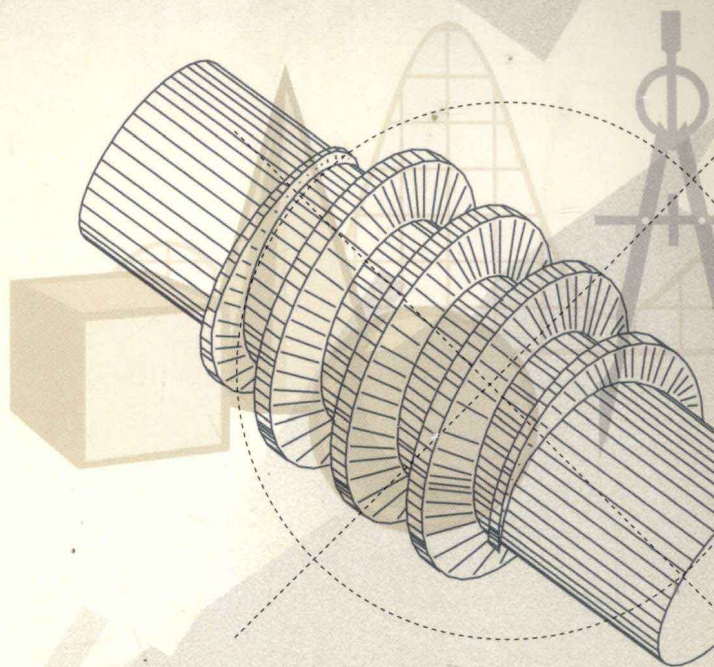




普通高等教育“十一五”国家级规划教材

画法几何学

第七版

大连理工大学工程图学教研室编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

画法几何学

Huafa Jihexue

第七版

大连理工大学工程图学教研室 编



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本书在第六版的基础上,参考教育部高等学校工程图学教学指导委员会制订的“普通高等院校工程图学课程教学基本要求”,结合近几年教学改革实践经验修订而成。

本修订版内容包括绪论,点,直线,平面,直线与平面的相对位置、两平面的相对位置,投影变换,基本立体,平面与立体相交、直线与立体相交,两立体相交,曲线,曲面,立体的表面展开,轴测投影,透视投影,共14章。与本书配套的大连理工大学工程图学教研室编《画法几何习题集》(第五版)同时出版,并同时修订了配套的电子教案以及习题集解题指导。为满足用户需要,建设了画法几何学教材网站(<http://graphics.dlut.edu.cn>),可提供教学资源下载和在线学习环境。

本书可作为高等学校机械类各专业的教材,也可供其他类型学校有关专业选学。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何学/大连理工大学工程图学教研室编.—7版.—北京:
高等教育出版社,2011.6

ISBN 978-7-04-031884-5

I. ①画... II. ①大... III. ①画法几何-高等学校-教材

IV. ①O185.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第084454号

策划编辑 肖银玲
责任绘图 肖银玲

责任编辑 肖银玲
责任校对 刘春萍

封面设计 于文燕
责任印制 朱学忠

版式设计 王莹

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 河北鹏盛贤印刷有限公司
开本 787mm×1092mm 1/16
印张 14.5
字数 360千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 1957年8月第1版
2011年6月第7版
印 次 2011年9月第2次印刷
定 价 21.60元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 31884-00

第七版序

本书初版于1957年由原高等教育部组织编写,王锡祉主编。第二、三版(张述庆主编),第四版(万祖基主编),第五版(孙海滨主编)和第六版(王丹虹主编)分别于1963、1979、1985、1992和2003年出版。本书第四版获国家教委颁发的全国第一届高等学校优秀教材优秀奖,第五版获教育部科技进步三等奖,第六版获辽宁省精品教材奖。本书第七版是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,高等教育出版社“高等教育百门精品课程教材建设计划”精品项目教材。

自本书初版发行以来,经过50多年的教学、教改实践,五次修订,已形成了成熟的画法几何基础理论体系。本版参考了教育部高等学校工程图学教学指导委员会2010年制订的“普通高等院校工程图学课程教学基本要求”,结合近几年教学改革实践经验修订而成。

