

贵州师范大学 / 编

学苑新叶

贵州师范大学2009届本科毕业生 优秀毕业论文选集

(下 册)

贵州人民出版社

学苑新叶——贵州师范大学 2009 届 本科毕业生优秀毕业论文选集

(下册)

贵州人民出版社



定态微扰论中波函数和能量的高级修正及其应用

物理学 侯天江

摘 要: 求解了非简并定态微扰情况下波函数的三级近似, 简并定态微扰情况下能量三级修正和波函数二级修正, 最后应用上述两种结果解决氢原子二级斯塔克效应。

关键词: 微扰论; 能级; 波函数; 二级斯塔克效应

Abstract: In this thesis, the three - degree approximation of the wave function, which is under the non - degenerate stationary perturbing case, is solved. And also under degenerate stationary perturbing case is the three - degree amendments of the energy and the two - degree amendments of the wave function worked out. Finally, the two hydrogen atoms of the secondary Stark effect is carried out by using the results of the last two steps.

Keywords: Perturbation theory; level; wave function; two Stark effect .

1 引言

微扰论是量子力学中近似求解能量本征方程最常用的方法之一。目前, 在量子力学中用这种方法已经解决: 非简并定态情况下能量至三级修正, 波函数至二级修正; 简并定态情况下能量的一级修正和波函数的零级解法。量子力学虽然比较成熟, 但并不古老, 只要科学发展不停顿, 知识就应不断更新。科学的发展和知识的完善还远远没有达到尽头, 而“发展”是连续、持久、均衡的自然特征^[1]。在科技发达的今天我们要用发展的眼光看待中国一切^[2]。为此我们也应该用发展的眼光看待量子力学这门科学, 因此本文将从基本量子力学出发, 简介微扰论的基本方法, 重点应用这种方法推导非简并定态波函数的三级修正, 简并定态能量三级修正波函数二级修正, 并将其用于氢原子二级斯塔克效应, 推动微扰方法的进一步发展。

2 非简并定态微扰理论

2.1 非简并微扰论的基本方法

设体系的哈密顿算符 H 不显含时间, 而且可以分为两个部分 H_0 、 H' ($H' = \lambda H^{(1)}$), H' 为微扰即有 $H = H_0 + H'$ 。的本征函数、本征值可表示成:

$$\begin{aligned}\Psi_n &= \Psi_n^{(0)} + \lambda \Psi_n^{(1)} + \lambda^2 \Psi_n^{(2)} + \lambda^3 \Psi_n^{(3)} + \dots \\ E_n &= E_n^{(0)} + \lambda E_n^{(1)} + \lambda^2 E_n^{(2)} + \lambda^3 E_n^{(3)} + \dots\end{aligned}\quad (2.1-1)$$

其中 λ 为一个很小的实参数。式中右边各项分别表示零级近似、一级修正、二级修正、三级修正、……, 规定 $\Psi_n^{(0)}$ 是归一化的, 并规定波函数的各项修正中不再包含 $\Psi_n^{(0)}$, 即各项修正均和 $\Psi_n^{(0)}$ 正交:

$$\int \Psi_n^{(0)*} \Psi_n^{(s)} d\tau = 0 \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (2.1-2)$$



将一式代入能量本征方程: $(H_0 + H')\Psi_n = E\Psi_n$ (2.1—3)

有:

$$(H_0 + H')(\Psi_n^{(0)} + \lambda\Psi_n^{(1)} + \lambda^2\Psi_n^{(2)} + \lambda^3\Psi_n^{(3)} + \dots) = (E_n^{(0)} + \lambda E_n^{(1)} + \lambda^2 E_n^{(2)} + \lambda^3 E_n^{(3)} + \dots)(\Psi_n^{(0)} + \lambda\Psi_n^{(1)} + \lambda^2\Psi_n^{(2)} + \lambda^3\Psi_n^{(3)} + \dots) \quad (2.1-4)$$

按量级分开,有下列各式:

$$\lambda^0: (H_0 - E_n^{(0)})\Psi_n^{(0)} = 0 \quad (2.1-5)$$

$$\lambda^1: (H_0 - E_n^{(0)})\Psi_n^{(1)} = (E_n^{(1)} - H^{(1)})\Psi_n^{(0)} \quad (2.1-6)$$

$$\lambda^2: (H_0 - E_n^{(0)})\Psi_n^{(2)} = (E_n^{(1)} - H^{(1)})\Psi_n^{(1)} + E_n^{(2)}\Psi_n^{(0)} \quad (2.1-7)$$

$$\lambda^3: (H_0 - E_n^{(0)})\Psi_n^{(3)} = (E_n^{(1)} - H^{(1)})\Psi_n^{(2)} + E_n^{(2)}\Psi_n^{(1)} + E_n^{(3)}\Psi_n^{(0)} \quad (2.1-8)$$

等等, (2.1—5) 式中 $\Psi_n^{(0)}, E_n^{(0)}$ 表示 H_0 的本征值, 以 $\Psi_n^{(0)*}$ 左乘 (2.1—6) 式, 并对全空间积分得

$$\int \Psi_n^{(0)*} (\hat{H}^{(0)} - E_n^{(0)}) \Psi_n^{(1)} d\tau = E_n^{(1)} \int \Psi_n^{(0)*} \Psi_n^{(0)} d\tau - \int \Psi_n^{(0)*} \hat{H}' \Psi_n^{(0)} d\tau$$

由 $\hat{H}^{(0)}$ 是厄密算符, $H_n^{(0)}$ 是实数, 有

$$\int \Psi_n^{(0)*} (H\hat{H}^{(0)} - E_n^{(0)}) \Psi_n^{(1)} d\tau = \int ([\hat{H}^{(0)} - E_n^{(0)}] \Psi_n^{(0)})^* \Psi_n^{(1)} d\tau = 0$$

$$\text{即得: } E_n^{(1)} = \int \Psi_n^{(0)*} H' \Psi_n^{(0)} d\tau \quad (2.1-9)$$

$$\text{将 } \Psi_n^{(1)} \text{ 按 } H_0 \text{ 的本征态展开: } \Psi_n^{(1)} = \sum_l ' a_l^{(1)} \Psi_l^{(0)} \quad (2.1-10)$$

式 (2.1—10) 代入 (2.1—6) 式, 得: $(H_0 - E_n^{(0)}) \sum_l ' a_l^{(1)} \Psi_l^{(0)} = (E_n^{(1)} - H^{(1)}) \Psi_n^{(0)}$ 。以 $\Psi_m^{(0)*}$ ($m \neq n$) 乘上式两边后, 且对全空间积分, 并注意 $\Psi_l^{(0)}$ 的正交归一性 $\int \Psi_m^{(0)*} \Psi_l^{(0)} d\tau = \delta_{ml}$

