 90 学时)。第 1 章介绍“信号、系统与控制”的概念体系，这部分内容可视为本书的基本框架。第 2 章、第 3 章着重介绍连续时间信号和离散时间信号的傅里叶分析方法及其应用实例；主要数学工具包括：矢量空间、傅里叶级数、连续时间傅里叶变换、采样定理和离散时间傅里叶变换，以及傅里叶变换的数值算法。第 4 章详尽介绍单输入一单输出线性系统的传递函数(含脉冲传递函数)及其框图表示方法，列举一些机械、电气、流体和热力学系统的建模实例；主要数学工具包括：拉普拉斯变换、z 变换、梅森公式和泰勒级数；并强调指出，拉普拉斯变换与连续时间傅里叶变换、z 变换与离散时间傅里叶变换的对应关系，这种对应关系为线性系统频域分析提供了理论依据。第 5 章重点介绍线性定常系统的劳斯(Routh)稳定判据、线性定常系统的时间响应特性和频率响应特性、高阶系统的主导极点和最小相位系统等基本概念，以及奈奎斯特(Nyquist)图和伯德(Bode)图的绘制方法。第 6 章详细介绍滤波器的基本概念和设计方法，简要介绍模拟滤波器的数字化及其实现方法。此外，在第 9 章的前半部分，扼要介绍线性系统的状态空间分析法。上述内容构成了“信号与系统”的基本理论，同时也是学习“自动控制理论”的基础知识。

第 7 章重点介绍自动控制理论的基本内涵——反馈控制原理，主要内容包括：反馈控制系统的基本概念、典型框图模型、稳态响应误差、根轨迹分析法、奈奎斯特稳定判据和反馈控制系统的

相对稳定性。第8章详细介绍反馈控制系统的各种性能指标及其局限性，反馈控制系统的串联校正、反馈校正和复合校正的基本结构，基于伯德图的串联校正环节图解设计法和解析设计法，基于根轨迹的比例-积分-微分(PID)控制器图解设计法；简要介绍模拟控制器的数字化方法、反馈控制系统实时采样周期的经验确定法、具有最少拍响应系统的设计与实现方法。第9章概要介绍线性系统的状态空间分析法与反馈控制系统的状态空间综合法，主要内容包括：线性系统的状态空间模型、传递矩阵、状态转移方程、李亚普诺夫稳定性、可控性和可观测性等基本概念，以及状态变量反馈控制系统和全维状态观测器的极点配置法。这部分内容既是"自动控制理论"的基本知识，又是学习"最优控制"和"自适应控制"的理论基础。

在此，对写作本书的基本思路做进一步的解释可能是有益的。"信号、系统与控制基础教程"不仅是大学理工科专业的技术理论课程，同时也是研究实际(或虚拟)系统的一种普适的方法论。本书的基本数学工具，例如，信号分析专题中的连续时间傅里叶变换和离散时间傅里叶变换、系统分析专题中的拉普拉斯变换和z变换，都是源于信号的傅里叶级数表示方法，该表示方法与矢量分解的概念没有本质上的区别。了解这些基本数学工具所蕴含的物理意义，对于理解和掌握"信号、系统与控制基础教程"的核心内容是十分必要的。即便是学习"自动控制理论"，透彻理解和切实掌握信号的傅里叶分析方法仍然是必要的，这是因为在反馈控制系统中，信号是反映系统内、外部状态的现象，而不是独立的客观实在，在许多情况下，我们正是通过分析信号的频域特征来研究反馈控制系统的特性。反之，了解反馈控制系统的基本原理，对于加深理解"信号与系统"的基本概念、分析方法及其应用范围，同样是有帮助的，这是因为在自然界和工程系统中"反馈"是一种普遍存在的现象。尽管如此，本书仍然可以分为独立的两个部分：其一，第1章(不包含控制部分)至第6章和第9章(不包括反馈控制系统的状态空间设计)可作为"信号与系统"的参考教材(讲授48学时、实验6学时、共计54学时)；其二，本书的第1、4、5、7、8、9章可作为"自动控制理论"的参考教材(讲授48学时、实验6学时、共计54学时)。