本书第六版根据时代要求在内容上进行了大幅度调整和增删,以适应当时工程图学课程教学内容、学时调整带来的需要。本版在第六版的基础上做了补充修订,并建设了《画法几何学》教材网站,为广大师生提供了丰富的教学资源 and 在线学习环境。

本次修订主要做了如下工作:

1. 在保持原有画法几何知识理论体系不变,保持原教材文字简练流畅的风格特点的基础上,对教材内容进行了以下几点修订:①第三章增加了例题;②增加了求立体截断面实形的例题,加强换面法的应用;③增加立体表面展开问题的计算机处理程序举例;④根据计算机曲面建模方法对曲面进行了分类。

2. 对与本书配套的习题集、电子教案和电子解题指导做了相应的修订。

3. 建设了画法几何学教材网站(<http://graphics.dlut.edu.cn/textbooks>),提供电子教案、电子解题指导、电子模型、动画素材等丰富的教学资源下载,提供在线网络课程和测试,为学生提供自主学习环境。

4. 对全书的插图进行了检查修订,部分插图重新构形。

书中带*号的内容可根据教学需要选学。

参加本版修订工作的有王丹虹、柴晓艳、高菲,由王丹虹任主编。书中的立体图由高菲润饰。配套电子教案的修订由陈霞完成。教材网站的建设由王丹虹、陈霞、柴晓艳、舒宏、冯冬菊、王雪飞、李震、郭莉完成。

本修订版由高等教育出版社约请北京科技大学窦忠强教授审阅,窦忠强教授为本书提供了非常宝贵的修改意见,在此深表谢意。

由于编者水平所限,本书难免存在一些缺点和错误,请使用本书的广大读者批评指正。

编者

2011年5月

目 录

第一章 绪论	1	§ 6-1 概述	55
§ 1-1 画法几何的任务及学习方法	1	§ 6-2 换面法	56
§ 1-2 投影法的基本概念	2	* § 6-3 旋转法——绕投影面 垂直轴旋转	60
§ 1-3 工程上常用的投影图概述	4	* § 6-4 旋转法——绕投影面 平行轴旋转	66
第二章 点	7	§ 6-5 综合性问题解法举例	67
§ 2-1 两投影面体系中点的投影	7	思考题	81
§ 2-2 三投影面体系中点的投影	11	第七章 基本立体	82
思考题	15	§ 7-1 平面立体	82
第三章 直线	16	§ 7-2 常见回转体	85
§ 3-1 直线的投影	16	§ 7-3 同轴回转体	99
§ 3-2 特殊位置的直线	17	§ 7-4 拉伸体	101
§ 3-3 一般位置线段的实长及其与 投影面的夹角	19	思考题	103
§ 3-4 属于直线的点	21	第八章 平面与立体相交、直线与 立体相交	104
* § 3-5 直线的迹点	23	§ 8-1 平面与立体相交	104
§ 3-6 两直线的相对位置	23	§ 8-2 直线与立体相交	114
§ 3-7 直角投影定理	27	思考题	118
思考题	30	第九章 两立体相交	120
第四章 平面	31	§ 9-1 两平面立体相贯	120
§ 4-1 平面的表示法	31	§ 9-2 平面立体与曲面立体相贯	123
§ 4-2 特殊位置的平面	33	§ 9-3 两曲面立体相贯	125
§ 4-3 属于平面的点和直线	36	§ 9-4 两立体相交的计算机造型 举例	143
思考题	42	思考题	146
第五章 直线与平面的相对位置、 两平面的相对位置	43	第十章 曲线	147
§ 5-1 直线与平面平行、两平面 平行	43	§ 10-1 曲线概述	147
§ 5-2 直线与平面的交点、两平面的 交线	45	§ 10-2 规则曲线	148
§ 5-3 直线与平面垂直、两平面 垂直	49	§ 10-3 不规则曲线	156
思考题	54	思考题	165
第六章 投影变换	55	第十一章 曲面	166
		§ 11-1 曲面概述	166