得到:

$$\sum_l ' E_l^{(0)} a_l^{(1)} \delta_{ml} - E_n^{(0)} \sum_l ' a_l^{(1)} \delta_{ml} = - \int \Psi_m^{(0)*} H' \Psi_n^{(0)} d\tau$$

$$\text{令: } \int \Psi_m^{(0)*} H' \Psi_l^{(0)} d\tau = H'_{ml} \quad (2.1-11)$$

$$\text{所以 } (E_n^{(0)} - E_m^{(0)}) a_m^{(1)} = H'_{mn}$$

$$\text{即: } a_m^{(1)} = \frac{H'_{mn}}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \quad (2.1-12)$$

$$\text{所以 } \Psi_n^{(1)} = \sum_l ' \frac{H'_{ml}}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \Psi_m^{(0)} \quad (2.1-13)$$

同理对于 (2.1—7) 式, 我们两边左乘 $\Psi_n^{(0)*}$ 并对全空间积分, 可以得到



$$E_n^{(2)} = \sum_l' \frac{|H'_{nl}|^2}{E_n^{(0)} - E_l^{(0)}} \quad (2.1-14)$$

$$a_m^{(2)} = \sum_n' \frac{H'_{mn}H'_{nk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})} - \frac{H'_{mk}H'_{kk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})^2} \quad (2.1-15)$$

$$\begin{aligned} \Psi_n^{(2)} = & \sum_m' \left\{ \sum_n' \frac{H'_{mn}H'_{nk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})} - \frac{H'_{mk}H'_{kk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})^2} \right\} \\ & \Psi_n^{(0)} - \frac{1}{2} \left[\sum_k' \frac{|H'_{kn}|^2}{(E_n^{(0)} - E_k^{(0)})^2} \right] \Psi_n^{(0)} \end{aligned} \quad (2.1-16)$$

所以受微扰后体系能量和波函数到二级修正的一般表达式可以写为:

$$E_n = E_n^{(0)} + H'_{nn} + \sum_m' \frac{|H'_{nm}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} + \dots \quad (2.1-17)$$

$$\begin{aligned} \Psi_n = & \Psi_n^{(0)} + \sum_m' \frac{H'_{nm}}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} + \sum_m' \left\{ \sum_n' \frac{H'_{mn}H'_{nk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})} - \frac{H'_{mk}H'_{kk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})^2} \right\} \\ & \Psi_n^{(0)} - \frac{1}{2} \left[\sum_k' \frac{|H'_{kn}|^2}{(E_n^{(0)} - E_k^{(0)})^2} \right] \Psi_n^{(0)} + \dots \end{aligned} \quad (2.1-18)$$

2.2 非简并微扰条件下对波函数三级修正 $\Psi_n^{(3)}$ 的推导

前面我们已经简单地叙述了非简并微扰论的基本方法,在此基础上我们用这种方法对波函数的三级修正 $\Psi_n^{(3)}$ 进行推导。对(2.1—8)式我们两边分别左乘 $\Psi_n^{(0)*}$ 且对整个全空间积分,并结合 $\Psi_n^{(0)}$ 的正交归一性可得:

$$E_n^{(3)} = \sum_n' \sum_m' \frac{H'_{kn}H'_{nm}H'_{mk}}{(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})} - H'_{kk} \sum_n' \frac{|H'_{kn}|^2}{(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})^2} \quad (2.2-1)$$

为了求波函数的三级修正,我们令:

$$\Psi_n^{(1)} = \sum_n a_n^{(1)} \Psi_n^{(0)}, \Psi_n^{(2)} = \sum_n a_n^{(2)} \Psi_n^{(0)}, \Psi_n^{(3)} = \sum_n a_n^{(3)} \Psi_n^{(0)} \quad (2.2-2)$$

将式(2.2—2)分别代入式(2.1—8),为了方便我们暂时将(2.1—8)式的下角标 n 略去不写,于是式(2.1—8)可以等价写成:

$$H_0 \Psi^{(3)} + H^{(1)} \Psi^{(2)} = E^{(0)} \Psi^{(3)} + E^{(1)} \Psi^{(2)} + E^{(2)} \Psi^{(1)} + E^{(3)} \Psi^{(0)} \quad (2.2-3)$$

从而有

$$\begin{aligned} H_0 \sum_n a_n^{(3)} \Psi_n^{(0)} + H^{(1)} \sum_n a_n^{(2)} \Psi_n^{(0)} = & E_k^{(0)} \sum_n a_n^{(3)} \Psi_n^{(0)} \\ & + E_n^{(1)} \sum_n a_n^{(2)} \Psi_n^{(0)} + E_n^{(2)} \sum_n a_n^{(1)} \Psi_n^{(0)} + E_n^{(3)} \Psi_k^{(0)} \end{aligned} \quad (2.2-4)$$

将上式两边分别左乘 $\Psi_n^{(0)*}$, 并对全空间积分得:



$$a_m^{(3)} E_m^{(0)} + \sum_n a_n^{(2)} H'_{mn} = E_k^{(0)} a_m^{(3)} + E_n^{(1)} a_m^{(2)} + E_n^{(2)} a_m^{(1)} + E_n^{(3)} \delta_{mk} \quad (2.2-5)$$

式(2.2—5) 当 $m \neq k$ 时有:

$$a_m^{(3)} = \frac{1}{E_m^{(0)} - E_k^{(0)}} [E_n^{(1)} a_m^{(2)} + E_n^{(2)} a_m^{(1)} - \sum_n a_n^{(2)} H'_{mn}] (m \neq k) \quad (2.2-6)$$

利用归一化条件(准确到三级近似)

$$(\Psi^{(3)}, \Psi_k^{(0)}) + (\Psi^{(2)}, \Psi^{(1)}) + (\Psi^{(1)}, \Psi^{(2)}) + (\Psi_k^{(0)}, \Psi^{(3)}) = 0$$

可得: $a_k^{(3)*} + \sum_{mn} 'a_m^{(2)*} a_n^{(1)} \delta_{mn} + \sum_{mn} 'a_n^{(1)*} a_m^{(2)} \delta_{nm} + a_k^{(3)} = 0$ 。

$a_n^{(3)}$ 可以取实数, 因此 $a_n^{(3)}$ 的修正值为: $a_n^{(3)} = a_n^{(3)*} = -\frac{1}{2} [\sum_n 'a_n^{(2)*} a_n^{(1)} + \sum_n 'a_n^{(1)*} a_n^{(2)}]$

所以修正后的 $a_n^{(3)}$ 值为:

$$a_m^{(3)} = \frac{1}{E_m^{(0)} - E_k^{(0)}} [E_n^{(1)} a_m^{(2)} + E_n^{(2)} a_m^{(1)} - \sum_n a_n^{(2)} H'_{mn}] - \frac{1}{2} [\sum_{mn} 'a_m^{(2)*} a_n^{(1)} + \sum_{nm} 'a_n^{(1)*} a_m^{(2)}] \quad (2.2-7)$$

$$\left. \begin{aligned} a_m^{(1)} &= \frac{H'_{mk}}{E_k^{(0)} - E_m^{(0)}}, a_n^{(1)} = \frac{H_{nk}}{E_k^{(0)} - E_n^{(0)}} \\ E_n^{(2)} &= \sum_l ' \frac{|H'_{nl}|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \\ a_m^{(2)} &= \sum_n ' \frac{H'_{mn} H'_{nk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})} - \frac{H'_{mk} H'_{kk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})^2} \\ a_n^{(2)} &= \sum_l ' \frac{H'_{ml} H'_{lk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})(E_k^{(0)} - E_l^{(0)})} - \frac{H'_{mk} H'_{kk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.2-8)$$