此外，在一些"信号与系统"教科书中，似乎存在着这样的一种倾向：不是强调信号与系统的物理概念，而是沿着十分繁琐但终究徒劳无益的数学方向来引导读者。许多例题(尤其是各种函数的数学变换、信号流图或系统方框图的简化与实现、数字滤波器的结构图)完全与工程实际脱节，甚至退化为一种纯粹的数学游戏；还有一些教科书把研究离散时间信号和离散时间系统的数学基础——离散时间傅里叶变换(DTFT)当做选修内容，而把DTFT的数字算法——离散傅里叶变换(DFT)当做独立的数学变换，因而不得不删去离散时间系统的频率响应分析这一重要内容。而在为数不少的"自动控制原理"教科书中，不仅收录了那些在工程上几乎不用的理论方法，而且还列举了大量覆盖面相当广泛的控制系统分析与设计实例——把"自动控制理论"这一技术理论课程当做专业技术课程来讲解，这不仅无助于导向工程应用(或称为理论联系实际)，反而会因为初学者尚不具备这些专业技术背景而使其无从思考。这也正是此类教科书显得尤其厚、耗费课时特别多的根本原因。为此，本书的目录和内容不完全仿效现行同类教科书的"传统"表达体系，而是以"信号、系统与控制"的基本概念和数学工具为主线，阐述本课程的核心内容和实用的理论方法，并致力于从具有普遍意义的典型工程实例中，抽象和凝练出简洁的数学模型和科学研究问题，深入而透彻地讲解信号、系统与控制的基本概念；并列举了大量的基于MATLAB软件工具的系统分析与设计实例。尽管在本书的编写过程中，作者始终贯彻删繁就简、突出物理概念的理念，并精心选择典型而又不失一般性的例题来讲解信号、系统与控制的基本议题，然而，由

于实际系统的复杂性和可能存在的模糊性，以及数学模型的抽象性和简化性，因而任何理论上十分明确而具体的数学问题的答案，对于任何工程问题的实际“解决”，毕竟只能起“导向”的作用。这种理论与实践之间存在的差异，的确不可能通过一本教科书完全清晰地表述出来，这也说明了为什么绝无可能用一本国家规划教材或多媒体精品课程来代替好的教师。一般而言，那些从事过与本课程内容相关的科学研究和技术开发的教科书作者是最有启发性的，他们能够向初学者讲明本课程的实质性问题和难点，更重要的是用他们自己的学习方法，将本课程的主要内容和研究方法传授给读者。正如国外学者(Dijkstra)所指出的，一门科学的学科不是“知识碎片的奇异堆积和技能的同样奇异堆积”，而是“这些技能必须能够深化知识，同时这个知识又必须能够改进技能”。因此，为了真正理解一门学科，人们总要通过自己的基础和其他知识，对相关教科书的内容进行个人的选择和再综合。作者的希望在于，本教程能够通过教师课堂讲授或初学者自学这样的教育经历，为初学者提供关于“信号、系统与控制”的基础知识和实用的理论方法，使初学者能够在尽可能短的时间内，熟练掌握并应用这些理论方法来解决实际问题的技能。

在本书的出版过程中，南京理工大学的吴晓蓓教授对本书提出了许多中肯的意见；国防科技大学的王跃科教授、张玘教授、杨俊教授、周永彬副教授、杨建伟副教授、乔纯捷副教授和教务参谋赵东明工程师在本课程的建设过程中给予了积极支持和帮助，这对于本书的形成都是极为有益的。借此，一并向各位老师表示崇高敬意和衷心感谢！

由于作者的水平有限，本书的选材和文字难免存在不当和疏漏之处，敬请读者不吝批评指正。

潘仲明

2012 年 1 月

于国防科技大学

目录

第1章 信号、系统与控制的基本概念

在本章中，将简要地介绍信号、系统与控制的概念体系。从中可见，将这两门经典的课程——“信号与系统”和“自动控制原理”合并为新的知识体系——信号、系统与控制基础教程，是很自然的事。为了使读者能够更容易理解本书的主要内容，提供这样一个知识体系框架是必要的。

1.1 信号

从广义上说，信号(Signal)是信息(Information)的载体；而信息则是指可以被理解和表达的事态、物态、生态和心态。例如，烽火台升起的狼烟，就是一种信号；而事先约定该信号的含义——外敌入侵，则是信息；又例如，在日常生活中，声波、光波和电波是信号，而波形、幅值和频率所代表的具体含义则是信息；再例如，股票指数变化的趋势图是一种信号，它隐含了当前国内外社会经济的变化趋势(信息)。在通信和计算机应用技术领域中，信息是指具有特定含义的数据集合(数码)，而信号则是指用于表示和传递这些数码的随时间而变化的电波或光波。从这种意义上说，信号是实际过程的外在形式(现象，Phenomena)，而信息则是指实际过程的内在含义(知识，Knowledge)。

在自然界和工程技术领域中，主要存在机械、热、磁、电、化学和辐射(包括光学在内的微粒辐射和电磁辐射)六种类型的量。在一定的观测点或条件下，随着时间的变化，这些量值都有一定的变化轨迹。如果把时间作为横坐标、各种量值作为纵坐标，便可以得到一种变化的波形，这就是我们所说的实值信号。各种不同形式的信号，不同程度地反映了观测点的时变特征。当今科学技术的进步，使得几乎所有的物理量、乃至一些化学量和生物量，都可以通过换能器将它们转换为便于利用的电信号。因此，在信号与系统领域中，主要是处理由传感器(Sensor)或检测器(Detector)输出的电信号。