§ 11-2 规则曲面	166	第十三章 轴测投影	201
§ 11-3 曲面的切平面	176	§ 13-1 概述	201
§ 11-4 不规则曲面	178	§ 13-2 正轴测图	204
§ 11-5 常见的计算机曲面建模 方法	181	§ 13-3 斜轴测图	213
思考题	184	思考题	216
*第十二章 立体的表面展开	186	第十四章 透视投影	217
§ 12-1 平面立体的表面展开	186	§ 14-1 透视投影的基本知识和 术语	217
§ 12-2 曲面立体表面——可展 曲面的展开	188	§ 14-2 点的透视投影	218
§ 12-3 曲面立体表面——不可展 曲面的近似展开	191	§ 14-3 直线的透视投影	219
§ 12-4 变形接头的展开	195	§ 14-4 平面立体的透视	222
§ 12-5 展开图的 CAD 技术	197	思考题	224
思考题	200	参考文献	225

第一章 绪 论

画法几何学是几何学的一个分支,已具有 200 余年的历史,研究以二维图形表达三维空间的几何形状及定位问题。工程设计、制造中信息交流的主要渠道是“图”,画法几何为图样表达提供了科学的理论基础。人类生产活动中对“图”的要求又使得画法几何学理论不断得以完善。

§ 1-1 画法几何的任务及学习方法

画法几何的研究对象:第一,运用投影法研究空间几何元素(点、线、面)及其相对位置在平面上的表示;第二,运用投影法研究在平面上用几何作图的方法解决空间几何问题。所以,画法几何是基于投影理论研究空间几何问题图示法和图解法的学科。

工程图样是工业工程设计和产品制造中的主要技术文件(施工或加工依据)。以投影理论为基础的图示法,要求所画图形唯一反映所表达的空间几何原形(二维图形与三维空间几何原形具有一一对应性),并保证度量性(能根据二维图形方便地确定出原形各部分结构的尺寸,以利于加工制作,避免差错),有时还需要图样具有直观性,使看图能一目了然,帮助交流。

图解法是解决空间几何问题的一种重要手段。例如,在机器设计中可用图解法研究自动线上机械手与各运动件之间的相对关系,在排除相互干涉的前提下使它占有最小的空间而得到最大的有效工作范围。在加工工艺中亦常用图解法确定工件与刀具之间的相对位置,设计夹具和样板,以简化工艺过程和提高加工精度。又如,用测绘方法画出某一地区的地形图之后,作为初步设计,可在地形图上用作图法选定铁道的路线,作出桥梁和隧道的配置方案,估算各段线路的土石方作业和工程量。图解法与计算法相比,由于作图操作和仪器工具的限制,在精度上有一定的局限性。但在一定精度要求范围内,它又比计算法简便迅速,且具有明确显示几何形状的优点。

学习图示法和图解法的过程,也是逐步培养和发展空间想象力和空间构思能力的过程,二者相辅相成。

学习本课程需要注意以下几个问题:

1. 空间几何关系的分析和空间几何原形与平面图形间的对应关系。这种“从空间到平面,再由平面回到空间”的反复研究和思维的过程,是本课程最基本也是最有效的学习方法。

有些初学者忽视分析空间几何关系和空间几何原形与平面图样间的对应关系,只是试图用书本上的某些结论去解决问题。也有的初学者只注意空间几何关系,而抛开书本上已经归纳出来的投影规律,每解决一个具体问题均凭自己用模型比拟空间情况来直接获得答案。这种理论脱离实际和忽视理论学习的方法都会给学习带来困难。

2. 本课程是一门技术基础课,画图、看图实践非常重要。为此在学习过程中:① 着重研究各种图例,复习时不宜停留在单纯的阅读上,而应在阅读的同时在纸上描绘图例的作图过程。这样,不但易于了解课本的内容,而且能确实掌握投影原理及其具体应用。② 经常进行系统的小结,且每学完一个章节必须完成一定数量的习题,巩固所学内容。③ 有意识地培养认真、细致和

耐心的工作作风,养成作图精确和图面整洁的习惯。

3. 画法几何与工程图有着密切的关系。画法几何为工程图中用二维图形表达机件和有关图解法提供了基本原理和基本方法。本着理论联系实际的原则,在学习中应该注意画法几何与工程图的联系和配合。

目前,计算机技术已渗透到人类社会的各个领域。计算机辅助设计(CAD)与计算机绘图(CG)技术发展至今,已成功地解决了许多空间几何图示、图解问题。与传统的画法几何解题方法相比,在工作效率和准确性上占有绝对优势。CAD、CG技术的图学基础是由传统的画法几何理论和计算机图形学理论共同构成的。因此,在二、三维CAD技术广泛应用于工程设计的今天,画法几何理论仍然是理工科学生需要掌握的基础理论知识。