将式(2.2—8)代入式(2.2—7)得

$$\begin{aligned} a_m^{(3)} &= H'_{nn} \sum_n ' \frac{H'_{mn} H'_{nk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})^2 (E_n^{(0)} - E_k^{(0)})} + \frac{H'_{mk} H'_{kk} H'_{nn}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})^3} + \sum_n ' \frac{|H'_{nk}|^2 H'_{mk}}{(E_k^{(0)} - E_m^{(0)})^2 (E_n^{(0)} - E_k^{(0)})} \\ &\quad - \sum_n \sum_l ' \frac{H'_{nl} H'_{mn} H'_{lk}}{(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})(E_k^{(0)} - E_l^{(0)})(E_m^{(0)} - E_k^{(0)})} + \sum_n ' \frac{H'_{nk} H'_{kk} H'_{mn}}{(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})^2 (E_m^{(0)} - E_k^{(0)})} \\ &\quad - \sum_n \sum_l ' \frac{H'_{ml} H'_{lk} H'_{nk}}{(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})(E_k^{(0)} - E_l^{(0)})(E_m^{(0)} - E_k^{(0)})} + \sum_n ' \frac{|H'_{nk}|^2 H'_{kk}}{(E_k^{(0)} - E_n^{(0)})^3} \end{aligned} \quad (2.2-9)$$

具体问题中我们把的值求出来后代入 $\Psi_n^{(3)} = \sum_n 'a_n^{(3)} \Psi_n^{(0)}$ 可以得到波函数的三级修正。用此种方法可以求解出能量和波函数的四级、五级、甚至更高级修正。



3 简并定态微扰理论

3.1 简并定态微扰论求解能量的基本思想

假设 $E_n^{(0)}$ 是简并的, 属于 H_0 的本征值有 k 个本征函数: $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_k$ 。

$$\hat{H}^{(0)} \phi_i = H_n^{(0)} \phi_i \quad i = 1, 2, \dots, k$$

在这种情况下, 我们要解决的问题是如何从这 k 个本征函数 ϕ 中挑选出零级近似波函数使其满足方程 (2.1—6) 式有解。由这个条件我们可以把零级近似波函数 $\Psi_n^{(0)}$ 写成 k 个 ϕ 的线性组合:

$$\Psi_n^{(0)} = \sum_{i=1}^k c_i^{(0)} \phi_i \quad (3.1-1)$$

将式 (2.2—1) 代入 (2.1—6) 式有:

$$(H_0 - E_n^{(0)}) \Psi_n^{(1)} = E_n^{(1)} \sum_{i=1}^k c_i^{(0)} \phi_i - \sum_{i=1}^k c_i^{(0)} \hat{H}' \phi_i \quad (3.1-2)$$

以 ϕ_l^* 左乘上式两边, 并对整个空间积分得:

$$\sum_{i=1}^k (\hat{H}'_{li} - E_n^{(1)} \delta_{li}) c_i^{(0)} = 0 \quad l = 1, 2, \dots, k \quad (3.1-3)$$

其中 $H'_{li} = \int \phi_l^* \hat{H}' \phi_i d\tau$ 。式 (3.1—3) 是以 $c_i^{(0)}$ 为未知量的一次其次方程组, 它有不全为零的解的条件是:

$$\det | H'_{li} - E_n^{(1)} \delta_{li} | = 0 \quad (3.1-4)$$

从而可以得能量一级修正 $E_n^{(1)}$ 的 k 个根 $E_{kj}^{(1)} (j = 1, 2, \dots, k)$ 。将这 k 个 $E_{kj}^{(1)}$ 值代入式 (3.1—3) 可得一组 $c_i^{(0)}$ 的值, 再将这一组 $c_i^{(0)}$ 的值代入式 (3.1—1) 可得零级波函数。

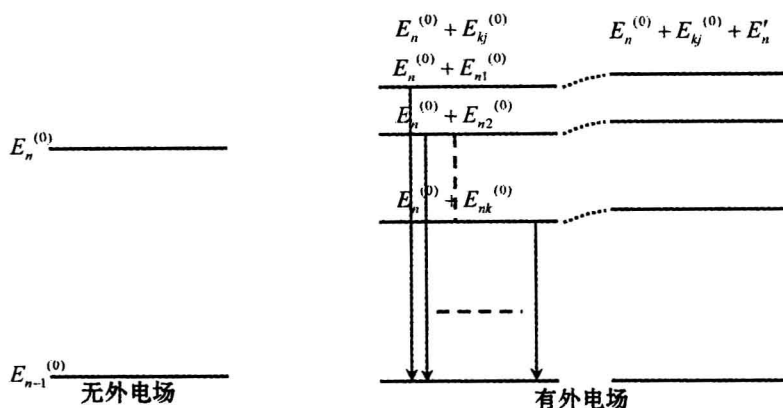
3.2 对简并态微扰论的进一步探讨

在 3.1 节中我们已经介绍简并态微扰论方法, 具体地求解了能量一级修正 $E_n^{(1)}$ 的过程。对于这一过程中 $E_n^{(1)}$ 的 k 个 $E_{kj}^{(1)}$ 值有可能有三种情况: ① $E_{kj}^{(1)}$ 是 k 个不等实根; ② $E_{kj}^{(1)}$ 是 k 个相等实根; ③ $E_{kj}^{(1)}$ 中有部分重根。

对于情况 ① $E_{kj}^{(1)}$ 的 k 个根都不相等, 则一级微扰可以将 k 度简并完全消除, 若要对其进行能量和波函数求解二级、三级近似, 可以先通过 $E_{kj}^{(1)}$ 把其对应的 k 个零级波函数求出, 再把 k 组这样的 $E_n^{(1)} + E_{kj}^{(1)}$ 和 $\Psi_n^{(0)}$ 分别当作无微扰时 H_0 的本征值和本征态, 最后用非简并定态微扰方法求解二级修正或三级修正 (情况如下图所示)。

对于情况 ② 简并完全没有消除, 我们可以按照 3.1 节的思想对 (2.1—7) 式进行进一步的探索来求解能量和波函数的高级修正。

(1) 对 $E_n^{(2)}$ 和 $\Psi_n^{(1)}$ 的求解



$$\text{设: } \Psi_n^{(1)} = \sum_{i=1}^k c_i^{(1)} \phi_i \quad (3.2-1)$$

将(3.2—1)代入式(2.1—7)得:

$$(H_0 - E_n^{(0)}) \Psi_n^{(2)} = (E_n^{(1)} - E^{(1)}) \sum_{i=1}^k c_i^{(1)} \phi_i + E_n^{(2)} \sum_{i=1}^k c_i^{(0)} \phi_i \quad (3.2-2)$$

