刘雅洁 主编 ／ 刘俊星 张建华 副主编

简明大学物理

清华大学出版社

简明大学物理

刘雅洁 主编 ／ 刘俊星 张建华 副主编

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书是以物理学为基础，根据高等院校工科类专业大学物理的理论和知识要求，并考虑少学时教学的实际情况而编写的，内容包括质点运动学、质点动力学、刚体定轴转动、静电场、真空中的恒定磁场、电磁感应、机械振动基础、机械波和波动光学共9章。每章后附有习题供读者系统训练，书后附有计算题的参考答案。

本书可作为独立学院工科类少学时专业的大学物理公共课程的教材，也可作为大专院校相关专业师生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

简明大学物理/刘雅洁主编.--北京：清华大学出版社，2012.1

ISBN 978-7-302-27729-3

Ⅰ.①简…　Ⅱ.①刘…　Ⅲ.①物理学—高等学校—教材　Ⅳ.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第277162号

责任编辑：邹开颜　赵从棉
责任校对：赵丽敏
责任印制：李红英
出版发行：清华大学出版社　　**地　　址**：北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京富博印刷有限公司
装 订 者：北京市密云县京文制本装订厂
经　　销：全国新华书店
开　　本：185×260　**印　张**：14　**字　数**：334千字
版　　次：2012年1月第1版　　**印　　次**：2012年1月第1次印刷
印　　数：1～3000
定　　价：32.00元

产品编号：043282-01

前言

FOREWORD

物理学是研究物质的基本结构、相互作用和物质最基本、最普遍运动形式及其相互转化规律的学科。它的基本理论已渗透到自然科学的各个领域，应用于生产技术的许多部门，是自然科学和工程技术的基础。

大学物理是一门为高等学校理工科各专业学生开设的公共基础课，旨在指导学生学习和掌握必要的物理学知识，帮助学生成长为训练有素的科学工作者和工程技术人员。

如何帮助学生高效率地学好物理是物理教学的核心问题。多年的教学经验告诉我们，提高教学质量必须针对具体的学生调整教学内容和授课方式，配备与授课内容密切相关的教材。所以，虽然优秀的大学物理教材已经汗牛充栋，我们还是组织授课教师定期编写新教材，这不仅因为物理学仍在发展，教学方法不断创新，我们还期望通过编写教材，促进教师加深对教学内容的理解，同时增进对学生的了解。

《简明大学物理》是为非物理专业学时较少的“大学物理”课程提供的教材，在注重基础的前提下，精选教学内容和配套习题，在文字叙述方面力求清晰、准确。

本教材的所有编者长期工作在教学第一线，注重教学实践，积累了一定的教学经验。我们力求将这些经验融入本教材中，希望能以绵薄之力为大学物理教学做出一些贡献。

本书的第 1～3 章由刘雅洁编写，第 4～6 章由刘俊星编写，第 7～9 章由张建华编写。最后由刘雅洁老师统一定稿。在本书的编写过程中，得到了嘉兴学院南湖学院领导的大力支持，同时也得到刘昶时教授的无私帮助，在此表示感谢。