§ 1-2 投影法的基本概念

一、投影法

(一) 投影法概述

如图1-1所示,设定平面 P 为投影面,不属于投影面的定点 S 为投射中心,投射线均由投射中心发出。通过空间点 A 的投射线与投影面相交于点 a ,则 a 称为空间点 A 在投影面 P 上的投影。同样, b 是空间点 B 在投影面 P 上的投影。

由上述方法得到空间几何原形投影的方法称为投影法。投影法是画法几何学的基本方法。画法几何就是依靠投影法确定空间几何原形在平面图纸上的图形。图1-2是以点 S 为投射中心,平面 P 为投影面,三角板 ABC 的投影为 abc 。

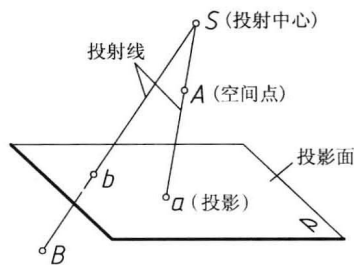


图 1-1 投影法

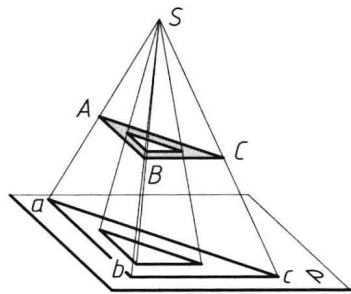


图 1-2 中心投影法

(二) 投影法的分类

投射线均发自投射中心时,称为中心投影法(图1-2);投射线互相平行时,称为平行投影法。平行投影法分为两类:当投射线垂直于投影面时,称为正投影法(图1-3),所得投影称为正投影(又称直角投影);当投射线倾斜于投影面时,称为斜投影法(图1-4),所得投影称为斜投影(又称斜角投影)。

平行投影法的特点之一是:空间的平面图形(如图1-3和图1-4中的三角板)若和投影面平行,则它的投影反映出真实的形状和大小。

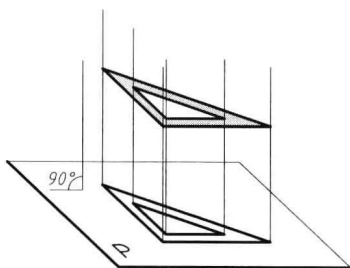


图 1-3 正投影

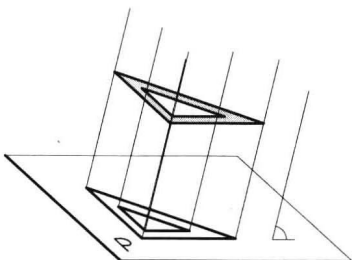


图 1-4 斜投影

二、空间几何原形与其投影间的对应问题

1. 画法几何及其投影法主要研究空间几何原形与其投影之间的对应关系,即研究它们之间内在联系的规律性:在投影图上哪些空间几何关系保持不变,而哪些几何关系有了变化和怎样的变化。尤其是要掌握那些不变的关系,作为画图和看图的基本依据。

例如,平行投影法有这样的规律:

- (1) 平行两直线的投影仍互相平行(图 1-5),即已知 $AB \parallel CD$,则 $ab \parallel cd$ 。
- (2) 属于直线的点,其投影仍属于直线的投影(图 1-6),即已知 $H \in EF$,则 $h \in ef$ 。
- (3) 点分线段之比,投射后保持不变(图 1-6),即 $EH:HF = eh:hf$ 。

上述规律均可用初等几何的知识得到证明。

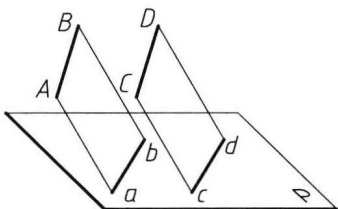
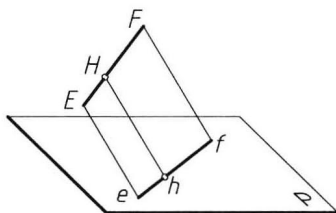


图 1-5 平行两直线

图 1-6 $H \in EF, h \in ef; EH:HF = eh:hf$

2. 工程上用的投影图必须能确切、唯一地反映出空间的几何关系。能否根据投影图唯一地确定空间几何关系呢?