在本书中，把时间的函数、方框图和加法器及其所构成的系统的输入、输出，统称为信号，而不考虑这些信号究竟代表着何种含义。信号的变换、过滤、传输、存储和显示等一系列操作，统称为“信号处理”(Signal Processing)。信号处理的目的在于：其一，使处理后的信号能满足后续利用的要求；其二，提取“信号的特征”，以便于利用人的智慧、经验和专业知识来解释其物理意义。从对信号进行处理以便于直观理解信号的具体含义的角度来看，“信息”和“知识”这两个术语的内涵是一致的。

1.1.1 信号的大小

在工程技术领域中，信号是具有能量的实体，而信息是没有能量的。任一实体的大小(或强度)均可用一个数值来表示。在本书中，所研究的信号是随时间而变化的波形，因此，信号的大小(Signal Size)既与信号的幅值又与信号的持续时间有关，正如在计算圆柱体的体积时，不仅要考虑它的直径也要考虑它的高度。

1. 信号的能量

按照前面讨论，采用信号 $f(t)$ 与时间轴 t 所包围的面积，即 $f(t)$ 下方的面积，作为信号大小的度量似乎是可行的，这是因为它同时考虑了信号 $f(t)$ 的幅值及其持续时间。但这种度量方法可能存在正、负面积的相互抵消的情况，因而无法衡量实际信号的大小。为了克服这一不足之处，可把信号 $f(t)$ 的大小定义为其功率 $|f(t)|^2$ 下方的面积，并称之为信号的能量(Energy)，记为 E_f。

定义：信号 $f(t)$ 的能量规定为

$$E_f = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 \mathrm{d}t \tag{1.1.1}$$

如果 $f(t)$ 是实信号(以下简称信号)，则有

$$E_f = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) \mathrm{d}t \tag{1.1.2}$$

关于信号的大小，还可以采用其他度量方法，如 $|f(t)|$ 下方的面积。不过，按上述定义来衡量信号的大小，不仅在数学上易于处理，而且具有明确的物理意义。

2. 信号的功率

作为信号大小的度量，信号的能量必须是有限值才有意义。显然，信号的能量是有限值的必要条件是：当 $|t|\to\infty$ 时，$f(t)\to 0$，如图 1-1(a)所示。否则，式(1.1.1)定义的积分是不收敛的。

在某些场合下，如图 1-1(b)所示，当 $|t|\to\infty$ 时，$f(t)\neq 0$，这时信号的能量为无穷大。尽管如此，倘若信号能量的时间平均存在，即信号的功率(Power)是有限值，那么用功率来度量信号的大小就显得更有实用价值。

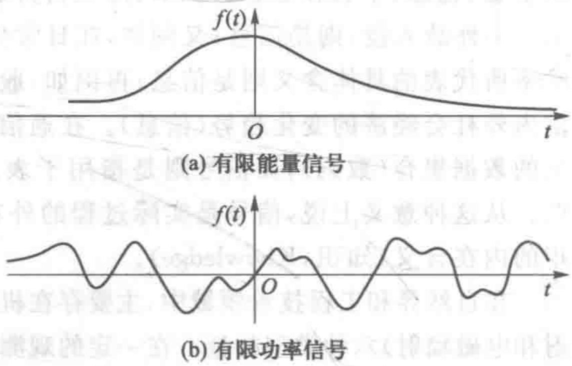


图 1-1　信号示例

定义：信号 $f(t)$ 的功率规定为

$$P_f = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 \mathrm{d}t \tag{1.1.3}$$

进一步地，若 $f(t)$ 是实信号，则有

$$P_f = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) \mathrm{d}t \tag{1.1.4}$$

注意到信号的功率 P_f 是信号幅值平方的时间平均，即 $f(t)$ 的均方值。实际上，P_f 的平方根正是我们熟知的 $f(t)$ 的均方根(Root Mean Square，RMS)。

如果一个实体是周期性(Periodic)的或具有统计规则性(Statistical Regularity)的，则当时间趋于无穷大时实体的平均是有限值。倘若不满足这个条件，那么，当时间趋于无穷大时实体的平均就不存在。比如，当 $|t|\to\infty$ 时，斜坡信号 $f(t)=t$ 趋于无穷大，其能量和功率也都趋于无穷大。

3. 注释

因为实际信号的能量是由信号本身及其负载决定的，所以式(1.1.1)和式(1.1.2)定义的信号能量并不是实际信号的能量。然而，式(1.1.1)和式(1.1.2)可以解释为电压 $f(t)$ 施加在 1 Ω