由于编者水平有限、编写时间紧迫，书中难免有缺点和错误，恳请读者批评指正，以便再版时修订。

编　者

2011 年 11 月

目录

CONTENTS

第 1 章　质点运动学 …… 1

1.1　质点运动的描述 …… 1

1.1.1　参考系　坐标系 …… 1

1.1.2　位置矢量　运动方程　位移 …… 2

1.1.3　速度和加速度 …… 3

1.2　圆周运动 …… 6

1.2.1　圆周运动的速率和角速度 …… 6

1.2.2　变速圆周运动的切向加速度和法向加速度、角加速度 …… 7

习题 …… 9

第 2 章　质点动力学 …… 12

2.1　牛顿运动定律 …… 12

2.1.1　牛顿运动定律的内容 …… 12

2.1.2　几种常见的力 …… 14

2.2　动量及动量守恒定律 …… 15

2.2.1　冲量与质点的动量定理 …… 16

2.2.2　质点系的动量定理 …… 17

2.2.3　动量守恒定律 …… 19

2.3　质点的角动量 …… 20

2.3.1　质点的角动量定理 …… 20

2.3.2　质点的角动量守恒定律 …… 21

2.4　功和能 …… 22

2.4.1　功 …… 22

2.4.2　动能定理 …… 24

2.4.3　保守力与非保守力　势能 …… 26

2.4.4　功能原理　机械能守恒定律 …… 30

2.4.5　碰撞 …… 31

2.4.6　能量守恒定律 …… 33

习题 …… 33

第 3 章　刚体定轴转动 ······ 39

3.1　刚体定轴转动的描述 ······ 39
3.1.1　刚体的基本运动形式 ······ 39
3.1.2　刚体定轴转动的角量描述 ······ 40
3.2　刚体定轴转动的转动定律 ······ 42
3.2.1　力矩 ······ 42
3.2.2　转动定律 ······ 44
3.3　刚体定轴转动的角动量守恒 ······ 48
3.3.1　刚体定轴转动的角动量 ······ 48
3.3.2　刚体定轴转动的角动量定理 ······ 48
3.3.3　刚体定轴转动的角动量守恒定律 ······ 49
3.4　刚体定轴转动的能量 ······ 51
3.4.1　力矩的功及功率 ······ 51
3.4.2　刚体定轴转动的动能定理 ······ 52
3.4.3　刚体的机械能及机械能守恒定律 ······ 53
习题 ······ 55

第 4 章　静电场 ······ 59

4.1　电荷起源及电荷守恒定律 ······ 59
4.1.1　电荷 ······ 59
4.1.2　电荷守恒定律 ······ 60
4.2　库仑定律 ······ 60
4.3　电场强度及其计算 ······ 61
4.3.1　电场及电场强度 ······ 61
4.3.2　点电荷的电场强度 ······ 62
4.3.3　电场的叠加原理及在电场强度计算中的应用 ······ 63
4.4　电场强度通量　高斯定理 ······ 68
4.4.1　电场线及电场强度通量 ······ 68
4.4.2　高斯定理 ······ 70
4.4.3　应用高斯定理求静电场的分布 ······ 71
4.5　电势　电势能 ······ 74
4.5.1　静电场的保守性　静电场的环路定理 ······ 74
4.5.2　电势能　电势　电势差 ······ 76
4.5.3　点电荷的电势 ······ 77
4.5.4　电势叠加原理 ······ 77
4.5.5　求解电势的典型问题 ······ 78
4.5.6　等势面 ······ 80
4.6　真空中的电容器及静电场能量 ······ 81

4.6.1　真空中的电容器　电容器的连接 …… 81
4.6.2　电容器的能量 …… 84
4.6.3　静电场的能量 …… 84
习题 …… 85

第5章　真空中的恒定磁场 …… 90

5.1　电流及电流密度 …… 90
5.1.1　电流 …… 90
5.1.2　电流密度 …… 91
5.2　电源　电动势 …… 92
5.3　磁场　磁感应强度 …… 94
5.3.1　磁场 …… 94
5.3.2　磁感应强度 …… 94
5.4　毕奥-萨伐尔定律及应用 …… 96
5.4.1　毕奥-萨伐尔定律 …… 96
5.4.2　毕奥-萨伐尔定律若干应用 …… 97
5.5　磁场的高斯定理 …… 99
5.5.1　磁感线 …… 99
5.5.2　磁通量及磁场的高斯定理 …… 100
5.6　安培环路定理 …… 101
5.6.1　磁场的安培环路定理 …… 101
5.6.2　用安培环路定理计算若干磁场 …… 104
5.7　带电粒子在电磁场中所受到的力 …… 106
5.7.1　洛伦兹力 …… 107
5.7.2　带电粒子在电磁场中受力举例 …… 107
5.8　载流导线在磁场中所受的力及力矩 …… 111
5.8.1　安培力 …… 111
5.8.2　闭合电流在磁场中受到的力矩 …… 113
习题 …… 115

第6章　电磁感应 …… 120

6.1　电磁感应定律 …… 120
6.1.1　电磁感应现象 …… 120
6.1.2　法拉第电磁感应定律 …… 121
6.1.3　楞次定律 …… 122
6.2　动生电动势和感生电动势 …… 123
6.2.1　动生电动势 …… 124
6.2.2　感生电动势　感生电场 …… 126
6.3　自感和互感 …… 129

