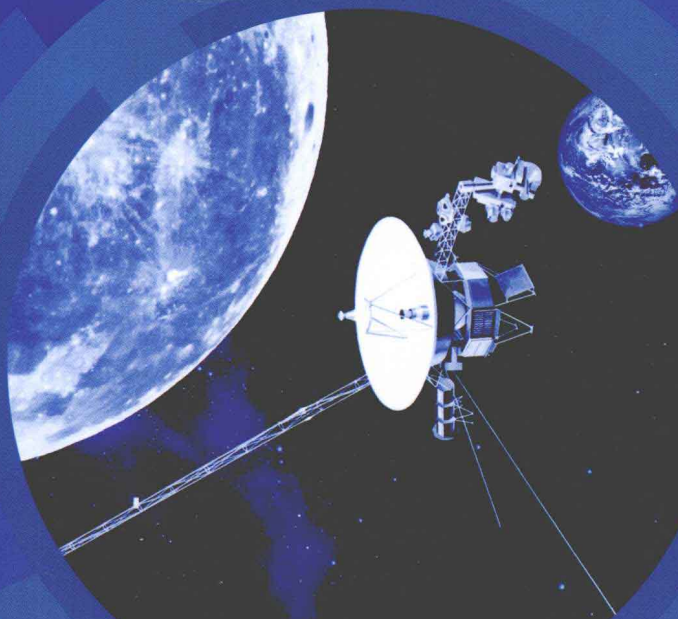




普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理 (下册)

主 编 万 雄 余达祥



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理

(下册)

主 编 万 雄 余达祥
副主编 熊文林 易江林 程小金
主 审 陈学岗

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书分为上、下两册,共6篇,17章.上册内容包括力学、电磁学、相对论及天体物理学,下册内容包括波动光学、热学、量子物理.本书针对大学物理传统内容进行适当的调整,删减及压缩了经典力学部分,补充了流体力学的内容,增加了广义相对论、天体物理、粒子物理的基础知识,阅读材料紧跟大学物理在现代热点科研方向的应用,丰富了教材的内容.

本书层次分明、突出应用,适合工科院校各专业“大学物理”教学的需要,书中各章节均有相应的难易程度不同的例题,可作为工科院校“大学物理”课程的教材.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理.下册/万雄,余达祥主编. —北京:科学出版社,2012
普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-03-033102-1

I. ①大… II. ①万… ②余… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 269552 号

责任编辑:窦京涛 杨 然 / 责任校对:宋玲玲
责任印制:张克忠 / 封面设计:迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年1月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2012年1月第一次印刷 印张:26 1/2

字数:660 000

定价:52.00元(上、下册)

(如有印装质量问题,我社负责调换)

目 录

第四篇 波动光学

第十章 振动与波动	1
第一节 简谐振动的描述	2
第二节 简谐振动的动力学方程	6
第三节 阻尼振动和受迫振动	8
第四节 简谐振动的合成	12
第五节 机械波的产生及描述	14
第六节 简谐波波动方程	15
第七节 弹性介质中的波速	17
第八节 波的能量	20
第九节 惠更斯原理	21
第十节 波的叠加 驻波	22
第十一节 声波	26
第十二节 多普勒效应	26
习题	30
第十一章 光的干涉	38
第一节 光的波动性质	40
第二节 分波阵面干涉	44
第三节 光的时空相干性	47
第四节 光程	48
第五节 等厚干涉	50
第六节 等倾干涉	53
第七节 迈克耳孙干涉仪	55
习题	56
第十二章 光的衍射	61
第一节 光的衍射现象	62
第二节 单缝夫琅禾费衍射	63
第三节 光栅衍射	69
第四节 X 射线衍射	75
第五节 光学仪器的分辨本领	77
习题	79

第十三章 光的偏振	83
第一节 光的偏振现象	83
第二节 偏振片起偏和检偏	85
第三节 反射和折射引起的偏振	87
第四节 由双折射引起的偏振	90
第五节 散射引起的偏振	91
第六节 旋光现象	92
习题	93

第五篇 热 学

第十四章 气体动理论	102
第一节 分子热运动的基本认识 统计规律性	103
第二节 平衡态 理想气体模型 统计假设	106
第三节 理想气体的压强 温度公式	108
第四节 能量均分定理 理想气体的内能	110
第五节 麦克斯韦气体分子速率分布律	113
第六节 气体分子的平均碰撞频率和平均自由程	118
第七节 热力学第二定律统计意义	119
第八节 耗散结构简介	121
第九节 热泵技术原理与发展	125
习题	127
第十五章 热力学基础	131
第一节 功、热量、热力学第一定律	131
第二节 准静态过程及其功和热量的计算	132
第三节 热力学第一定律在理想气体各等值过程中的应用	136
第四节 绝热过程	138
第五节 循环过程	141
第六节 卡诺循环	142
第七节 热力学第二定律	145
习题	148