标准电阻的两端时所消耗的能量，或者说，电流 $f(t)$ 通过 $1\,\Omega$ 标准电阻时所消耗的能量。由此可见，前面定义的能量表示信号能容(Energy Capability)而并非实际能量。因此，能量守恒的概念不能应用于上述定义的“信号能量”。该结论同样适用于信号功率的定义[式(1.1.3)和式(1.1.4)]。但是，作为衡量信号大小的度量，这些定义却是非常有用的。例如，希望利用一个信号 $g(t)$ 来逼近另一个信号 $f(t)$，其误差为 $e(t)=f(t)-g(t)$，而误差 $e(t)$ 的能量(或功率)是评价这两个信号逼近度的最常用的指标。又如，在测量系统中，传感器的输出信号往往被噪声“污染”，因而往往以信号功率与噪声功率的比值(即信噪比)来评估该传感器输出信号的质量。

【例 1-1】 试确定图 1-2 所示的两个信号的大小。

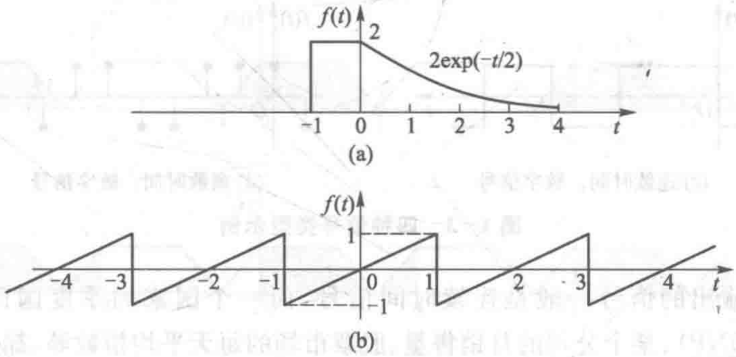


图 1-2 信号的波形

解：在图 1-2(a)中，当 $|t|\to\infty$ 时，信号 $f(t)\to 0$。因而，用信号 $f(t)$ 的能量

$$E_f=\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,\mathrm{d}t=\int_{-1}^{0} 4\,\mathrm{d}t+\int_{0}^{4} 4\mathrm{e}^{-t}\,\mathrm{d}t=8$$

作为度量该信号的大小是合适的。

在图 1-2(b)中，尽管当 $|t|\to\infty$ 时，信号 $f(t)\neq 0$，但因 $f(t)$ 是周期为 $T=2$ 个时间单位的信号，故其功率是存在的。由式(1.1.4)可得

$$P_f=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1} t^2\,\mathrm{d}t=\frac{1}{3}$$

于是，该信号的均方根(交变信号的有效值)为 $1/\sqrt{3}$。

1.1.2 信号的分类

信号的种类繁多，且有不同的分类方法。在此仅介绍以下几种类型：

(1) 连续时间信号与离散时间信号；

(2) 模拟信号与数字信号；

(3) 周期信号与非周期信号；

(4) 因果信号与非因果信号；

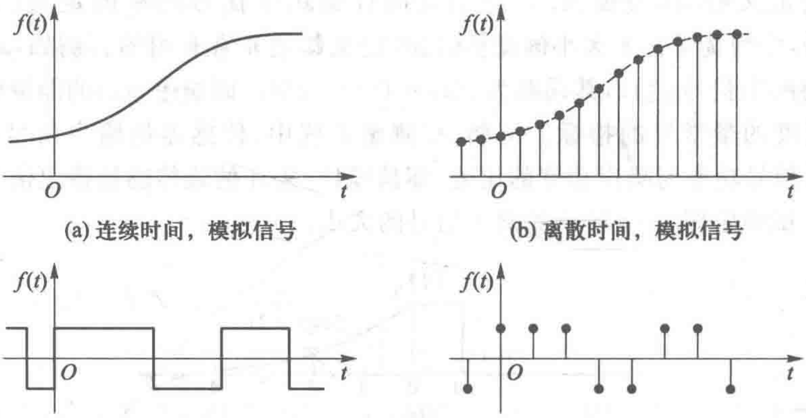
(5) 能量信号与功率信号；

(6) 确定性信号与随机信号。

1. 连续时间信号与离散时间信号

定义：在持续时间内的任意时刻 t 都有确定值的信号，称为连续时间信号(Continuous-time

Signal)，如图 1－3(a)所示；而离散时间信号(Discrete-time Signal)则是指在一系列离散时刻(t_1，t_2，…)才有定义的信号，如图 1－3(b)所示。