对上式两边左乘 ϕ_i^* , 并对整个空间积分得:

$$\int \phi_i^* (H_0 - E_n^{(0)}) \Psi_n^{(2)} d\tau = \int \phi_i^* \{ (E_n^{(1)} - H^{(1)}) \sum_{i=1}^k c_i^{(1)} \phi_i + E_n^{(2)} \sum_{i=1}^k c_i^{(0)} \phi_i \} d\tau \quad (3.2-3)$$

上式左边 $\int \phi_i^* (\hat{H}'^{(0)} - E_n^{(0)}) \Psi_n^{(2)} d\tau = \int ([\hat{H}'^{(0)} - E_n^{(0)}] \phi_i)^* \Psi_n^{(2)} d\tau = 0$, 于是(3.2—3)式可以得到

$$\sum_{i=1}^k (\hat{H}'_{ii} - E_n^{(1)} \delta_{ii}) c_i^{(1)} = E_n^{(2)} \sum_{i=1}^k c_i^{(0)} \delta_{ii} \quad (3.2-4)$$

上式中的 $\hat{H}'_{ii}$ 、 $E_n^{(0)}$ 、 $c_i^{(0)}$ 是由(3.1—3)(3.1—4)式可以得知, 这样(3.2—4)是 $c_i^{(1)}$ 为未知量的一次非其次方程组, $E_n^{(2)}$ 为待定参量。要使方程组有解必须使该方程的系数矩 A 阵的秩与增广矩阵 $\bar{A}$ 的秩相等, 即 $r(A) = r(\bar{A})$ 。这样我们就可以求出 $E_n^{(2)}$ 的 k 个 $E_{nk}^{(2)}$ 值。把所求的 k 个 $E_{nk}^{(2)}$ 值分别代入式(3.2—4)可得到一组 $c_i^{(1)}$ 值, 再代入(3.2—1)式即得 $\Psi_n^{(1)}$ 。

(2) 对 $E_n^{(3)}$ 和 $\Psi_n^{(2)}$ 的求解

$$\text{设 } \Psi_n^{(2)} = \sum_{i=1}^k c_i^{(2)} \phi_i \quad (3.2-5)$$

将式(3.2—5)代入式(2.1—8)并两边左乘 ϕ_i 且积分可得

$$\sum_{i=1}^k (\hat{H}'_{ii} - E_n^{(1)} \delta_{ii}) c_i^{(1)} = E_n^{(2)} \sum_{i=1}^k c_i^{(1)} \delta_{ii} + E_n^{(3)} \sum_{i=1}^k c_i^{(0)} \delta_{ii} \quad (2.2-6)$$

再用 $r(A) = r(\bar{A})$ 得到能量三级修正将其代入(2.2—5)式可得波函数二级修正。此种思想可以推广到求解更高级修正。

对于情况③简并只是部分消除, 属于重根的零级波函数并不能完全确定, 必须进一步求解能量的二级修正。在求解能量和波函数的二级或三级修正时不是重根的 $E_n^{(1)}$ 值我们可以按照定态的方法来求解, 而重根部分的 $E_n^{(1)}$ 值所对应的简并态 ϕ 在微扰 $\hat{H}'$ 的作用下可以建立新的久期方程求解该部分的能量和波函数的



二级或三级修正值。这三种情况不是孤立的,在具体问题中他们是可以综合运用的。

4 微扰论方法求解氢原子二级斯塔克效应

氢原子在外电场中,它的哈密顿算符为: $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta^2 - \frac{e^2}{r} + e\xi r \cos\theta$

其中 $\hat{H}^{(0)} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta^2 - \frac{e^2}{r}$, $\hat{H}' = e\xi r \cos\theta$ 。当 $n = 3$ 时, $\hat{H}^{(0)}$ 的本征值为:

$$E_3^{(0)} = -\frac{e^2}{18a_0} \quad (4-1)$$

式中 $a_0 = \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$ 是第一波尔轨道半径。属于这个能级的有九个简并态,它们的波函数是

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \psi_{300} = \left(\frac{1}{3a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left[2 - \frac{4r}{3a_0} + \frac{4}{27}\left(\frac{r}{a_0}\right)^2\right] e^{-\frac{r}{3a_0}} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \\ \phi_2 &= \psi_{310} = \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{2}{27\sqrt{3}} - \frac{r}{81a_0\sqrt{3}}\right) \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{3a_0}} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta \\ \phi_3 &= \psi_{311} = \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{2}{27\sqrt{3}} - \frac{r}{81a_0\sqrt{3}}\right) \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{3a_0}} \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{i\varphi} \\ \phi_4 &= \psi_{31-1} = \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{2}{27\sqrt{3}} - \frac{r}{81a_0\sqrt{3}}\right) \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{3a_0}} \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{-i\varphi} \\ \phi_5 &= \psi_{320} = \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{81\sqrt{15}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{3a_0}} \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2\theta - 1) \\ \phi_6 &= \psi_{321} = \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{81\sqrt{15}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{3a_0}} \left(-\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta \cos\theta e^{i\varphi}\right) \\ \phi_7 &= \psi_{32-1} = \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{81\sqrt{15}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{3a_0}} \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta \cos\theta e^{-i\varphi} \\ \phi_8 &= \psi_{322} = \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{81\sqrt{15}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{3a_0}} \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2\theta e^{2i\varphi} \\ \phi_9 &= \psi_{32-2} = \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{81\sqrt{15}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{3a_0}} \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2\theta e^{-2i\varphi} \end{aligned} \quad (4-2)$$

要求能量的一级修正,须解久期方程。为此先求出 $\hat{H}'$ 在九期方程中各态的矩阵元,由球谐函数的奇偶性,可以看出,除矩阵元 H'_{12} 、 H'_{21} 、 H'_{25} 、 H'_{36} 、 H'_{47} 、 H'_{52} 、 H'_{63} 、 H'_{74} 不为零外,其他矩阵元都为零;所以只要计算这八个矩阵元即可。

$$\begin{aligned} H'_{12} &= H'_{21} = \int \phi_1^* H' \phi_2 d\tau = \int \left(\frac{1}{3a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left[2 - \frac{4r}{3a_0} + \frac{4}{27}\left(\frac{r}{a_0}\right)^2\right] e^{-\frac{r}{3a_0}} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \times e\xi r \cos\theta \times \left(\frac{2}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \\ &\quad \left(\frac{2}{27\sqrt{3}} - \frac{r}{18a_0\sqrt{3}}\right) \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{3a_0}} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta d\tau = \left(\frac{1}{3a_0}\right)^3 \frac{1}{\sqrt{4\pi}} e\xi \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{1}{a} \int_0^{+\infty} \left[2 - \frac{4r}{3a_0} + \frac{4}{27}\left(\frac{r}{a_0}\right)^2\right] \end{aligned}$$



$$\left(\frac{2}{27\sqrt{3}} - \frac{r}{81a_0\sqrt{3}}\right) \times e^{-\frac{2r}{3a_0}} r^4 \int_0^\pi \cos^2\theta \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = -3\sqrt{6}e\xi a_0$$

其中 $d\tau = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$, $dr: 0 \rightarrow +\infty$, $d\theta: 0 \rightarrow \pi$, $d\varphi: 0 \rightarrow 2\pi$ 。