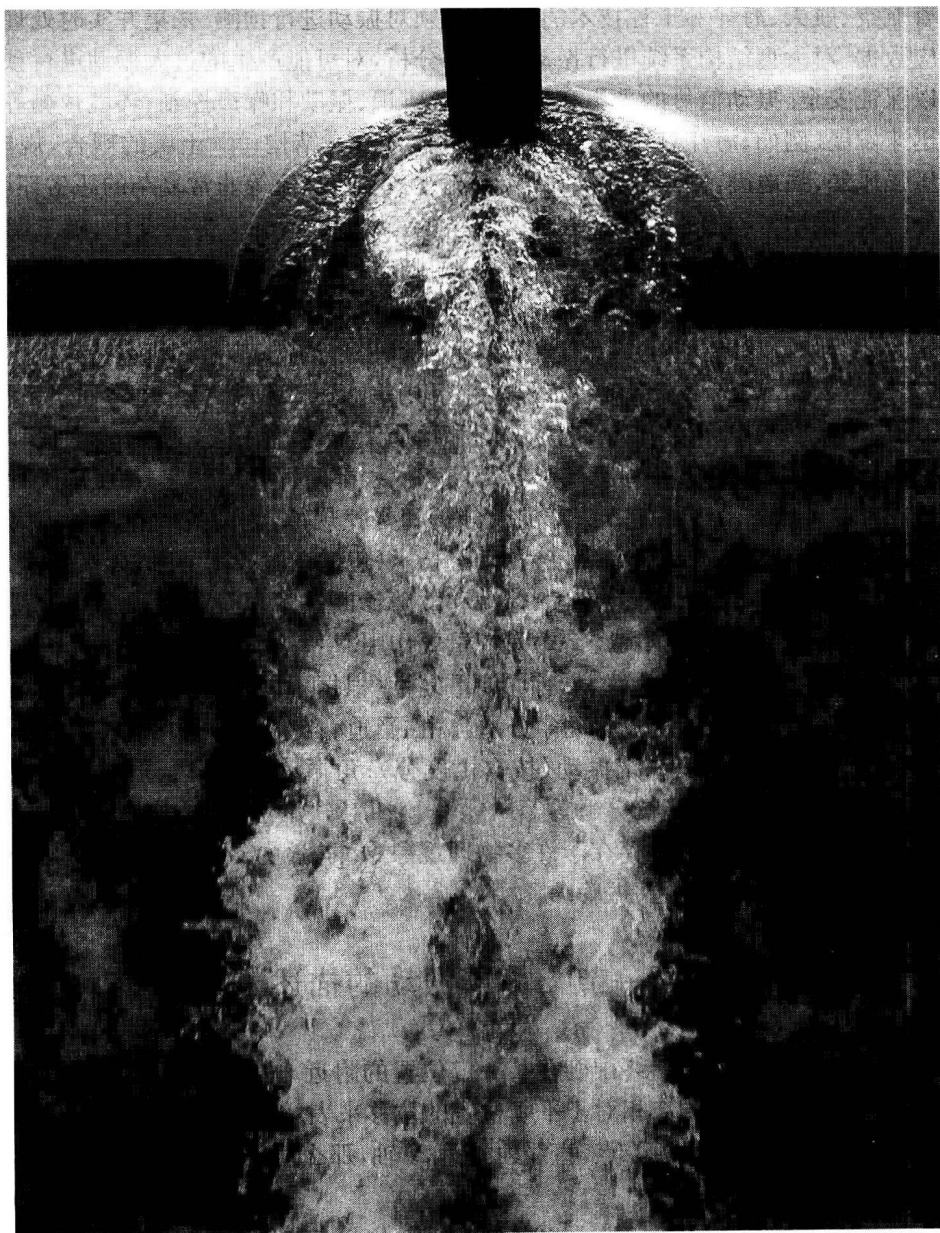
第六篇 量子物理

第十六章 量子力学基础	152
第一节 黑体辐射 普朗克公式	152
第二节 光电效应 爱因斯坦光子假设	155
第三节 康普顿效应	159
第四节 玻尔氢原子理论	162

第五节 微观粒子的波粒二象性·····	167
第六节 海森伯不确定关系式·····	169
第七节 波函数·····	173
第八节 薛定谔方程·····	176
第九节 两个简单定态问题的主要结论·····	177
第十节 量子力学对氢原子的应用·····	180
复习思考题·····	183
习题·····	183
第十七章 粒子物理简介·····	186
第一节 原子核的基本性质·····	186
第二节 原子核的放射性衰变·····	194
第三节 核反应、核裂变与核聚变 ·····	198
第四节 粒子物理简介·····	202
习题·····	205
参考文献·····	206

第四篇 波动光学

第十章 振动与波动



图片说明：一架飞机机翼顶端产生的涡旋中的湍流

振动是物质运动时产生的现象. 物体在某一确定位置附近做来回往复的运动称为机械振动. 例如, 钟摆、发声体、开动的机器、行驶中的交通工具都有机械振动. 广义地说, 一切物理量, 包括非机械量的温度、电量、场强等量在一定值附近反复变化的过程均是振动. 例如, 交流电压、电流的变化, 无线电波电磁场的变化, 等等. 因此振动是自然界及人类生产实践中经常发生的一种普遍运动形式.