6.3.1 自感 自感电动势 …… 129
6.3.2 互感 互感电动势 …… 130
6.4 磁场的能量 …… 132
习题 …… 134

第7章 机械振动基础 …… 138

7.1 简谐振动 …… 138
7.1.1 简谐振动方程 …… 138
7.1.2 描述简谐振动的物理量 …… 139
7.1.3 由初始条件确定振幅和初相 …… 142
7.2 旋转矢量 …… 144
7.3 水平弹簧振子的能量 …… 148
7.4 两个同方向、同频率简谐振动的合成 …… 149
习题 …… 150

第8章 机械波 …… 154

8.1 机械波的形成 …… 154
8.1.1 机械波的形成及分类 …… 154
8.1.2 描述波的物理量 …… 155
8.2 平面简谐波 …… 156
8.2.1 平面简谐波的波动方程 …… 156
8.2.2 波动方程的物理意义 …… 158
8.3 惠更斯原理 波的干涉 …… 161
8.3.1 惠更斯原理 …… 161
8.3.2 波的叠加原理 相干波 …… 162
8.3.3 两列相干波的叠加 …… 163
8.4 驻波 …… 165
8.4.1 驻波的产生 …… 165
8.4.2 驻波方程 …… 165
8.4.3 相位跃变 …… 167
习题 …… 167

第9章 波动光学 …… 170

9.1 光的干涉 …… 170
9.1.1 相干光及获得 …… 170
9.1.2 杨氏双缝干涉 …… 171
9.1.3 劳埃德镜 …… 173
9.2 薄膜干涉 …… 174
9.2.1 光程 …… 174

9.2.2 垂直照射的薄膜干涉 …… 176
9.2.3 劈尖 牛顿环 …… 178
9.3 光的衍射 …… 181
9.3.1 光的衍射现象 惠更斯-菲涅尔原理 …… 181
9.3.2 单缝夫琅禾费衍射 …… 182
9.3.3 光栅衍射 …… 185
9.4 光的偏振性 …… 187
9.4.1 自然光 偏振光 …… 188
9.4.2 由吸收引起的偏振 马吕斯定律 …… 188
9.4.3 界面上引起的偏振 布儒斯特定律 …… 190
9.4.4 双折射现象及偏振 …… 191
习题 …… 191
阅读材料 1 汽车动力———一个与能量有关的实例研究 …… 196
阅读材料 2 火箭推进 …… 199
阅读材料 3 静电的应用 …… 201
阅读材料 4 地球的磁场 …… 204
阅读材料 5 全息照相术 …… 205
阅读材料 6 激光干涉引力波天文台(LIGO) …… 207
部分习题参考答案 …… 208
参考文献 …… 212

第1章

质点运动学

机械运动是指物体之间或同一物体各部分之间相对位置的变动，简称为**运动**。它是自然界中最简单、最普遍的一种运动形式，研究机械运动的规律及其应用的学科称为**力学**。

质点是力学中的理想模型之一。当物体的线度对所研究问题没有影响或影响不大时，可以把物体看做**质点**。利用这一模型，可以使所研究的问题大为简化。例如，研究弹道时，可以把炮弹当做质点；研究地球绕太阳的公转时，可以把地球当做质点等。描述质点运动状态变化的物理量有：位置矢量、位移、速度和加速度等。

本章主要内容是讨论以上各量之间的相互关系及如何用它们来描述物体的机械运动。研究物体位置随时间变化或运动轨道问题而不涉及物体发生运动变化原因的学科称为**运动学**。

1.1 质点运动的描述

1.1.1 参考系 坐标系

在自然界中所有的物体都在不停地运动着，绝对静止的物体是不存在的。在观察一个物体的位置及其位置的变化时，总要选取其他物体作为参考。**选取的参照物不同，对物体运动的描述也就不同**，这是运动描述的**相对性**。例如，自由落体运动，在地面参照系中观察时，它是竖直向下的直线运动，如果在近旁驶过的车厢内观察，物体将做曲线运动。

在描述物体的运动状态时选取的参照物称做参考系。选择不同的参考系，对同一物体的运动情况的描述是不同的。因此，在讲述物体运动情况时，必须指明是对什么参考系而言的，参考系一经选定，物体运动的性质就确定了。