同理 $H'_{25} = H'_{52} = -9\sqrt{3}e\xi a_0$, $H'_{36} = H'_{63} = \frac{9}{2}e\xi a_0$, $H'_{47} = H'_{74} = -\frac{9}{2}e\xi a_0$ 于是该久期方程为

$$\begin{vmatrix} -E_3^{(1)} & -3\sqrt{6}e\xi a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3\sqrt{6}e\xi a_0 & -E_3^{(1)} & 0 & 0 & -9\sqrt{3}e\xi a_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -E_3^{(1)} & 0 & 0 & \frac{9}{2}e\xi a_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -E_3^{(1)} & 0 & 0 & -\frac{9}{2}e\xi a_0 & 0 & 0 \\ 0 & -9\sqrt{3}e\xi a_0 & 0 & 0 & -E_3^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{9}{2}e\xi a_0 & 0 & 0 & -E_3^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{9}{2}e\xi a_0 & 0 & 0 & -E_3^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -E_3^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -E_3^{(1)} \end{vmatrix} \quad (4-3)$$

解得

$$E_{31}^{(1)} = E_{32}^{(1)} = E_{35}^{(1)} = 0$$

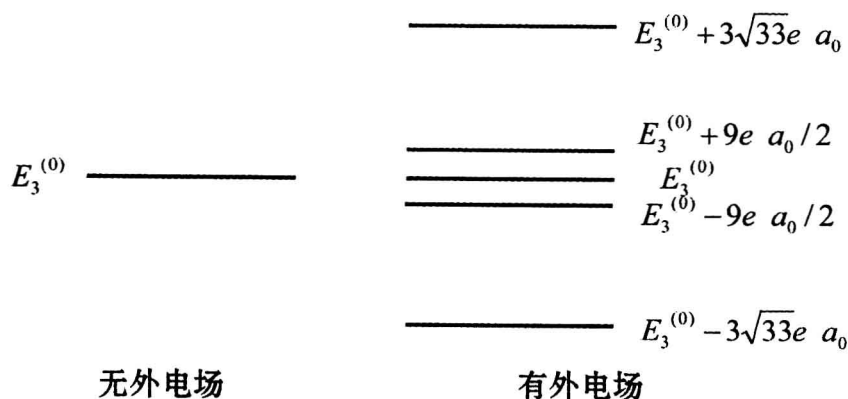
$$E_{33}^{(1)} = E_{36}^{(1)} = \frac{9}{2}e\xi a_0$$

$$E_{34}^{(1)} = E_{37}^{(1)} = -\frac{9}{2}e\xi a_0$$

$$E_{38}^{(1)} = 3\sqrt{33}e\xi a_0$$

$$E_{39}^{(1)} = 3\sqrt{33}e\xi a_0$$

由此可见,在外电场作用下,原来是九度简并的能级,在一级修正中将分裂为五个能级,简并部分的消除。于是我们可以得到在电场中氢原子的能级分裂图如下:

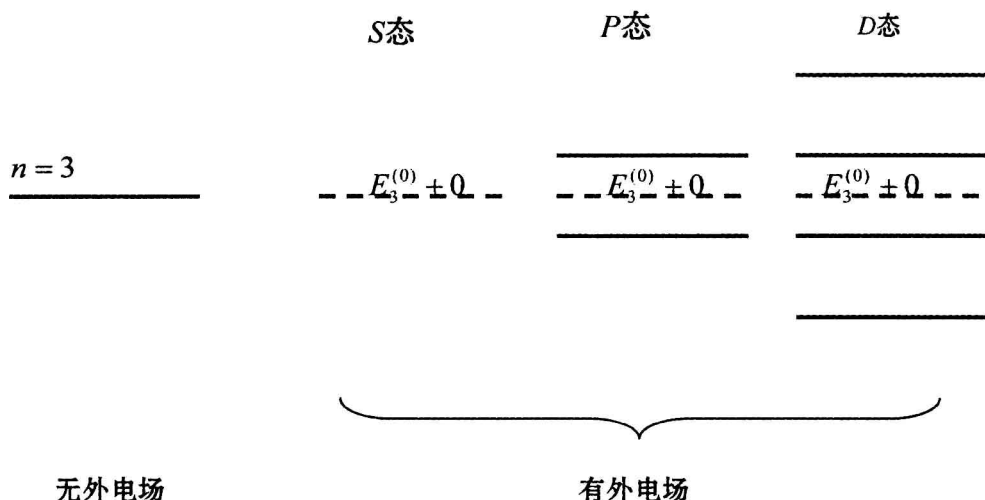




1) 当 $E_{31}^{(1)} = E_{32}^{(1)} = E_{35}^{(1)} = 0$ 时, 解(3.1—3) 式, 得 $c_1^{(0)} = -\frac{3}{\sqrt{11}}c_5^{(0)}, c_2^{(0)} = c_3^{(0)} = c_4^{(0)}c_2^{(0)} = c_3^{(0)} = c_4^{(0)}$
 $= c_6^{(0)} = c_7^{(0)} = c_8^{(0)} = c_9^{(0)} = 0$ 。由归一化得 $c_1^{(0)} = \frac{3}{\sqrt{11}}, c_5^{(0)} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$, 所以对应于能级 $E_3^{(0)} + 0$ 的零级近似波函数是

$$\Psi_{31}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{11}}(3\Psi_{300} - \sqrt{2}\Psi_{320}) \quad (4-4)$$

前面我们讲解了, 如果在求解久期方程的能量 $E_n^{(1)}$ 有部分重根, 则说明简并只是部分消除, 需要继续求解能量的高级修正才可能求解出零级波函数。这里 $E_{31}^{(1)} = E_{32}^{(1)} = E_{33}^{(1)} = 0$, 并不一定是重根他们可能是下图这样的情况:



现在我们以 $\Psi_{31}^{(0)}, E_3^{(0)} + 0$ 为 $H^{(0)}$ 的本征态和本征值于是能量的二级修正值为 $E_3^{(2)} = H'_{3131} = \int \Psi_{31}^{(0)*} \hat{H}' \Psi_{31}^{(0)} d\tau = 0$ 从而以为 $\Psi_{31}^{(0)}$ 零级波函数 H' 为微扰所得的能量至二级近似为:

$$E_3 = E_3^{(0)} + E_3^{(1)} + E_3^{(2)} + \cdots = -\frac{e_s^2}{18a_0} + 0 + 0 + \cdots$$

从上面式子可以看出能量修正值从二级以后都为零, 说明所附加的微扰不足以把 S 态 P 态 D 态磁量子数 $m = 0$ 的能量微扰开。

2) 当 $E_{33}^{(1)} = E_{36}^{(1)} = \frac{9}{2}e\xi a_0$ 时, 解(3.1—3) 式, 得 $c_1^{(0)} = c_2^{(0)} = c_5^{(0)} = c_8^{(0)} = c_9^{(0)} = 0, c_3^{(0)} = c_6^{(0)}, c_4^{(0)} = -c_7^{(0)}$ 。所以对应于能级 $E_3^{(0)} + 9e\xi a_0/2$ 的零级近似波函数是