事实上,只凭一个投影不能确切、唯一地反映空间的情况。例如图 1-5 和图 1-7 中,投影图上有相互平行的两直线 $ab \parallel cd$,但对应到空间可能是图 1-5 中相互平行两直线 AB 和 CD ,也可能是图 1-7 中不平行的两直线 AB 和 CD 。又如图 1-6 和图 1-8 中,投影图上点 h 属于线段 ef ,即 $h \in ef$,但对应到空间的点 H ,可能是属于线段 EF ,如图 1-6 所示,即 $H \in EF$,也可能不属于线段 EF ,如图 1-8 所示,即 $H \notin EF$ 。再如图 1-9 所示,投影图表示的可能是几何体 I,也可能是几何体 II,还可能是其他形状的几何体。

这是因为一个空间点有唯一确定的投影,如图 1-1 所示,每一条确定的投射线与投影面只能交于一点。但点的一个投影不能唯一确定该点的空间位置,如图 1-10 所示,当投射方向确定时,投影 a 可以对应属于投射线的任意点 $A_1, A_2, A_3 \dots$,也就是空间的点是不确定的。

工程上常用的有正投影图、轴测图、标高投影和透视投影等。机械制造业用得最广泛的是正投影图,也常采用轴测图。

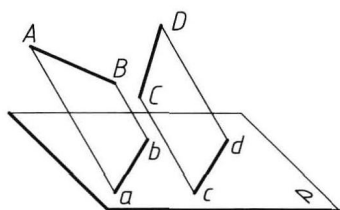


图 1-7 空间两直线不平行

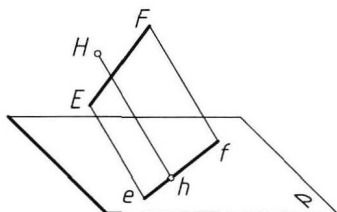
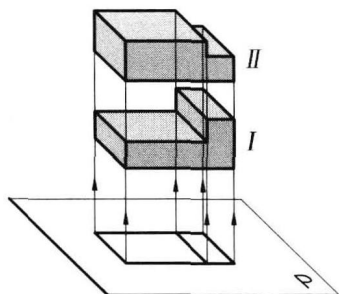
图 1-8 $H \notin EF$ 

图 1-9 一个投影不能确定空间几何体

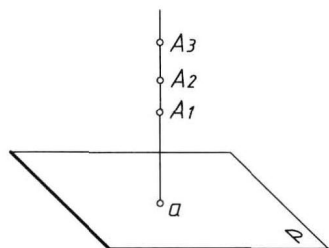


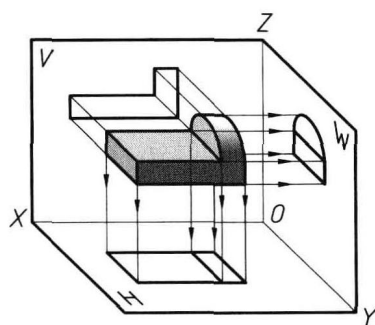
图 1-10 点的空间位置不能确定

§ 1-3 工程上常用的投影图概述

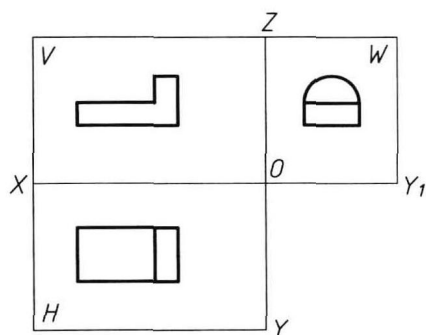
一、多面正投影图

工程上采用增补投影面的方法获得多面正投影图,它采用相互垂直的两个或两个以上的投影面,在每个投影面上分别用正投影法获得几何原形的投影,由这些投影唯一确定该几何原形的空间形状。