参考系的选择是任意的。在讨论地面上物体的运动时，通常选地球作为参考系。

选定参考系之后，就可以确切地、定量地描述一个质点相对于此参考系的位置，就得在此参考系上取一个参考点，并固定一个坐标系。最常见的坐标系是笛卡儿直角坐标系，但有时为了研究问题的方便，还选用极坐标系、球坐标系、柱坐标系和自然坐标系等。如图 1-1 所示，在笛卡儿直角坐标系中，质点 P 的位置就可以用坐标(x,y,z)来表示。

1.1.2 位置矢量 运动方程 位移

1. 位置矢量

在图 1-2 所示的直角坐标系中，在时刻 t，质点 P 的位置可用 3 个坐标 x、y、z 确定，如果从原点 O 向点 P 做有向线段 $\boldsymbol{r}$，它与点 $P(x,y,z)$ 有一一对应关系，因此，可以借用从参考点 O 向点 P 做有向线段 $\boldsymbol{r}$ 来表示点 P 的位置，我们称 $\boldsymbol{r}$ 为点 P 的**位置矢量**，简称**位矢**。如取 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 和 $\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x 轴、y 轴和 z 轴的单位矢量，那么在笛卡儿直角坐标系中，点 P 的位矢 $\boldsymbol{r}$ 亦可写成

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

位矢的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

方向由方向余弦给出，即

$$\cos\alpha = \frac{x}{|\boldsymbol{r}|}, \quad \cos\beta = \frac{y}{|\boldsymbol{r}|}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{|\boldsymbol{r}|}$$

式中，α、β、γ 分别是 $\boldsymbol{r}$ 与 x、y 轴和 z 轴之间的夹角。

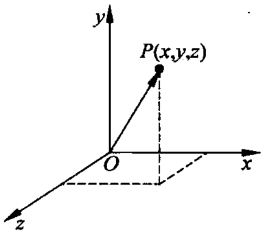

图 1-1 质点的位置表示

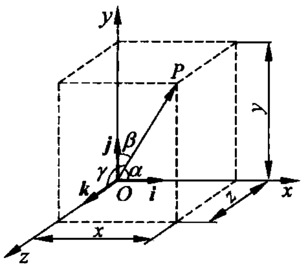

图 1-2 位置矢量

若质点 P 的位置是(3,4,2)，则点 P 的位置矢量就写为

$$\boldsymbol{r} = 3\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k}$$

位置矢量的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

点 P 的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{29}}, \quad \cos\beta = \frac{4}{\sqrt{29}}, \quad \cos\gamma = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

2. 运动方程

由于运动是与时间有关的，在不同时刻，质点的位置不同，用函数关系可以表示成

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-2}$$

这就是质点**运动方程**的矢量表示。

此时，存在关系

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1-3}$$

这样一组函数称为质点的**运动（参数）方程**。知道了运动方程，我们就能确定任一时刻质点的位置，从而确定质点的运动轨迹。将质点的运动方程消去时间 t，得到与坐标相关的方程，称为**轨迹方程**，在坐标系中可画出相应的轨迹曲线，如图 1-3 所示。

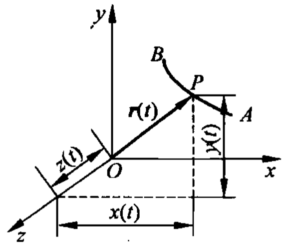

图 1-3　运动方程

如点 P 的位置矢量随时间的关系为

$$\boldsymbol{r} = 2t\boldsymbol{i} + 4t^2\boldsymbol{j}$$

则质点的运动方程为

$$x = 2t, \quad y = 4t^2$$

轨迹方程为

$$y = x^2$$

式(1-2)也表明：质点的实际运动是各分运动的矢量和，这个由空间的几何性质所决定的各分运动和实际运动的关系称为**运动的叠加原理**。

3. 位移

在图 1-4 中，质点在平面上沿图中曲线运动，t 时刻位于点 A，$t+\Delta t$ 时刻位于点 B，质点相对原点 O 的位矢由 $\boldsymbol{r}(t)$ 变化到 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$。在时间 Δt 内，位矢的长度和方向都发生了变化，可用矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 来表示这个变化，其关系式为

$$\boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t) = \Delta\boldsymbol{r} \tag{1-4}$$