振动早期源于数理、天文等自然科学, 其后振动的研究紧密结合工程技术应用, 形成了机械振动、气动弹性、液动弹性、结构动力学、随机振动、非线性振动、动态测试、动态信号处理、模态分析、故障诊断、振动与噪声控制等学科.

随着航空、航天、海洋等工程技术的发展, 必须对振动进行预测、采集并实时处理运行过程的响应数据. 对大型结构系统进行振动和噪声分析, 对可能产生的过大振动进行预测并加以避免以保证安全. 振动信号的采集和处理、系统辨识、振动和噪声控制、环境预测等新分支得到了迅速发展. 例如, 海洋工程和平台, 它包括流体——结构——土壤的耦合, 规模庞大, 它要经历强风暴、强地震, 剧烈变化的波浪、海流、泥石流、水流等非常复杂的恶劣环境, 建设耗资十分巨大, 振动工程面临这样庞大而又复杂的工程问题, 不仅要从设计、施工期间预测振动及噪声、控制振动和噪声, 而且要在使用期间随时进行振动和噪声的监测, 预测和诊断故障, 排除故障, 以防患于未然. 又如运输包装的抗振动和冲击以及精密机械精度的提高, 电子设备的稳定运行等都涉及振动工程这门学科. 振动工程的研究对象涉及工农业技术的各个领域, 如机械工程、铁路和公路交通工程、航空和宇航工程、船舶工程、土木建筑工程、电信和电力工程、计算机工程、声学工程、地球物理和地质工程、生物医学工程、核工程和军事科学、天文气象、海洋科学等, 几乎所有的科学部门和工程部门都要用到它, 甚至人类社会活动中的各种现象也可用振动工程的方法来加以分析和寻找规律, 它的规模越来越庞大. 因此, 振动工程包括振动、冲击、波动、噪声和各种动态技术(包括试验技术、测试分析技术、计算技术、信号和信息处理技术、自动控制技术、检测和故障诊断技术以及试验设备和材料动力性能等方面)的研究已越来越在国民经济中发挥重要作用.

机械振动的特点是有平衡位置, 具有周期重复性. 根据不同的分类标准, 机械振动可分为: 简谐、非简谐、随机振动(按振动规律分); 自由、受迫、自激、参变振动(按产生振动原因分); 单自由度系统、多自由度系统振动(按自由度分); 角振动、线振动(按振动位移分); 线性、非线性振动(按系统参数特征分); 等等.

简谐振动是最基本的振动, 存在于许多物理现象中. 本章主要研究简谐振动的规律, 也简单介绍阻尼振动、受迫振动、共振等.

第一节 简谐振动的描述

任何机械振动的物体, 都始终徘徊在某一定位置的附近, 这个位置称为平衡位置. 在振动的研究中, 我们常用振动质点相对于平衡位置的位移来表示振动质点的位置. 一个做直线振动的质点, 如果取平衡位置为原点, 直线轨迹为 X 轴, 那么质点位移 x 按余弦(或正弦)函数规律随时间 t 变化, 即

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (10-1)$$

这样的振动称为简谐振动, 简称谐振动.

一、描述简谐振动的物理量

(一) 振幅

式(10-1)中, A 表示质点离开平衡位置($x=0$)的最大位移的绝对值, 称为简谐振动的振幅, 它反映了振动的幅度及空间范围.

(二) 周期和频率

余弦函数具有周期性, 在式(10-1)中, 若用 $t+T, t+2T, \dots$ 代替 t , 即

$$x = A\cos(\omega t + \phi) = A\cos[\omega(t+T) + \phi] = A\cos(\omega t + \omega T + \phi) \quad (10-2)$$

令

$$\omega T = 2\pi \quad (10-3)$$

则所得的 x 量值不变. 也就是说, 每隔一段时间 T , 运动重复一次. 这个固定的时间间隔 T 表示了质点做一次完全简谐振动所经历的时间, 称为简谐振动的周期.

由式(10-3), 有

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (10-4)$$

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (10-5)$$

式(10-4)中, ω 表示 2π 秒内的振动次数, 称为圆频率或角频率. 式(10-5)中, ν 表示单位时间内的振动次数, 称为频率. ω 和 ν 反映了简谐振动的快慢程度.

(三) 相位

式(10-1)中, $\omega t + \phi$ 称为简谐振动的相位, 而把当 $t=0$ 时的相位 ϕ 称为初相位.

在振动的研究中, 相位的概念很重要. 质点的振动状态当然可以用位置和速度来表征, 但常用的却是一种更方便的方法, 即用相位来表征振动状态. 质点在一个振动周期中所经历的状态没有一个是相同的, 这相当于相位经历着从 0 到 2π 的变化.

图 10-1 画出了简谐振动的位移时间曲线, 在 a, b 两时刻, 虽然质点的位移相同, 但并不是相同的状态, 因为速度不同. 因此, 质点在 a, b 时刻的相位也不同. 只有在另一个周期中才能找到 c , 质点在 a 与 c 的振动状态完全相同, 也就是说, 不仅位移相同, 速度也相同. 对于一个做简谐振动的质点来说, 凡是位移和速度都相同的状态, 它们所对应的相位相差 2π 或 2π 的整数倍, 每相差 2π 在时间上相当于相隔一个周期.