(a) 连续时间，模拟信号　(b) 离散时间，模拟信号

(c) 连续时间，数字信号　(d) 离散时间，数字信号

图 1－3　四种信号类型示例

例如，传感器输出的信号一般是连续时间信号，而一个国家的季度国民生产总值(Gross National Product，GNP)、某个公司的月销售量、股票市场的每天平均指数等，都是离散时间信号。

2. 模拟信号与数字信号

连续时间和模拟时间信号是两个不同的概念，二者最容易发生概念混淆；而离散时间和数字时间信号的概念则是相似的。

定义：如果一个信号的幅值在某一连续范围内可取任意值，则称为模拟信号(Analog Signal)；如果信号幅值的大小只能取有限个数值，则称为数字信号(Digital Signal)。

例如，模拟信号的幅值可取无穷多个数值；而适合于应用数字计算机进行处理的二进制信号(有限个数值)，则是一种典型的数字信号。

应当指出，术语连续时间和离散时间是描述信号的时间特性(横坐标)；而术语模拟和数字则是描述信号的幅值特性(纵坐标)。图 1－3 给出了四种类型信号的实例。显然，模拟信号可以是离散时间信号，如图 1－3(b)所示；同样，数字信号也可以是连续时间信号，如图 1－3(c)所示。在工程上，一般用模拟－数字(A/D)转换器对模拟信号进行量化处理，使之转化为数字信号；反之，可用数字－模拟(D/A)转换器将数字信号转化为模拟信号。

3. 周期信号与非周期信号

定义：对于任意的正实数 T 和 $-\infty<t<\infty$，如果满足

$$f(t)=f(t+T) \tag{1.1.5}$$

则称 $f(t)$为周期等于 T 的周期信号(Periodic Signal)。如果一个信号不具有周期性，则称该信号为非周期信号(Aperiodic Signal)。

使式(1.1.5)成立的最小 T 值，称为 $f(t)$的基本周期，简称为周期。例如，图 1－2(b)所示的信号就是周期信号，其周期为 $T=2$ 个时间单位。根据定义，一个周期信号 $f(t)$在时间轴上移动一个周期 T，信号保持不变。显然，周期信号 $f(t)$必定起始于 $t=-\infty$。如若不然，假设 $f(t)$的起始点为 $t=0$，则时移信号 $f(t+T)$的起始点为 $t=-T$，故有 $f(t+T)\neq f(t)$，即式(1.1.5)不成

立。由此可见，一个严格定义的周期信号的起始点必为 $t=-\infty$，且每隔一个周期 T 重复出现一次，直至 $t\to\infty$，即 $f(t+nT)=f(t)(n=\pm1,\pm2,\cdots,\pm\infty)$，这表明周期信号充满了整个时间轴。

周期信号 $f(t)$ 的另一个重要特性是，可对任意持续时间为 T 的信号段 $f(t)$ 进行周期延拓(Repeats Periodically)来产生周期为 T 的信号。现以图 1-4 所示的信号来说明：在图 1-4(a)中，阴影部分表示起始于 $t=-1$，持续时间为 $T=4$ s 的信号段 $f(t)$。在时间轴的两个方向上，复制并搬移该信号段使之首尾相接，即可产生周期 $T=4$ s 的信号。在图 1-4(b)中，阴影部分表示起始于 $t=0$，持续时间为一个周期 ($T=4$ s) 的另一个信号段 $f(t)$。同样，该信号段经过周期延拓后，可得到一个周期 $T=4$ s 的信号。

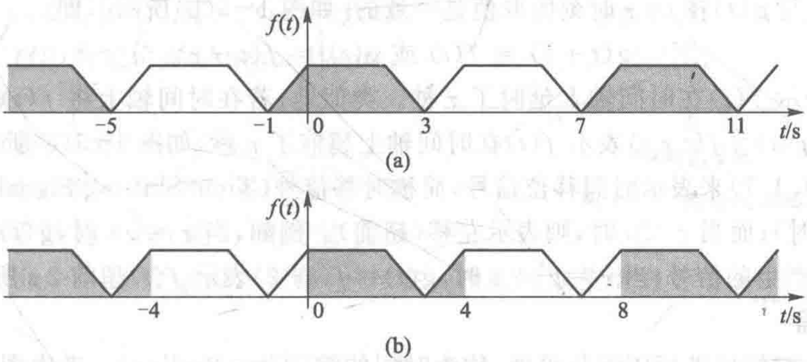


图 1-4　对持续时间为一个周期的信号段进行周期延拓

4. **因果信号与非因果信号**

定义：如果信号 $f(t)$ 满足条件

$$f(t)=0 \quad (t<0) \tag{1.1.6}$$

则称 $f(t)$ 为因果信号(Causal Signal)。反之，如果信号 $f(t)$ 的起始点先于 $t=0$，则称 $f(t)$ 为非因果信号(Noncausal Signal)。