$\Delta\boldsymbol{r}$ **是描述质点空间位置变化的物理量，是由起始点 A 指向终止点 B 的有向线段，称为位移矢量，简称位移。**

位移不同于位置矢量。在质点运动过程中，位置矢量表示某时刻质点的位置，它描述该时刻质点相对于坐标原点的位置。位移则表示**某段时间**内质点位置的变化，是与运动**过程**相对应的。

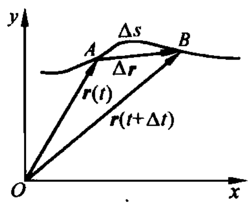

图 1-4　位移矢量

位移也不同于路程。质点从 A 运动到 B 所经历的路程 Δs 是图 1-4 中从 A 到 B 的一段曲线长，路程是标量，恒取正值。在一般情况下，路程 Δs 与位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$（图 1-4 中 A 到 B 之间的长度）并不相等。只有质点作单向的直线运动时，路程和位移的大小才相等。此外，在时间间隔 $\Delta t\to 0$ 的极限情况下，点 B 无限靠近点 A，弦 AB 与曲线 AB 的长度无限接近，此时，路程 $\mathrm{d}s$ 与位移的大小 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$ 才相等，即

$$\mathrm{d}s = |\,\mathrm{d}\boldsymbol{r}\,|$$

在笛卡儿直角坐标系中，位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的表达式为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j}$$

若点 A 的位置为 $\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$，点 B 的位置为 $\boldsymbol{r}_2 = 2\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}$，则由点 A 到点 B 之间的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$$

必须指出的是，质点的位置矢量与坐标原点的选取有关，而位移则与原点的选择无关。

1.1.3　速度和加速度

1. 速度

在力学中，若仅知道质点在某时刻的位矢，不能同时知道该质点是静还是动，是动又动

到什么程度时，还不能确定质点的运动状态。那么位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和产生这段位移所用的时间 Δt 之间有怎样的关系？$\Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$ 是一个怎样的物理量呢？

从物理意义上来看，$\Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$ 反映了质点位置变化的快慢和位置变化的方向。由于它对应的是时间间隔而不是某一时刻或位置，我们称其为在 Δt 时间内的**平均速度**，以 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 表示，即

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-5}$$

平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 是矢量，方向和位移方向相同，如图 1-5 所示。

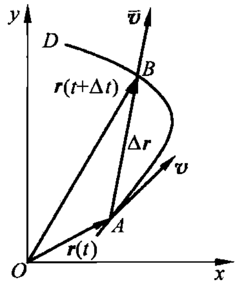

图 1-5　平均速度与速度

实际上，当 $\Delta t\to 0$ 时，式(1-5)的极限就是质点的位置矢量对时间的变化率，将其定义为质点在时刻 t 的**瞬时速度**（简称**速度**），用 $\boldsymbol{v}$ 表示，即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-6}$$

速度的方向就是 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向，如图 1-5 所示。当 $\Delta t\to 0$，点 B 向点 A 趋近，而 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向最后将与质点运动轨道在点 A 的切线方向一致。因此，质点在时刻 t 的速度方向沿着该时刻质点所在处运动轨道的切线指向运动的前方。这在日常生活中是经常可以观察到的。拴在绳子上作圆周运动的小球，如果绳子突然断开，小球总是沿切线方向飞出去。

可见，速度能够反映某一时刻或某位置时质点的运动快慢和运动方向，是描述质点运动状态的物理量。

速度的大小定义为速率，以 v 表示，即

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t} \tag{1-7a}$$

以 Δs 表示在 Δt 时间内质点沿轨道所经历的路程。当 $\Delta t\to 0$ 时，由于 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 和 Δs 将趋于相同，因此有

$$v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-7b}$$

这就是说，速度的大小又等于质点所走过的路程对时间的变化率。在以后的叙述中，对速率和速度的大小不再区别。

注意：位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与位置矢量大小的变化量 $\Delta|\boldsymbol{r}|=\Delta r$ 是有区别的，因此

$$v = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

若将式(1-2)代入式(1-6)，在三维空间直角坐标系中，速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1-7c}$$

式中，$\boldsymbol{v}_x=v_x\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{v}_y=v_y\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{v}_z=v_z\boldsymbol{k}$ 分别是速度在 x 方向、y 方向和 z 方向上的分速度（是矢量！），v_x、v_y、v_z 分别是速度在 x 方向、y 方向和 z 方向上的速度分量（是标量）。