图 1-11a 是某一几何体用正投影法分别对三个投影面投射的直观图,图 1-11b 是其展开后的三个正投影图。



(a) 直观图



(b) 投影图

图 1-11 多面正投影图

采用正投影法时,常将几何体放置于其主要平面与相应的投影面相互平行。这样画出的投影图能反映出这些平面的实形,因此从图上可以直接得到空间几何体的尺寸。也就是说,正投影图有很好的度量性。虽然正投影图的立体感不足,即直观性较差,但由于其度量性方面的突出优点,在机械制造行业和其他工程部门中被广泛采用。

二、轴测投影

轴测投影是一种单面投影图。图 1-12a 表示了某一几何体的轴测投影的形成,先设定空间几何原形的直角坐标体系,该坐标体系的三根坐标轴(X_0 、 Y_0 、 Z_0)上标有长度单位。采用平行投影法(正投影法或斜投影法),将空间几何原形及其坐标体系沿着与坐标面不平行的方向一起投射到投影面,得到的投影称为轴测投影,又称轴测图。利用坐标轴的投影(X 、 Y 、 Z)与坐标轴(X_0 、 Y_0 、 Z_0)之间的对应关系来确定轴测投影与几何原形之间的一一对应关系。

图 1-12b 是其轴测图。由于采用平行投影法,所以空间平行的直线,其投影仍平行。

轴测图能同时反映出几何体长、宽、高三个方向的形状,以增强立体感。轴测图以其良好的直观性,经常用作图书中的插图或工程图样中的辅助图样。

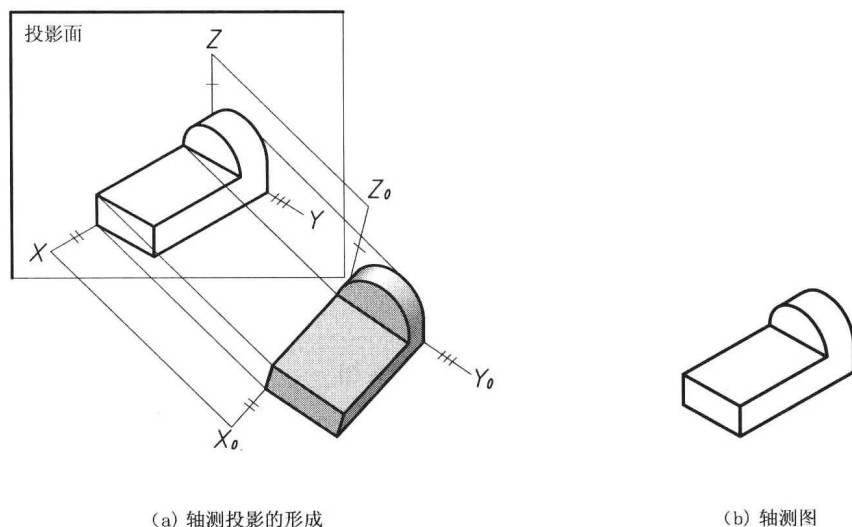


图 1-12 轴测投影

三、标高投影

标高投影是用正投影法获得空间几何元素的投影之后,再用数字标出空间几何元素对投影面的距离,以在投影图上确定空间几何元素的几何关系。

图 1-13a 表示了某曲面标高投影的形成,图 1-13b 是其标高投影,图中一系列标有数字的曲线称为等高线。

标高投影常用来表示不规则曲面,如船舶、飞行器、汽车曲面及地形等。例如第十一章图 11-31 所示船体型线图,它是运用标高投影和正投影结合的方法画出来的。

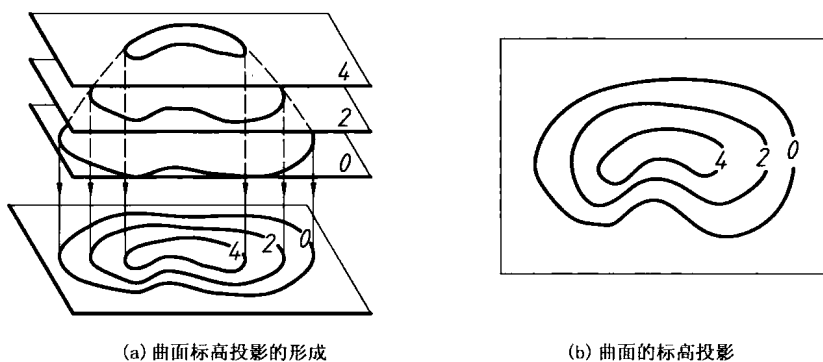


图 1-13 标高投影

四、透视投影

透视投影,又称透视图,属于中心投影法。它与照相成影的原理相似,图形接近于视觉映像,所以透视投影富有逼真感、直观性强。