可见, 相位 $\omega t + \phi$ 反映了质点在时刻 t 时的运动状态(位置和速度). 初相位 ϕ 反映了质点在初始时刻 $t=0$ 的运动状态.

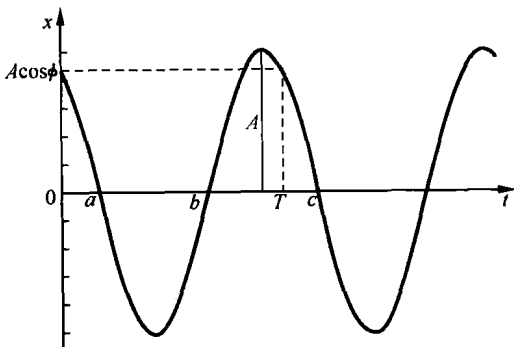


图 10-1

相位还可以用来比较两个同频率的简谐振动的步调. 设有两个同频率的简谐振动

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

它们的相位差为

$$\Delta\phi = (\omega t + \phi_1) - (\omega t + \phi_2) = \phi_1 - \phi_2 \quad (10-6)$$

即相位差等于初相差. 相位差 $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ 可正可负, 相应地我们说振动 1 比振动 2 超前或落后(因为相位的周期为 2π , 所以把 $|\Delta\phi|$ 限定在 π 以内进行比较).

当 $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = 0$, 如图 10-2(a) 所示, 两个振动的步调完全一致, 称这两个振动同相或同步.

当 $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \pm\pi$, 如图 10-2(b) 所示, 两个振动的步调完全相反, 称这两个振动反相.

当 $-\pi < \Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 < \pi$, 如图 10-2(c) 所示, 则当 $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 > 0$, 称振动 1 超前振动 2 $\Delta\phi$; 反之, 则称振动 1 落后振动 2 $|\Delta\phi|$.

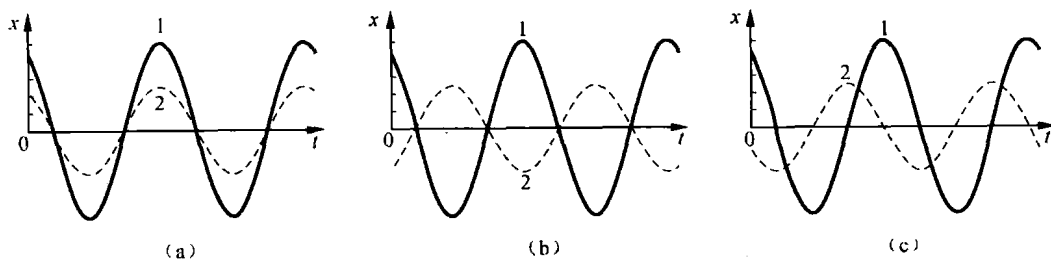


图 10-2

二、描述简谐振动的旋转矢量图

为了直观地描述简谐振动, 引入旋转矢量图描述方法. 简谐振动的方程 $x = A \cos(\omega t + \phi)$,

根据几何学原理可以把它看作一旋转着的矢量 A 在 x 轴上的投影.

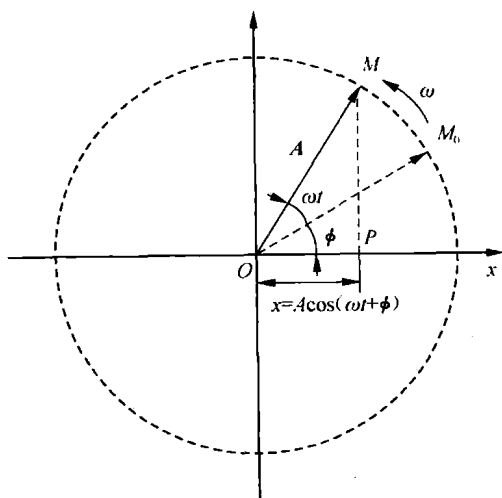


图 10-3

如图 10-3 所示, 首先过坐标原点 O 建立 x 坐标, 再由 O 点作一个矢量 $\vec{OM}$, 它的长度等于振幅 A , 这个矢量也称为 A 矢量, 该矢量以数值等于角频率 ω 的角速度绕 O 点做逆时针匀速转动. $t=0$ 时, 矢量 $\vec{OM}$ 与 x 轴的夹角等于简谐振动的初相位 ϕ . 在任意时刻 t , 矢量 $\vec{OM}$ 与 x 轴的夹角等于简谐振动在该时刻的相位 $\omega t + \phi$, 这时矢量 $\vec{OM}$ 的末端在 x 轴上的投影点 P 的位移是 $x = A \cos(\omega t + \phi)$, 与式 (10-1) 相同. 由此可知, 矢量 $\vec{OM}$ 做匀速转动时, 其端点 M 在 x 轴上的投影点 P 做简谐振动. 矢量 $\vec{OM}$ 转动一周, 相当于振动一个周期.