例如，图 1-4(a)所示的信号($-1\leqslant t\leqslant3$)就是一种非因果信号；反之，图 1-4(b)所示的信号($0\leqslant t\leqslant4$)则是因果信号。注意到，在时间轴两端持续时间无限长的信号是非因果信号，不过，非因果信号的持续时间不一定都是无限长的。此外，当 $t\geqslant0$ 时，总有 $f(t)=0$，则称 $f(t)$ 为反因果信号(Anticausal Signal)。

5. **能量信号与功率信号**

定义：当一个信号的能量为有限值时，称该信号为能量信号(Energy Signal)；而当一个信号的功率具有非零和有限的功率时，则称该信号为功率信号(Power Signal)。

例如，图 1-2(a)和图 1-2(b)分别是能量信号和功率信号。因为功率是在无限长时段上的能量平均，所以能量信号的功率趋近于零，但功率信号却具有无限大的能量。这意味着，一个信号不可能同时是能量信号和功率信号。不过，一个信号可以既不是能量信号，又不是功率信号，例如斜坡信号就是这种信号。在工程上，不可能实现真正意义上的功率信号，这是因为它不仅要求信号的能量是无限的，而且还要求信号的持续时间是无限长的。

注意，尽管周期信号的功率是有限的，但这并不表示任意功率信号都是周期信号。

6. **确定性信号与随机信号**

定义：如果一个信号的物理特性是完全已知的，不论是数学描述还是波形形式，则称该信号

为确定性信号(Deterministic Signal);反之,则称该信号为随机信号(Random Signal)。

本书主要研究确定性信号,基本上不涉及随机信号方面的内容。

1.1.3 信号的基本处理方法

在此,仅介绍三种最基本的信号处理方法:时间移位(Time Shifting)、时间伸缩(Time Scaling)和时间反转(Time Reversal)。

1. 时间移位

考虑图 1-5(a)所示的信号 $f(t)$。若在时间轴上将 $f(t)$ 右移 τ 秒,并用 $g(t)$ 来表示,则 $f(t)$ 在 t 时刻的取值与 $g(t)$ 在 $t+\tau$ 时刻的取值是一致的[如图 1-5(b)所示],即

$$g(t+\tau)=f(t) \text{ 或 } g(t)=f(t-\tau) \tag{1.1.7}$$

式中,$f(t-\tau)$ 表示 $f(t)$ 在时间轴上延时了 τ 秒。类似地,若在时间轴上将 $f(t)$ 左移 τ 秒,且用 $g(t)$ 来表示,则 $g(t)=f(t+\tau)$ 表示 $f(t)$ 在时间轴上超前了 τ 秒,如图 1-5(c)所示。

通常用式(1.1.7)来表示时间移位信号,简称时移信号(Time Shifting Signal)。当 $\tau>0$ 时,则表示右移(延时);而当 $\tau<0$ 时,则表示左移(超前)。例如,当 $\tau=2$ s 时,$g(t)=f(t-2)$ 表示 $f(t)$ 延时 2 s 所产生的信号;当 $\tau=-2$ s 时,$g(t)=f(t+2)$ 表示 $f(t)$ 超前 2 s 所产生的信号。

2. 时间伸缩

在时间轴上对信号进行压缩与扩展,称为时间伸缩(Time Scaling)。考虑图 1-6(a)所示的信号 $f(t)$,在时间轴上对该信号以因子 2 进行压缩,记为 $g(t)=f(2t)$。于是,$f(t)$ 在 t 时刻的取值与 $g(t)$ 在 $t/2$ 时刻的取值是相同的,即

$$g(t/2)=f(t) \text{ 或 } g(t)=f(2t)$$

在图 1-6(a)中,因 $f(T_1)=f(T_2)=0$,故有 $g(T_1/2)=0$,$g(T_2/2)=0$,如图 1-6(b)所示。若假设 $f(t)$ 表示录音信号,当以正常录音速度的 2 倍进行回放时,则可用 $f(2t)$ 来表示回放信号。