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_{32}^{(0)} \\ \Psi_{33}^{(0)} \end{array} \right\} = c_3^{(0)}\phi_3 + c_4^{(0)}\phi_4 + c_6^{(0)}\phi_6 + c_7^{(0)}\phi_7 = c_3^{(0)}\Psi_{311} + c_4^{(0)}\Psi_{31-1} + c_6^{(0)}\Psi_{321} + c_7^{(0)}\Psi_{32-1}$$

以 $\hat{H}'$ 为微扰建立久期方程求解能量的二级修正 $E_3^{(2)}$, 采用情况 ③ 来求解能量和波函数, 于是有久期方程



$$\begin{vmatrix} -E_3^{(2)} & 0 & \frac{9}{2}e\xi a_0 & 0 \\ 0 & -E_3^{(2)} & 0 & -\frac{9}{2}e\xi a_0 \\ \frac{9}{2}e\xi a_0 & 0 & -E_3^{(2)} & 0 \\ 0 & -\frac{9}{2}e\xi a_0 & 0 & -E_3^{(2)} \end{vmatrix} = 0 \quad (4-5)$$

解得

$$E_3^{(2)} = \frac{9}{2}e\xi a_0 \quad (\text{二重})$$

$$E_3^{(2)} = -\frac{9}{2}e\xi a_0 \quad (\text{二重})$$

当 $E_3^{(2)} = \frac{9}{2}e\xi a_0$ (二重) 时, 得 $c_3^{(0)}, c_4^{(0)}$ 为不同时等于零的常数, 若 $c_4^{(0)} = 0$ 时零级波函数为

$$\Psi_{32}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{311} + \Psi_{321})$$

若 $c_3^{(0)} = 0$ 时零级波函数为

$$\Psi_{33}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{31-1} + \Psi_{32-1})$$

当 $E_3^{(2)} = -\frac{9}{2}e\xi a_0$ (二重) 时, 得 $c_3^{(0)} = c_4^{(0)} = 0$, 此时零级波函数为零了, 也就是 $E_3 = E_3^{(0)} + \frac{9}{2}e\xi a_0 - \frac{9}{2}e\xi a_0$ 说能量为所对应的波函数为零 (在空间这个位置的几率为零)。故能量 $E_3^{(2)} = -\frac{9}{2}e\xi a_0$ 应舍去。

3) 当 $E_3^{(1)} = E_3^{(1)} = -\frac{9}{2}e\xi a_0$ 时, 解 (3.1—3) 式, 得 $c_1^{(0)} = c_2^{(0)} = c_5^{(0)} = c_8^{(0)} = c_9^{(0)} = 0, c_3^{(0)} = -c_6^{(0)}, c_4^{(0)} = c_7^{(0)}$ 。所以对应于能级 $E_3^{(0)} - 9e\xi a_0/2$ 的零级近似波函数是

$$\left. \begin{matrix} \Psi_{34}^{(0)} \\ \Psi_{35}^{(0)} \end{matrix} \right\} = c_3^{(0)}\phi_3 + c_4^{(0)}\phi_4 + c_6^{(0)}\phi_6 + c_7^{(0)}\phi_7 = c_3^{(0)}\Psi_{311} + c_4^{(0)}\Psi_{31-1} + c_6^{(0)}\Psi_{321} + c_7^{(0)}\Psi_{32-1}$$

同样采用情况③来求解能量和波函数, 有与久期方程 (4—5) 式相同的解。

当 $E_3^{(2)} = \frac{9}{2}e\xi a_0$ (二重) 时, 得 $c_3^{(0)} = c_4^{(0)} = 0$ 应舍去。当 $E_3^{(2)} = -\frac{9}{2}e\xi a_0$ (二重) 时 $c_3^{(0)}, c_4^{(0)}$ 为不同时等于零的常数, 若 $c_4^{(0)} = 0$ 时零级波函数为

$$\Psi_{34}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{311} - \Psi_{321})$$



若 $c_3^{(0)} = 0$ 时零级波函数为

$$\Psi_{35}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{311} + \Psi_{321})$$

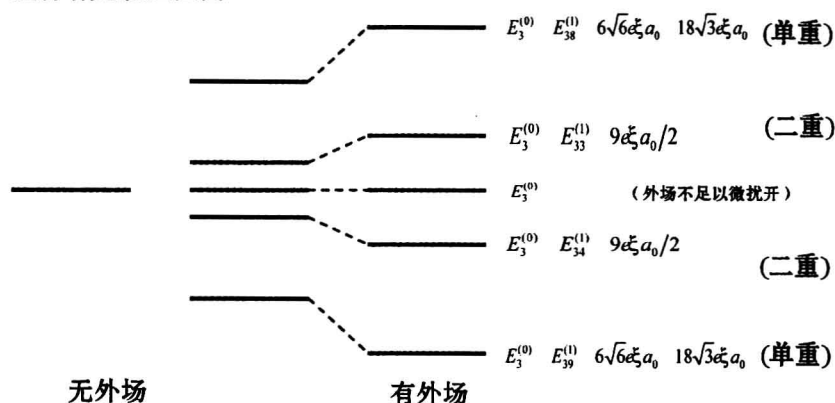
4) 当 $E_{38}^{(1)} = 3\sqrt{33}e\xi a_0$ 时, 解(3.1—3) 式, 得 $c_3^{(0)} = c_4^{(0)} = c_6^{(0)} = c_7^{(0)} = c_8^{(0)} = c_9^{(0)} = 0, c_1^{(0)} = \sqrt{2}k, c_2^{(0)} = -\sqrt{11}k, c_5^{(0)} = 3k$ 。由归一化得 $c_1^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{11}}, c_2^{(0)} = -\frac{1}{\sqrt{2}}, c_5^{(0)} = \frac{3}{\sqrt{22}}$, 所以对应于能级 $E_3^{(0)} + 3\sqrt{33}e\xi a_0$ 的零级近似波函数是

$$\begin{aligned}\Psi_{36}^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{11}}\Psi_{300} - \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_{310} + \frac{3}{\sqrt{22}}\Psi_{320} \\ E_3^{(2)} &= +6\sqrt{6}e\xi a_0 + 18\sqrt{3}e\xi a_0\end{aligned}$$

5) 当 $E_{38}^{(1)} = -3\sqrt{33}e\xi a_0$ 时, 解(3.1—3) 式, 得 $c_3^{(0)} = c_4^{(0)} = c_6^{(0)} = c_7^{(0)} = c_8^{(0)} = c_9^{(0)} = 0, c_1^{(0)} = \sqrt{2}k, c_2^{(0)} = -\sqrt{11}k, c_5^{(0)} = 3k$ 。由归一化得 $c_1^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{11}}, c_2^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}, c_5^{(0)} = \frac{3}{\sqrt{22}}$, 所以对应于能级 $E_3^{(0)} + 3\sqrt{33}e\xi a_0$ 的零级近似波函数是

$$\begin{aligned}\Psi_{36}^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{11}}\Psi_{300} + \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_{310} + \frac{3}{\sqrt{22}}\Psi_{320} \\ E_3^{(2)} &= -6\sqrt{6}e\xi a_0 - 18\sqrt{3}e\xi a_0\end{aligned}$$