在图 1-5 所示的平面运动中，上式变为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} \tag{1-7d}$$

图 1-6 给出速度、分速度和速度分量之间的关系。

2. 加速度

作为描述质点运动状态的物理量，速度是矢量，当质点的运动速度随时间变化的时候，常常要搞清楚速度的变化情况。这时，需要引入描述速度变化的物理量——**加速度**。

如图 1-7 所示，质点在 xOy 平面内的运动轨迹为一曲线。若以 $\boldsymbol{v}(t)$ 和 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$ 分别表示质点在 t 时刻和 $t+\Delta t$ 时刻的速度，则质点的速度增量为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)$，我们将 $\dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 定义成**平均加速度**，它表示单位时间内的**速度增量**，即

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}\tag{1-8}$$

当 $\Delta t\to 0$ 时，平均加速度的极限值叫做**瞬时加速度**（简称加速度），用 $\boldsymbol{a}$ 来表示，即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\tag{1-9a}$$

$\boldsymbol{a}$ 的方向是 $\Delta t\to 0$ 时 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向，而 $\boldsymbol{a}$ 的数值是 $\left|\dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}\right|$ 的极限值，即

$$a=|\boldsymbol{a}|=\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}\right|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|$$

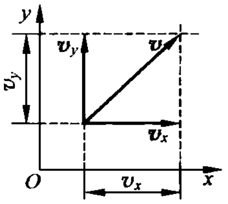

图 1-6　速度 分速度 速度分量

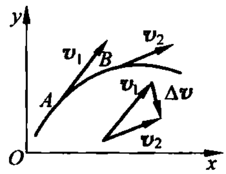

图 1-7　曲线运动的加速度

应当注意，加速度 $\boldsymbol{a}$ 同时反映了速度大小和方向的变化。特别地，加速度的方向指明了质点速度方向的变化趋势，所以质点作曲线运动时，加速度方向一般不与速度方向相同，即加速度方向不沿曲线切线方向。由图 1-7 中可以看出，在曲线运动中，加速度的方向总是指向曲线的凹侧。

利用式(1-7d)和式(1-9a)，有

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

即

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_x+\boldsymbol{a}_y\tag{1-9b}$$

同样，$a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ 和 $a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$ 分别是 $\boldsymbol{a}$ 在 x 轴和 y 轴的分量，$\boldsymbol{a}_x$ 和 $\boldsymbol{a}_y$ 分别是 $\boldsymbol{a}$ 在 x 轴和 y 轴的分加速度。

例 1-1　设质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$，其中 $x(t)=t+2$，$y(t)=0.25t^2+2$，x、y 以 m 计，t 以 s 计。求：(1)质点的轨道方程并画出运动轨迹曲线；(2)质点的速度及 $t=3$s 时的速度；(3)1～2s 内的平均速度；(4)质点的加速度。

解 (1) 将质点的运动方程消去时间参数 t，可得轨迹方程：

$$y = 0.25x^2 - x + 3(\mathrm{m})$$

并可做出质点运动轨迹曲线，如图 1-8 所示。

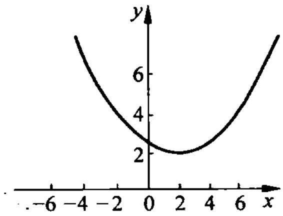

图 1-8

(2) 由题意可得速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = (1\boldsymbol{i} + 0.5t\boldsymbol{j})(\mathrm{m/s})$$

t=3s 时的速度

$$\boldsymbol{v}\,|_{t=3} = 1\boldsymbol{i} + (0.5\times 3)\boldsymbol{j} = (1\boldsymbol{i} + 1.5\boldsymbol{j})(\mathrm{m/s})$$

其大小为 v=1.8m/s，与 x 轴正向的夹角为

$$\theta = \arctan 1.5 = 56.3^\circ$$

(3) 1～2s 内的平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}}\,|_{1\sim 2\mathrm{s}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}(2) - \boldsymbol{r}(1)}{2-1} = [(2+2)\boldsymbol{i} + (0.25\times 2^2 + 2)\boldsymbol{j} - (2\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j})]$$

$$= (2\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j})(\mathrm{m/s})$$

(4) 质点的加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = 0.5\boldsymbol{j}(\mathrm{m/s})$$