因此, 旋转矢量图可直观地表示简谐振动的三个物理量. 旋转矢量的长度表示振动的振幅; 矢量旋转的角速度等于振动的角频率; 矢量与 x 轴的夹角表示振动的相位.

三、简谐振动的速度和加速度

把式(10-1)对时间 t 求导数,得到简谐振动的速度为

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) = \omega A \cos\left(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (10-7)$$

再把速度对时间 t 求导数,得到简谐振动的加速度为

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = \omega^2 A \cos(\omega t + \phi + \pi) \quad (10-8)$$

从式(10-7)、式(10-8)可知,做简谐振动的质点,其振动的速度和加速度也做同频率的简谐振动. 式(10-7)中, ωA 称为**速度振幅**, 速度相位比位移相位超前 $\pi/2$; 式(10-8)中, $\omega^2 A$ 称为**加速度振幅**, 加速度相位比速度相位超前 $\pi/2$ 、与位移反相.

比较式(10-1)与式(10-8)可得

$$a = -\omega^2 x \quad (10-9)$$

或

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x, \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (10-10)$$

说明简谐振动的加速度与位移成正比而反向,这是简谐振动的运动学特征.

例 10.1 如图 10-4(a) 所示,一质点在 x 轴上做简谐振动,选取该质点向右运动通过 A 点时作为计时起点($t=0$),经过 2s 后质点第一次经过 B 点,再经过 2s 后质点第二次经过 B 点,若已知该质点在 A 、 B 两点具有相同的速率,且 $\overline{AB}=10\text{cm}$,求:(1) 质点的振动方程;(2) 质点在 A 点处的速率.

解 由旋转矢量图和 $|v_A| = |v_B|$ 可知 $T/2 = 4\text{s}$

$$T = 8\text{s}, \quad \nu = (1/8)\text{s}^{-1}, \quad \omega = 2\pi\nu = (\pi/4)\text{s}^{-1}$$

(1) 以 $\overline{AB}$ 的中点为坐标原点, x 轴指向右方.

$$t=0 \text{ 时}, \quad x = -5\text{cm} = A \cos \phi$$

$$t=2\text{s 时}, \quad x = 5\text{cm} = A \cos(2\omega + \phi) = -A \sin \phi$$

由上两式解得

$$\tan \phi = 1$$

因为在 A 点质点的速度大于零,所以 $\phi = -3\pi/4$ 或 $5\pi/4$ [图 10-4(b)]

$$A = x / \cos \phi = 5\sqrt{2}\text{cm}$$

所以振动方程

$$x = 5\sqrt{2} \times 10^{-2} \cos\left(\frac{\pi t}{4} - \frac{3\pi}{4}\right) (\text{SI})$$

(2) 速率

$$v = \left| \frac{dx}{dt} \right| = \left| \frac{-5\sqrt{2}\pi \times 10^{-2}}{4} \sin\left(\frac{\pi t}{4} - \frac{3\pi}{4}\right) \right| (\text{SI})$$

当 $t=0$ 时,质点在 A 点

$$v = \left| \frac{dx}{dt} \right| = \left| \frac{-5\sqrt{2}\pi}{4} \times 10^{-2} \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) \right| = 3.93 \times 10^{-2} (\text{m/s})$$

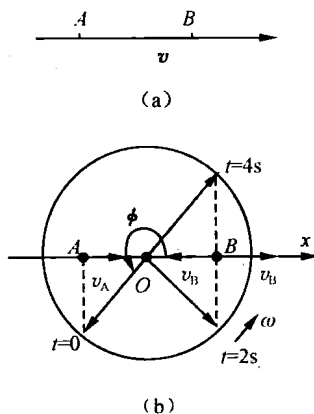


图 10-4

第二节 简谐振动的动力学方程

本节我们从动力学的观点分析几个具体的振动实例,从而确定振动物体做简谐振动的条件.做简谐振动的物体,通常称为谐振子.这个物体,连同对它施加回复力的物体一起组成的振动系统,称为谐振系统.

一、弹簧振子

在研究振动时,人们提出了弹簧振子的模型.一个由质量可以忽略的弹簧和一个不变形的刚体组成的振动系统,即一个弹簧振子.现讨论弹簧振子在水平面内的振动,如图 10-5 所示.一质量不计的弹簧左端固定,右端系一个刚体,并限制在光滑水平面内运动,把物体向左略加移动,然后放开,这时物体将做无阻尼振动.