所以氢原子二级斯塔克效应图



几点讨论: 1) 的结果中我们在求解能量的二级以后的修正发现能量的修正值为零, 并不意味着该状态波函数的能量修正就只有一级修正值没有二级、三级甚至更高级修正, 而是我们所附加的微扰 H' 不足以把 S 态、P 态、D 态磁量子数 $m = 0$ 的能量微扰开; 对 2)、3) 在相同微扰条件下磁量子数 $m = \pm 1$ 所对应的能量和波函数具有某种对称性结果, 在用上述方法进一步计算它的能量高级修正时所得到的久期方程与(4-5) 式相同能量修正值, 说明附加微扰也不足以把磁量子数 $m = \pm 1$ 所对应的能量二重微扰开; 对于 4)、5) 它们不是重根在处理其能量的高级修正时我们用了非简并定态微扰论的思想。



5 结论

从上面的实例我们可以看到在求解体系能量部分简并时,把微扰论中的非简并与简并方法巧妙地结合起来克服了单一方法的一些缺陷。一方面,在某种程度上它拓宽了这一理论解决实际问题的空间;另一方面,只要保证微扰级数收敛的前提下,加大外加微扰场一定程度上更容易得到能量的高级修正,从而可以得到更接近真实解的波函数。总之,用上述方法对我们求解更高精度的修正值是有重要意义的。比如,超精细能级分裂的计算,粒子物理与核物理中涉及组分湮灭的衰变概率的计算都需要一个高精度近似真实值的波函数,这是考验波函数局部行为的一个物理量。因此,无论从教学角度还是科研工作考虑,这种方法有值得学习和推广。

参考文献

- [1] 百度百科. 科学发展观[OL]. <http://baike.baidu.com/view/15952.htm>.
- [2] 温家宝. 在剑桥大学演讲:用发展的眼光看中国[OL]. <http://tv.people.com.cn/GB/61600/8736377.html>.
- [3] 曾谨言. 量子力学(第3版):第1卷.[M]. 北京:科学出版社. 2000,1.
- [4] 周世勋. 量子力学教程[M]. 北京:高等教育出版社. 1979,2.
- [5] 钱伯初,曾谨言. 量子力学学习题精选与剖析(第2版(上册))[M]. 北京:科学出版社. 1999,1.
- [6] 张永德. 量子力学[M]. 北京:科学出版社,合肥:中国科学技术大学出版社. 2005.
- [7] 王文正,柯善哲,刘全慧. 量子力学朝花夕拾—教与学篇[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [8] 余正光,王飞燕. 线性代数(大学数学考研清华经典备考教程)[M]. 北京:清华大学出版社,2005,2.
- [9] 王正行. 近代物理学[M]. 北京:北京大学出版社. 1995,1.
- [10] 刘自信,王学雷,赖振讲,万陵德. 量子力学考研指导与习题精析[M]. 北京:科学出版社. 2006,8.

指导教师评语

论文选题符合专业培养目标。作者在介绍定态微扰论基本理论基础基础上,深入研究了非简并定态微扰下波函数的三级修正和简并定态微扰下能量的三级修正和波函数的二级修正,并将研究结果用于分析氢原子二级斯塔克效应,取得较好效果。论文反应作者基础理论扎实,研究思路清晰。论文结构清楚,层次分明,语言文字通顺,图表格式规范,已达到本科毕业论文水平。

指导教师:陈世国(教授)



“导体通电时发热的规律”演示 实验做法及仪器自制探究

物理学 肖心举

摘要:高中新课程试用教材对选修1-1第24页的演示实验“导体通电时发热的规律”的具体要求并没有明确地指出,特别是对该实验的做法以及需要的器材没有说明。通过对该演示实验的实验方案的设计、仪器材料的选取与制作、实验技巧等方面进行研究,得出如何做才能使“导体通电时发热的规律”演示实验效果更好以及做该实验可能存在问题提出自己的见解。

关键词:通电导体;发热规律;演示实验;仪器的设计;仪器的制作;实验技巧

Abstract: Elective 1-1 on p. 24 of the demonstration experiment in the new high school curriculum materials "heat conductor of electricity" is no clear for specific requirements, in particular the experimental approach and Equipment needs. Through the demonstration experiments in the design, equipment selection and production of materials, experimental techniques to study how to draw the "heat conductor of electricity" better demonstration experiment and do the experiment that may exist question his own views.

Keywords: power conductors, heat law, demonstration experiment, instrument design, making equipment, experimental techniques

引言

新课程改革中的演示实验占高中实验的比例,较以前有很大的增加,尤其是物理学科。物理新课程中所有新增的演示实验其大部分都是以前的版本未出现的,而新教材中对这些实验的做法、器材的选取等等都未有所说明。如果能对这些实验进行定性、定量的研究,其结果不仅能给同行提供帮助,而且对自己以后的教学,也会产生极大的影响。同时,还能对新课程的顺利实施提供实践意义上的参考。

探究式实验教学法是新一轮的教学改革极为推崇的教学法。做好演示实验的研究,对提高教学质量,引导学生理论联系实际,都有较高的指导意义。

本文将对新课程中选修1-1“研究导体通电时发热的规律”的演示实验作较详细的研究。

1 实验分析

1.1 教材位置及要求

演示实验“研究导体通电时发热的规律”在新课程试用教材选修1-1第24页。教材对实验的要求没有详细地说明,还需要所有的任课老师自行设计。

该演示实验位于选修1-1第一章第六节“电流的热效应”之中,旨在利用该实验引导学生探索“导体通电发热的多少与哪些因素有关,有什么关系”的问题。教材中的要求是“分别将阻值不同的电阻丝放在质量相等的煤油里,再串联起来,通过变阻器、开关连接到电源”,最后得出“电流通过导体产生的热量,跟电流的



二次方成正比,跟导体的电阻、通电时间成正比”,此即焦耳定律。

1.2 研究动态

通过对刊物的仔细查阅,发现只有黄孝生老师在《探究式实验设计的思维方法》一文中有一段简短的文字提及该实验:《探究式实验设计的思维方法》一文说:“新编物理实验教材在探究焦耳定律关于电流通过导体产生的热与电阻的关系时,……这个实验的设计就用了转换法的思维方法:电阻产生的热量越多,煤油上升的温度就越高,温度计的液柱上升就越高,从而把看不见的热直观地显现出来。但这个实验也有不足之处:由于温度计的液柱很细,中后排的学生看不见。为此,我们仿此思维方式改进了这个实验:用有机玻璃板制作两个相同的封闭的长方体,其中分别放上阻值不同的电阻丝串联好,在每个长方体的顶盖上挖一个小孔,分别用胶管与压强计相连,如图1所示。通电后可以明显的观察到压强计U形管中红水柱分别以肉眼可以区分的速度上升,断电后左右两个压强计出现不同的水柱差。增大了实验的可见度,减少了使用煤油的麻烦,起到了良好的探究效果。”