1.2 圆周运动

这一节中，我们将讨论一种较为简单的曲线运动——**圆周运动**。这是质点在确定平面上的运动轨迹为圆周的运动。

1.2.1 圆周运动的速率和角速度

如图 1-9 所示，一质点在 xOy 平面上作半作为 r 的圆周运动，t 时刻质点位于点 A，相对于圆心 O 的位置矢量是 $\boldsymbol{r}$（这里可称**径矢**）。当质点在圆周上运动时，径矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小不变，而与 Ox 轴正向之间的夹角 θ 随时间改变，即 θ 是时间的函数 $\theta(t)$。它被称为质点做圆周运动时的**角量运动方程**，相应地 θ 角称为质点的**角位置**，又称**角坐标**。

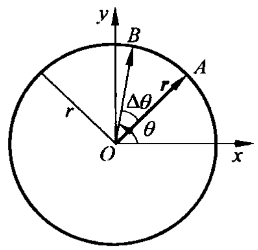

图 1-9 质点在平面上作圆周运动

我们定义：角坐标随时间的变化率 $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ 叫做**角速度**，用符号 ω 表示，即

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

通常用弧度(rad)来量度 θ，所以角速度 ω 的单位为弧度每秒，符号为 rad/s。

如果在时间 Δt 内，质点由图上的点 A 运动到点 B，所经过的弧长（路程）为 $\Delta s = r\Delta\theta$，$\Delta\theta$ 为时间 Δt 内径矢 $\boldsymbol{r}$ 所转过的角度，称为**角位移**。当 $\Delta t\to 0$ 时，$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 的极限值为

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=r\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

而$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$为质点在点 A 的速率，用 v 表示，所以

$$v=r\omega \tag{1-11}$$

式(1-11)是质点作圆周运动时的速率和角速度之间的瞬时关系。

1.2.2　变速圆周运动的切向加速度和法向加速度、角加速度

如图 1-10(a)所示，质点在圆周上点 A 处的速度为 $\boldsymbol{v}_A$，它的数值为$|\boldsymbol{v}_A|=v_A$，方向与点 A 处圆的切线方向相同。经历了 Δt 时间后，质点运动到点 B 处，速度为 $\boldsymbol{v}_B$。为了讨论的方便，我们假设$|\boldsymbol{v}_A|<|\boldsymbol{v}_B|$。显然，在 Δt 时间内，速度的增量为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$，如图 1-10(b)所示，可将 $\Delta\boldsymbol{v}$ 分成两个分矢量 $\Delta\boldsymbol{v}_n$ 和 $\Delta\boldsymbol{v}_\tau$，则有

$$\Delta\boldsymbol{v}=\Delta\boldsymbol{v}_n+\Delta\boldsymbol{v}_\tau$$

式中，$|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|$是速度大小的增量，即

$$|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|=|\boldsymbol{v}_B|-|\boldsymbol{v}_A|=\Delta|\boldsymbol{v}|=\Delta v$$

它表示了 A、B 两点速度大小的改变，方向与 $\boldsymbol{v}_B$ 的方向相同。而 $\Delta\boldsymbol{v}_n$ 则表示了速度方向的改变。把上式代入式(1-9a)，得

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_n}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t}$$

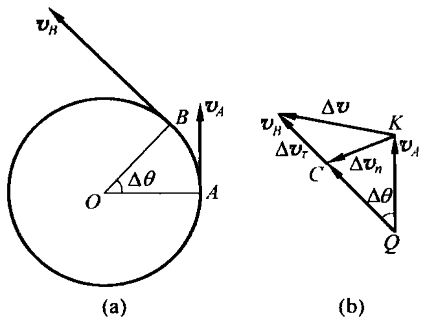

图 1-10　圆周运动

令 $\boldsymbol{a}_n=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_n}{\Delta t}$，$\boldsymbol{a}_\tau=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t}$，则