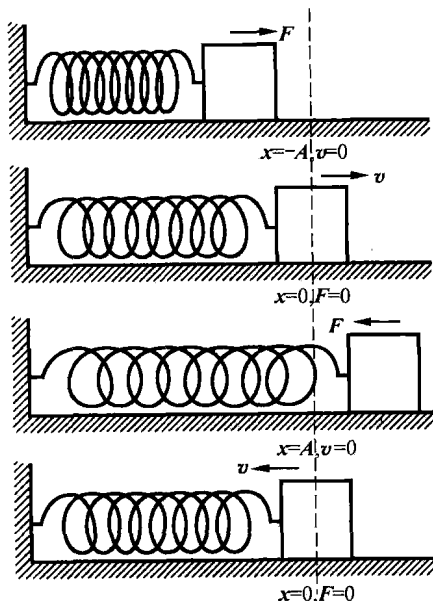


图 10-5

取平衡位置(物体所受弹性力为零的位置)为坐标原点 O ,水平向右为 x 轴正向.根据胡克定律,物体所受的弹性力 F 与弹簧的伸长即物体离平衡位置的位移 x 的关系为

$$F = -kx \quad (10-11)$$

式中, k 为弹簧的倔强系数,负号表示弹性力与位移的方向相反.

设物体的质量为 m ,根据牛顿第二定律,物体的瞬时加速度为

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x \quad (10-12)$$

令

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad (10-13)$$

则此弹簧振子的振动满足简谐振动运动学方程(10-9),也就是说其振动为简谐振动.由式(10-13)可得弹簧振子的振动周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (10-14)$$

因此,振动周期(角频率)取决于弹簧振子本身的性质,即物体的质量与弹簧的倔强系数.在角频率已定的条件下,弹簧振子还可以做振幅不同、初相位不同的简谐振动.其振幅 A 和初相位 ϕ 是由初始条件(初始位移和速度)决定的.当 $t=0$ 时,有

$$x_0 = A\cos\phi, \quad v_0 = -A\omega\sin\phi \quad (10-15)$$

可得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (10-16a)$$

$$\phi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \quad (10-16b)$$

二、单摆

如图 10-6 所示,一根长为 l 不会伸缩的细线,上端固定,下端悬挂一个很小的质量为 m 的重物,把重物略加移动后就可在此竖直平面内来回摆动,这种装置称为单摆.当摆线竖直时,重物所受重力和线的拉力相等,重物处于平衡位置 O .当摆线与竖直方向成夹角 θ 时,重物所受合力沿运动圆弧轨迹的切线,它可表示为

$$f = mg \sin \theta \quad (10-17)$$

当 θ 很小时 (5° 以下),有 $\sin \theta \approx \theta$,并考虑到力的方向,式 (10-17) 可表示为

$$f = -mg\theta \quad (10-18)$$

表明 f 起回复力的作用,它和角位移 θ 成正比且反向.该力与弹性力类似,但本质不同,称为准弹性力.在轨迹切向运用牛顿第二定律

$$a_\tau = \frac{f}{m} = -g\theta \quad (10-19)$$

再根据切向加速度与角加速度之间的关系

$$a_\tau = l\beta = l \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (10-20)$$

将式 (10-19)、式 (10-20) 联立可得

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta = -\omega^2\theta \quad (10-21)$$

可知当单摆在摆角很小时,其摆角 θ 的变化规律符合简谐振动运动学方程 (10-9) 的形式,即此时单摆做简谐振动.单摆简谐振动的角频率与周期分别为

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (10-22)$$

表明单摆的振动周期完全取决于振动系统本身的性质,即摆长 l 和重力加速度 g .

三、简谐振动的能量

做简谐振动的系统,除具有动能之外,还具有势能.以弹簧振子为例,振动物体的动能为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (10-23)$$

取系统在平衡位置时的弹性势能为零,则弹性势能为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad (10-24)$$

说明简谐振动系统的动能和势能都是时间的函数.动能最大时,势能为零;势能最大时,动能为零.弹簧振动的总能量为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad (10-25)$$

即总能量在振动过程中保持恒定.简谐振动的总能量和振幅的平方成正比,该结论对任一谐振系统都适用.

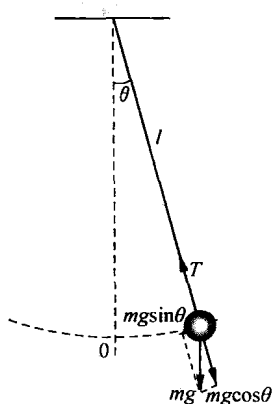


图 10-6

例 10.2 一质点做简谐振动,其振动方程为

$$x = 6.0 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{1}{3}\pi t - \frac{1}{4}\pi\right) \quad (\text{SI})$$

(1) 当 x 值为多大时,系统的势能为总能量的一半? (2) 质点从平衡位置移动到上述位置所需最短时间为多少?

解 (1) 势能 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$, 总能量 $E = \frac{1}{2}kA^2$, 由题意

$$\frac{1}{2}kx^2 = kA^2/4, \quad x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} = \pm 4.24 \times 10^{-2} (\text{m})$$

(2) 周期

$$T = 2\pi/\omega = 6\text{s}$$

从平衡位置运动到 $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$ 的最短时间 Δt 为 $T/8$. 所以

$$\Delta t = 0.75\text{s}$$

第三节 阻尼振动和受迫振动

第二节的谐振系统都是没有考虑阻力的理想情况. 实际上, 振动物体总是要受到阻力作用的, 以弹簧振子为例, 由于受到空气阻力等作用, 物体振动的振幅将逐渐减小, 最后, 它将会停止下来. 这种在回复力和阻力作用下的振动称为阻尼振动.