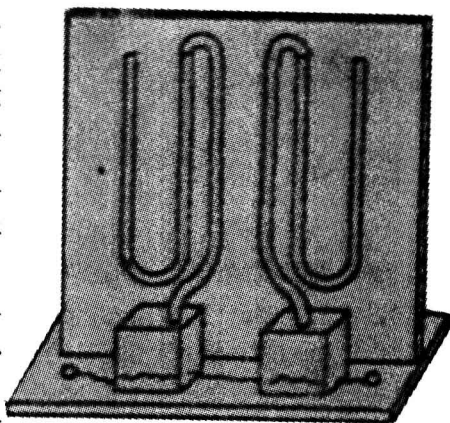


图1

此文提供了一种思维方法和一种实验方案,但对实验仪器的设计、选材、制作、实验等过程并没有详细的过程。

第一、用玻璃板制用两个相同的封闭的长方体,长方体的规格不曾提及;

第二、分别放上电阻值不同的电阻丝串联好,两根电阻丝的阻值分别为多少时,效果最明显不曾提及;

第三、在每个长方体的顶盖上挖一个小孔,小孔大小不曾提及;

第四、用胶管与压强计相连,压强计的规格不曾提及。

除此之外,笔者并根据作者的思想做该实验时,发现所提及的实验方案还有以下几点缺陷:

第一、做完一次实验后,热水冷却需要很长的时间,如果需要马上做第二次实验,必须将热水换掉;

第二、没有较好的换水装置,换水时需要将胶管拔掉,操作不便;

第三、该实验仪器只有两根电阻丝串联的情况,并无法改变电阻丝阻值的大小。

1.3 研究的思路及方法

综合以上几点,笔者对该实验设计方案作一些改动,设计一个教学演示仪器,并将其制作出来,使之更具演示便捷的效果,解决以上所提及的问题。

2 演示实验仪器的设计与制作

2.1 教学演示仪的设计及选材

演示仪器一共分为四个部分,即底座、电热丝发热装置、气压计、换水水槽。

如图2所示为还没有安装发热装置的仪器透视图。

2.1.1 底座

底座都用黄色(不一定用此颜色)、厚度为3mm的塑料板粘接而成,面板长40cm,宽35cm。面板下面的基脚部分高8.5cm,沿着面板的边沿向内收了2.5cm,如图3所示。底座后面开了一个宽12.5cm,长21cm的缺口,用于放置换水出水槽。在缺口正上方,是一个高25cm的架子,用于放置换水进水槽。支撑架子的左右两块塑料板分别用两根玻璃管连接起来,套有两个止水夹,用来控制换水的胶管,如图4所示。架子的右边是两个用有机玻璃板封起来的接线柱,用于接外电源。底座的前面是个平台,可以放置电热丝发热装置。与电阻丝相连的导线可由平台上的小孔穿过,并将其隐藏在基脚内部。平台的右边是启动发热装置的双刀双掷开关,可以控制两个烧瓶内电阻丝的串联或并联状态,如图5所示。

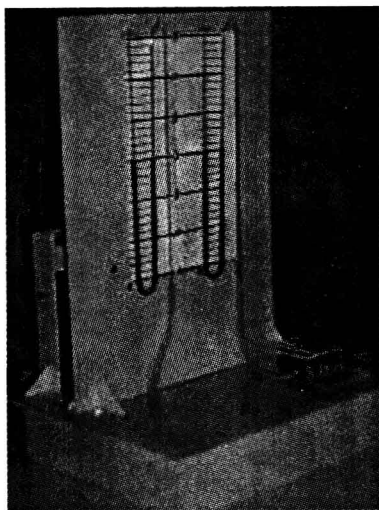


图2 没有安装发热装置的仪器透视图

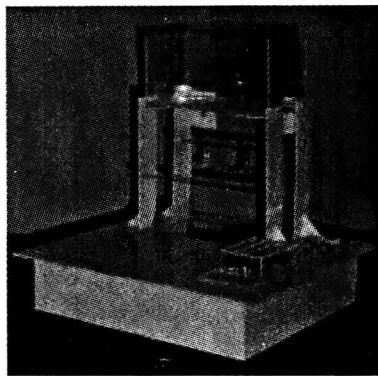


图3 底座透视图一

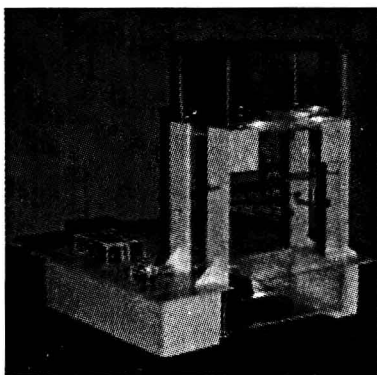


图4 底座透视图二

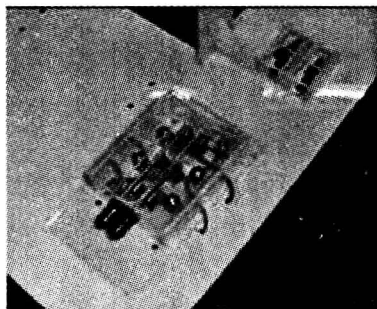


图5 接线柱和双刀双掷开关

2.1.2 电热丝发热装置

该装置由两个广口烧瓶组成,烧瓶的外径为7cm,高为15cm,分别装有不同的阻值的电热丝,其中一个瓶内为200W的一根,另一个瓶内由两根200W的串联而成。电阻丝的两端都分别封装在外径为6mm、内径为5mm的玻璃管内。烧瓶的瓶塞为12号橡皮塞,上面打有6个小孔,分别用于插入平衡大气压的玻璃管、与压强计相连的玻璃管、换水进水管、换水出水管和封装电阻丝的玻璃管,如图6所示。其中与压强计相连的玻璃管外径为6mm、内径为5mm,平衡大气压的玻璃管、换水进水管、出水管都是外径为7mm、内径为6mm的玻璃管,平衡大气压的玻璃管、和压强计相连的玻璃管穿过橡皮塞后,与其下部齐平,进水管与出水管则插入烧瓶的底部。

2.1.3 气压计

气压计用内、外径分别为5mm、6mm的玻璃管弯折而成。玻璃管长约1m,分别弯成约33cm长的三节,形成两个“U”形管。在其中一个“U”形管内注入红墨水,形成高度为15cm的红墨水柱,用有机玻璃固定在黄色的塑料板上,塑料板宽35cm,高42.89cm,如图7所示。

塑料板上打有四个口径为7mm的小孔,其中两个较高,换水进水管刚好可以穿过并与上水槽相连,另外两个较低,换水出水管可以穿过并与下水槽相连。在气压计与塑料板之间的空隙中,装有用白纸画的最小单位为“cm”的刻度尺,其零刻度与“U”形管中的红墨水柱相平,最大量程为15cm。

气压计的底部由胶管与电热丝发热装置相连。

2.1.4 换水水槽

换水水槽位于气压计的后面,分为上下两个水槽,用透明有机玻璃板粘接而成。

上面的水槽为换水进水槽,长21cm,宽10cm,高10cm,底部有两个口径为7mm的小孔,用胶管与电热丝