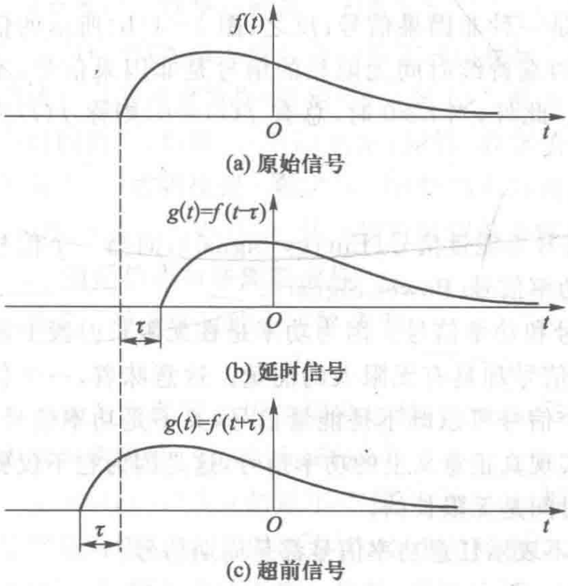


图 1-5 信号的时间移位

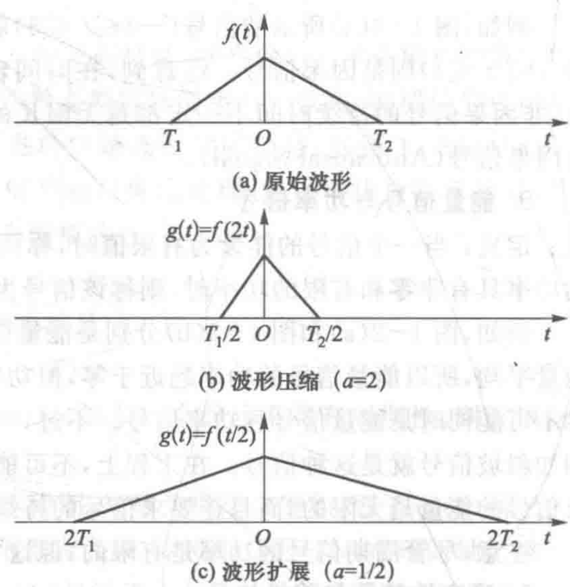


图 1-6 波形的时间伸缩

在一般情况下，信号 $f(t)$ 在时间轴上的伸缩可表示为

$$g(t)=f(at) \tag{1.1.8}$$

式中，a 称为信号的伸缩因子(Scaling Factor)。当因子 $a>1$ 时，表示信号 $f(t)$ 在时间轴上压缩了 a 倍(波形变化率增大)；当因子 $0<a<1$ 时，表示信号 $f(t)$ 在时间轴上扩展了 a 倍(波形变化率减小)。例如，图 1-6(c)给出的信号 $f(t/2)$ 是信号 $f(t)$ 在时间轴上扩展了 2 倍的波形。注意，在时间轴上对信号 $f(t)$ 进行伸缩运算时，因为对于任意常数因子 a，总有 $f(t)|_{t=0}=f(at)=f(0)$，故称信号的原点 $f(0)$ 为定位点(Anchor Point)。

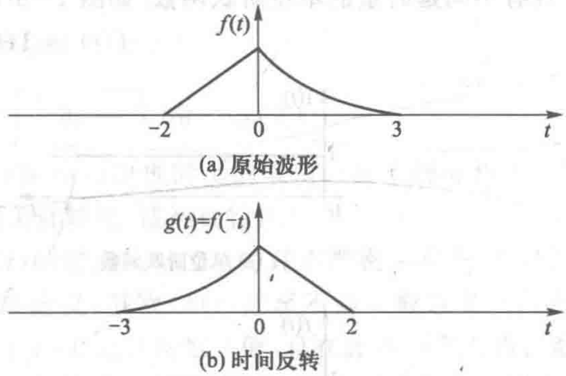


图 1-7 信号的时间反转

3. 时间反转

考虑图 1-7(a)所示的信号 $f(t)$。不妨将 $f(t)$ 视为可绕纵轴转动的刚性“线框”，将该线框绕纵轴转动 180°，即可得到 $f(t)$ 的时间反转信号(Time Reversal Signal)，记为 $g(t)$。于是，$f(t)$ 在 t 时刻的取值恰好等于 $g(t)$ 在 $-t$ 时刻的取值，故有

$$g(-t)=f(t) \text{ 或 } g(t)=f(-t) \tag{1.1.9}$$

这意味着用自变量 $-t$ 代替自变量 t，就可实现信号的时间反转(或关于纵轴的镜像信号)。此外，信号 $f(t)$ 关于横轴的镜像信号是 $-f(t)$。

4. 组合处理

在处理信号时，如果需要同时运用两种或两种以上的波形处理方法，则称为组合处理(Combined Operation)。最常见的组合处理是对信号 $f(t)$ 进行时间伸缩与时间移位，从而得到 $f(at-\tau)$，其具体实现方法有如下两种：

① 首先对 $f(t)$ 进行时间移位(设移位量为 τ)，得到 $f(t-\tau)$；然后，对时移信号 $f(t-\tau)$ 进行时间伸缩，若用 at 替代 t，即可得到 $f(at-\tau)$。