介质对运动物体的阻力与物体的运动速度有关, 在物体的运动速度不太大时, 阻力与速度大小成正比, 方向与速度相反, 即

$$f = -\alpha v = -\alpha \frac{dx}{dt} \quad (10-26)$$

式中, α 称为阻尼系数, 它的大小取决于物体的大小、形状和介质的性质.

当物体做阻尼振动时, 受到回复力(或准弹性力)和阻力的共同作用, 则运动方程为

$$F + f = -kx - \alpha \frac{dx}{dt} = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (10-27)$$

令 $\frac{\alpha}{m} = 2\beta$, $\frac{k}{m} = \omega_0^2$, 此处 β 为阻尼因子, ω_0 为无阻尼情况下振子的固有角频率. 式(10-27)

可改写为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (10-28)$$

在不同情况下, 解此微分方程可得不同的结果.

一、过阻尼($\beta > \omega_0$)

微分方程的解为

$$x = Be^{(-\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t} + Ce^{(-\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t} \quad (10-29)$$

式中, B 、 C 为由初始状态决定的常数. 此时, 振子不做振动, 而是由初始位置缓慢地回到平衡位置. 在生产实际中, 在某些情况下为了减振、防振, 要加大振动的阻尼. 如宾馆、银行的弹簧门上常装有一个消振油缸, 可加大阻尼, 让门工作于过阻尼状态, 避免来回振动. 对于超高层建筑, 有对应于建筑物上下层的水平位移差(层间位移)而运动的钢制弹塑性阻尼器、高衰

减的油性阻尼器、黏弹性阻尼器及风阻尼器等,可有效抗震及减小由于强风引起的摇晃. 图 10-7 为台北 101 大厦的球形风阻尼器.

二、临界阻尼($\beta=\omega_0$)

微分方程的解为

$$x = (M + Nt)e^{-\beta t} \quad (10-30)$$

同样, M 、 N 也是由初始状态决定的常数. 此时, 振子也不做振动, 由初始位置回到平衡位置所花的时间最短. 在灵敏电流计等精密仪表中, 为使人们能较快地进行读数测量, 常使电流计的偏转系统处在临界阻尼状态下工作.

三、欠阻尼($\beta < \omega_0$)

微分方程的解为

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega' t + \phi) \quad (10-31)$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

阻尼振动的周期为

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} > \frac{2\pi}{\omega_0} = T \quad (10-32)$$

可见, 因为阻尼, 振动变慢了. 阻尼振动的振幅为

$$A' = A_0 e^{-\beta t} \quad (10-33)$$

它随时间的增加而减小, 是一种减幅振动, 如图 10-8 所示. β 越小, 振幅减小越慢. 所以实际的振动物体如果没有能量的不断补充, 振动最后总是要停下来的.

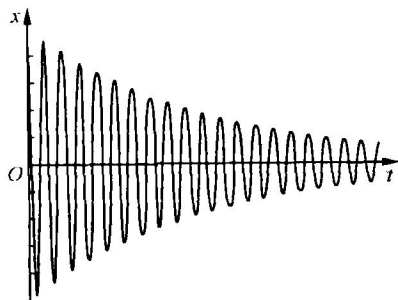


图 10-8

四、受迫振动

为了获得稳定的振动, 通常可对振动系统作用一周期的外力, 这种力称为强迫力. 在强迫力的作用下物体发生的振动称为受迫振动. 这时, 振子除了受回复力、阻力以外, 还受周期强迫力 $F_0 \cos \omega t$ 的作用. 振子做受迫振动的微分方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - \alpha \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t \quad (10-34)$$

则有

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = h \cos \omega t \quad (10-35)$$

式中

$$\frac{\alpha}{m} = 2\beta, \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad \frac{F_0}{m} = h$$



图 10-7

实验表明,受迫振动开始时的情形非常复杂,但经过一段时间后可以达到稳定状态.当 $\beta < \omega_0$ 时,此非齐次微分方程的稳态解为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (10-36)$$

可见,如果外力是按简谐振动规律变化的,那么稳定状态下的受迫振动就是简谐振动,此时,振动的周期就是外力的周期,而振幅为

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (10-37)$$

振动的初相为

$$\varphi = \arctan \frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (10-38)$$

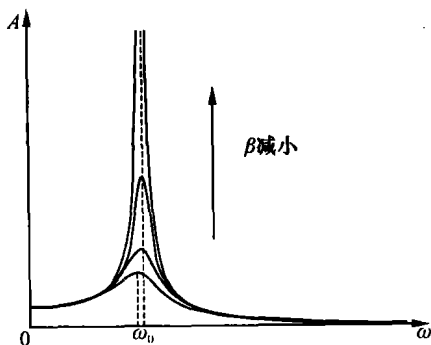


图 10-9

振幅的大小不仅与强迫力的大小有关,还和强迫力的频率及无阻尼自由振动时的固有频率有关.图 10-9 表示受迫振动的振幅与外力角频率的关系.可见,位移振幅极大值所在处的外力角频率略小于固有角频率.而且阻尼越小,振幅极大值所在处的外力角频率与固有角频率越接近.