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_\tau$$

下面分析 $\boldsymbol{a}_n$ 和 $\boldsymbol{a}_\tau$ 的大小、方向和物理意义。

当 $\Delta t\to 0$ 时，点 B 无限趋近于点 A，$\Delta\theta\to 0$。$\Delta\boldsymbol{v}_\tau$ 的极限方向与 $\boldsymbol{v}_A$ 相同，即点 A 处圆周的切线方向；$\Delta\boldsymbol{v}_n$ 的极限方向与 $\boldsymbol{v}_A$ 垂直，沿半径指向圆心。可见质点在 A 处的加速度 $\boldsymbol{a}$ 的两个分量 $\boldsymbol{a}_n$ 和 $\boldsymbol{a}_\tau$ 恰好分别指向圆周点 A 处的法向和切向这两个特殊方向。顾名思义，我们将 $\boldsymbol{a}_n$ 称做**法向加速度（或向心加速度）**，将 $\boldsymbol{a}_\tau$ 称做**切向加速度**。

切向加速度的大小为

$$a_\tau=|\boldsymbol{a}_\tau|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{v}_\tau|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

又因为$\triangle OAB\backsim\triangle QKC$，所以

$$\frac{|\Delta\boldsymbol{v}_n|}{|\boldsymbol{v}_A|}=\frac{\overline{AB}}{r}$$

故法向加速度的大小为

$$a_n = |\boldsymbol{a}_n| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{v}_n|}{\Delta t} = \frac{|\boldsymbol{v}_A|}{r} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{AB}}{\Delta t} = \frac{v_A^2}{r}$$

由于 A 是圆周上的任意一点，所以质点在圆周上的法向加速度可写成

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

如果用 $\boldsymbol{e}_n$ 表示指向圆心的**法向单位矢量**，则

$$\boldsymbol{a}_n = \frac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_n = r\omega^2 \boldsymbol{e}_n \tag{1-12}$$

同样，为了便于表示速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向，我们在点 A 处圆的切线方向上取一单位矢量 $\boldsymbol{e}_\tau$，如图 1-11 所示，$\boldsymbol{e}_\tau$ 称做**切向单位矢量**，于是点 A 的速度 $\boldsymbol{v}$ 可写为

$$\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{e}_\tau \tag{1-13}$$

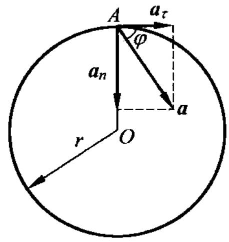

图 1-11　变速圆周运动的加速度

式中 v 为速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小，$\boldsymbol{e}_\tau$ 则代表速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向。有

$$\boldsymbol{a}_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau \tag{1-14}$$

另外，由式(1-11)可知

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

式中，$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$为角速度随时间的变化率，叫做**角加速度**，用符号 α 表示，即

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-15}$$

α 的单位是弧度每二次方秒，符号为 $\mathrm{rad/s^2}$。故有

$$\boldsymbol{a}_\tau = r\alpha\boldsymbol{e}_\tau \tag{1-16}$$

由式(1-12)和式(1-16)，可将质点作变速圆周运动时的加速度 $\boldsymbol{a}$ 表示成

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_\tau + \boldsymbol{a}_n = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\tau + \frac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_n = r\alpha\boldsymbol{e}_\tau + r\omega^2\boldsymbol{e}_n \tag{1-17}$$

式中，切向加速度 $\boldsymbol{a}_\tau$ 是由速度大小的变化而引起的，法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$ 则是由于速度方向的变化而引起的。这时加速度的大小为$a=\sqrt{(a_n^2+a_\tau^2)}$(见图 1-11)，与切向夹角满足

$$\tan\varphi = \frac{a_n}{a_\tau} \tag{1-18}$$

综上所述，对于圆周运动，其线量和角量之间的关系为

$$\begin{cases} v = r\omega \\ a_\tau = r\alpha \\ a_n = r\omega^2 \end{cases} \tag{1-19}$$

应当指出，以上有关变速圆周运动中加速度的讨论及其结果，对任何平面上的曲线运动也都适用。只是与圆周运动中恒定半径 r 不同，计算式中要用曲线上相应点的曲率半径 ρ 代替 r。若质点运动时，如果同时有法向加速度和切向加速度，那么速度的方向和大小将同时改变，这是一般曲线运动的特征。若质点运动时，如果只有切向加速度，没有法向加速度，那么速度不改变方向只改变大小，这就是直线运动。如果只有法向加速度，没有切向加速度，那么速度只改变方向不改变大小，这就是匀速曲线运动。