② 首先对时移信号 $f(t)$ 进行时间伸缩，得到 $f(at)$；然后对 $f(at)$ 进行时间移位(设移位量为 τ/a)，得到 $f[a(t-\tau/a)]=f(at-\tau)$。

不难看出，如果常数 $a<0$，则涉及信号的时间反转问题。

1.1.4 典型的信号模型

在“信号与系统”专题中，常常会遇到一些典型的基本函数。这些基本函数不仅可用于表示其他复杂信号，而且可作为测试信号用于系统分析。

1. 单位阶跃函数

在后续章节的许多讨论中，主要研究起始点 $t=0$ 的因果信号。这类信号可方便地用单位阶跃函数[如图 1-8(a)所示]来表示。单位阶跃函数(Unit Step Function)规定为

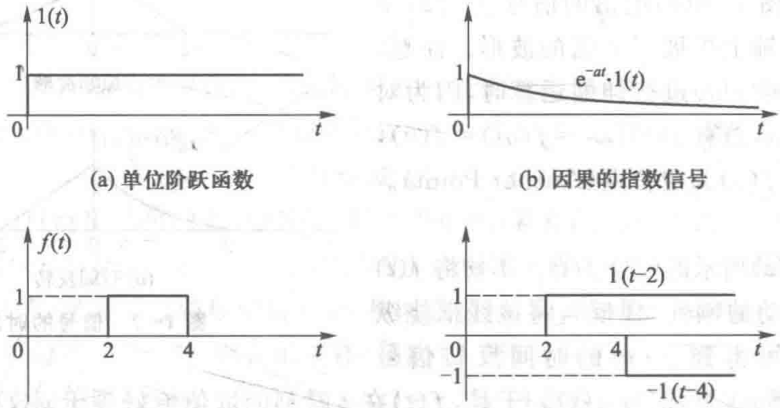
$$1(t)=\begin{cases}1, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{1.1.10}$$

倘若希望某个信号起始于 $t=0$，那么只要将该信号乘以 $1(t)$ 即可。例如，将起始于 $t=-\infty$

的指数信号 e^{-at} 乘以 $1(t)$，就可得到如图 1-8(b)所示的因果信号 $e^{-at}\cdot 1(t)$。

此外，当需要在时间轴上不同的区间内定义不同的数学函数时，利用单位阶跃函数 $1(t)$ 的特性，同样可以得到简捷的数学表达式。例如，图 1-8(c)所示的矩形脉冲信号 $f(t)$，可用两个具有不同延时量的单位阶跃函数[如图 1-8(d)所示]之和来表示

$$f(t)=1(t-2)-1(t-4)$$



(a) 单位阶跃函数 (b) 因果的指数信号

(c) 矩形脉冲信号 (d) 单位阶跃延时信号

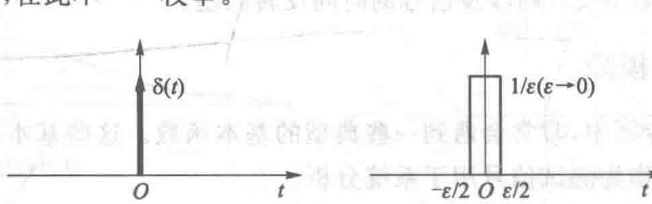
图 1-8 单位阶跃函数及其作用

2. 单位脉冲函数

单位脉冲函数 $\delta(t)$（或单位冲激函数，Unit Impulse Function）是 1930 年英国物理学家狄拉克（P. M. Dirac）在研究量子力学时提出的。在研究系统的特性时，经常用到该函数。单位脉冲函数定义为

$$\begin{cases}\delta(t)=0, & t\neq 0\\ \displaystyle\int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2}\delta(t)\,\mathrm{d}t=1, & \forall\varepsilon>0\end{cases}\tag{1.1.11}$$

图 1-9(a)给出的单位脉冲函数 $\delta(t)$，可用面积为单位 1（高度为 $1/\varepsilon$、宽度为 ε）的矩形脉冲来近似，如图 1-9(b)所示。由于该矩形脉冲的宽度 ε 是一个很小的数值，即 $\varepsilon\to 0$，因此，它的高度是一个很大的数值（$1/\varepsilon\to\infty$）。顺便指出，单位脉冲函数 $\delta(t)$ 也可用指数衰减形、三角形和高斯钟形等函数来近似，在此不一一枚举。



(a) 单位脉冲函数 (b) 矩形脉冲函数

图 1-9 单位脉冲函数及其近似函数

脉冲函数的采样特性：如果函数 $x(t)$ 在原点（$t=0$）处连续，那么它与单位脉冲函数 $\delta(t)$ 的乘积可表示为

$$x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)\tag{1.1.12a}$$