五、共振

我们把受迫振动的振幅出现极大值的现象称为共振.为了得出受迫振动振幅的极大值的条件,可以令式(10-37)对 ω 的导数为零,可得共振角频率

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (10-39)$$

把式(10-39)代入式(10-37),可得共振振幅为

$$A_r = \frac{h}{2\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (10-40)$$

可见,阻尼系数越小,则共振振幅越大.当阻尼系数接近于零,则共振振幅趋于无穷大.

共振现象极为普遍,在声、光、电等工程技术领域都会遇到.共振现象有其有利的一面,如许多声学仪器就是应用共振原理设计的,还有核磁共振的高科技应用等.但共振现象也可引起巨大的危害.在一百多年前,由拿破仑率领的法国军队入侵西班牙时,部队经过一座铁索桥,随着军官雄壮的口令,队伍迈着整齐的步伐正步过桥,这时,轰隆一声巨响,大桥瞬间倒塌.此后,各国军队过桥都不准齐步走,怕军队步伐的频率与桥的固有频率相近而产生共振,引起桥梁倒塌.

1940年7月1日,美国华盛顿塔科马海峡大桥建成通车.大桥刚投入使用就出现了上下起伏的振动,振动还吸引许多人驱车前往,享受这奇妙的感觉.1940年11月7日凌晨7点,顺峡谷刮来的风带着人耳不能听到的振荡,激起了大桥本身的谐振.在持续三个小时的大波动中,整座大桥上下起伏达一米多.10点时振动变得更加强烈,幅度之大令人难以置信.数千吨重的钢铁大桥像一条缎带一样以8.5m的振幅左右来回起伏飘荡.桥面振动形成了高达数米的长长波浪,在沉重的结构上缓慢爬行,从侧面看就像是一条正在发怒的巨蟒.

11点10分,在桥上观测的一位教授保证说:“大桥绝对安全。”可话音刚落,大桥就开始断裂.就在一瞬间,桥上承受着大桥重量的钢索猝然而断.大桥的主体从天而降,坠落进万丈深渊.桥上的各种构件像巨人手中的玩具一样飞旋而去.当时正在桥中央的一名记者赶忙钻出汽车,拼命抓住桥边的栏杆,用手和膝盖爬行着脱了险.整座大桥坍塌了,车里的小狗和汽车一起从桥上掉落,成为这次事故的牺牲者.

持续的风虽不是周期性的,但有时也能产生周期性的效果.在流体力学中,有种现象叫卡门涡街(图10-10),它是流速超过一定限度时产生的一种对称破缺现象,正是这种不对称的卡门旋涡摇撼着钢索,在共振条件下摧毁了大桥.



图 10-10

六、非线性振动

阻尼振动和受迫振动属于线性振动.当回复力与位移不成线性比例或阻尼力与速度不成线性比例时,系统的振动称为**非线性振动**.

尽管线性振动理论早已相当完善,在工程上也已取得广泛和卓有成效的应用,但在实际问题中,总有一些用线性理论无法解释的现象.一般说,线性振动只适用于小运动范围,超过此范围,就变成非线性振动.非线性系统的运动微分方程是非线性的,方程中不显含时间的非线性系统称为非线性自治系统;显含时间的称为非线性非自治系统.保守非线性自治系统的自由振动仍是周期性的,但其周期依赖于振幅.对于渐硬弹簧,振幅越大,周期越短;对于渐软弹簧,振幅越大,周期越长.非保守非线性自治系统具有非线性阻尼,阻尼系数随运动而变化,因而有可能在某个中间振幅下等效阻尼为零,从而能把外界非振动性能量转变为振动激励而建立起稳定的**自激振动**(简称**自振**).弦乐器和钟表是常见的自振系统.周期地改变系统的某个参量而激起系统的大幅振动称**参变激发**.当系统的固有频率等于或接近参量变化频率的一半时,参变激发现象最易产生.具有非线性回复力的系统受到谐激励时,其定常受迫振动存在跳跃现象,即激励频率 ω 缓慢变化时,响应振幅一般也平稳变化,但通过某些特定 ω 值时,振幅会发生跳跃突变.具有非线性回复力且固有频率为 ω_0 的系统,在受到频率为 ω 的谐激励时,有可能产生频率为 ω/n ($\approx \omega_0$)的定常受迫振动(n 为正整数),称为**亚谐共振**或**分频共振**.它的出现不仅与系统和激励的参数有关,而且依赖于初始条件.亚谐共振可以解释为,由于非线性系统的响应不是谐和的,频率 ω/n 的响应中存在频率为 ω 的高次谐波,激励对高次谐波做功而维持了振动.

近年来发现,在非线性系统中还会出现貌似随机而对初始条件极为敏感的运动,称为混沌.上述现象都无法用线性理论加以解释.机械和结构的自激振动、亚谐共振等一般都能造成危害,必须防止.另外,自激振动等现象也在物理学和工程技术中得到应用.