图 1-14 是某一几何体的一种透视图,由于采用中心投影法,所以空间平行的直线投射后有的就不平行了。

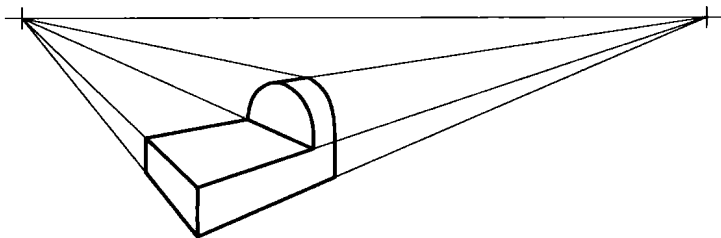


图 1-14 透视图

透视图广泛用于工艺美术及宣传广告图样。虽然它直观性强,但由于作图复杂且度量性差,故在工程上只用于土建工程及大型设备的辅助图样。若用计算机绘制透视图,则可避免人工作图过程的复杂性。因此,在某些场合广泛地采用透视图,以取其直观性强的优点。

第二章 点

点是最基本的几何元素,下面以点说明正投影法的基本原理。若没有特殊指明时,后面所提到的“投影”均是正投影。

§ 2-1 两投影面体系中点的投影

一、点的两个投影能唯一地确定该点的空间位置

首先建立两个互相垂直的投影平面 H 及 V ,一空间点 A 向投影平面 H 投射得投影 a ,向投影平面 V 投射得投影 a' ,投射射线 Aa 及 Aa' 是一对相交线,构成一平面,如图 2-1 所示。

从图 2-2a 可知,若移去空间点 A ,由点 A 的两面投影 a 、 a' 就能确定该点的空间位置。另外,由于两个投影平面相互垂直,可视为笛卡尔坐标体系的两个坐标平面。从图 2-2b 可知,已知点 A 在投影平面 H 的投影 a ,即已知点 A 的 x 、 y 两个坐标。已知点 A 在投影平面 V 的投影 a' ,即已知点 A 的 x 、 z 两个坐标。因此,已知空间点 A 的两面投影 a 及 a' ,即确定了空间点 A 的 x 、 y 、 z 三个坐标,也就唯一地确定该点的空间位置。

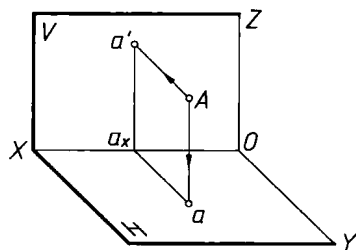
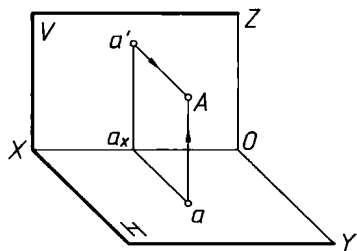
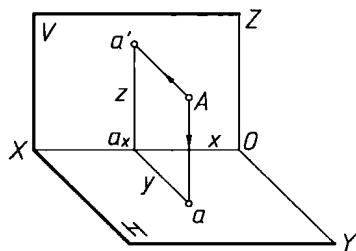


图 2-1 点的两面投影



(a) 由 a 、 a' 确定点 A



(b) 已知 a 、 a' , 即确定点 A 的 x 、 y 、 z 坐标

图 2-2 两个投影能唯一确定空间点

二、术语及规定

(一) 术语

如图 2-3a 所示:

水平放置的投影面称为水平投影面,用 H 表示。

与水平投影面垂直的投影面称为正立投影面,用 V 表示。

两投影面的交线称为投影轴(用细实线绘制),用 OX 表示。

空间点用大写字母(如 $A, B, \dots$)表示。

在水平投影面上的投影称水平投影,用相应小写字母(如 $a, b, \dots$)表示。

在正立投影面上的投影称正面投影,用相应小写字母加一撇(如 $a', b', \dots$)表示。

(二) 规定

图 2-3a 为点 A 在两投影面体系的投影直观图。

为使点 A 的两个投影 a 和 a' 画在同一平面(图纸)上,规定将 H 面绕 OX 轴按图示箭头方向旋转 90° ,使它与 V 面重合。这样就得到图 2-3b 所示点 A 的两面投影图。投影面的范围可以任意大,通常在投影图上不画它们的范围,如图 2-3c 所示。投影图上 aa' 称为投影连线。在投影图中,投影连线用细实线画出。空间点及其投影用空心小圆圈表示。

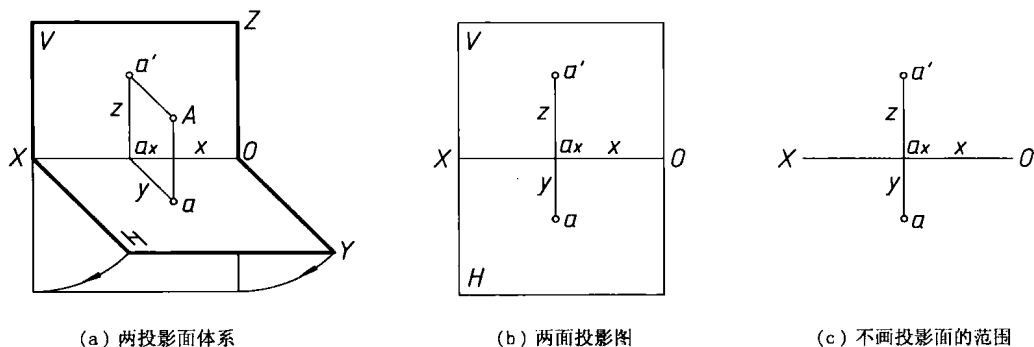


图 2-3 两面投影图的画法

通常采用图 2-3c 所示的两面投影图来表示空间的几何原形。

三、两面投影图的性质

1. 一点的两面投影连线垂直于投影轴($aa' \perp OX$),且 aa' 到点 O 的距离反映 x 坐标。

因为投射射线 Aa 和 Aa' 构成了一个平面 Aaa_xa' ,如图 2-3a 所示。它垂直于 H 面,也垂直于 V 面,则必垂直于 H 面和 V 面的交线 OX 。所以平面 Aaa_xa' 上的直线 aa_x 和 $a'a_x$ 必垂直于 OX ,即 $aa_x \perp OX$ 和 $a'a_x \perp OX$ 。当 a 随着 H 面旋转至与 V 面重合时, $aa_x \perp OX$ 的关系不变。因此投影图上的 a, a_x, a' 三点共线,且 $aa' \perp OX$ 。

2. 一点的水平投影到 OX 轴的距离(aa_x)等于该点到 V 面的距离(Aa'),都反映其 y 坐标($aa_x = Aa' = y$);其正面投影到 OX 轴的距离($a'a_x$)等于该点到 H 面的距离(Aa),都反映其 z 坐标($a'a_x = Aa = z$)。

四、其他分角内点的投影

由于在空间设定了两投影面体系,投影平面是没有边际的,这就把空间分为四个部分,每部分称为分角。分别以第一、二、三、四分角命名之,其次序如图 2-4 所示。

当画投影图时,规定 V 面不动, H 面前一半向下旋转,后一半向上旋转至与 V 面重合。如图 2-5 所示,第一分角内的点 A 的两面投影在 OX 轴两侧, a' 在 OX 轴上方, a 在 OX 轴下方;第二

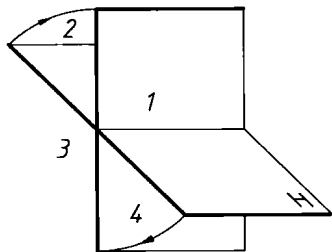


图 2-4 空间分为四个分角

分角内的点 B 的两面投影 b' 、 b 都在 OX 轴上方;第三分角内的点 C 的两面投影也在 OX 轴两侧,但 c' 在 OX 轴下方, c 在 OX 轴上方;第四分角内的点 D 的两面投影 d' 、 d 都在 OX 轴下方。

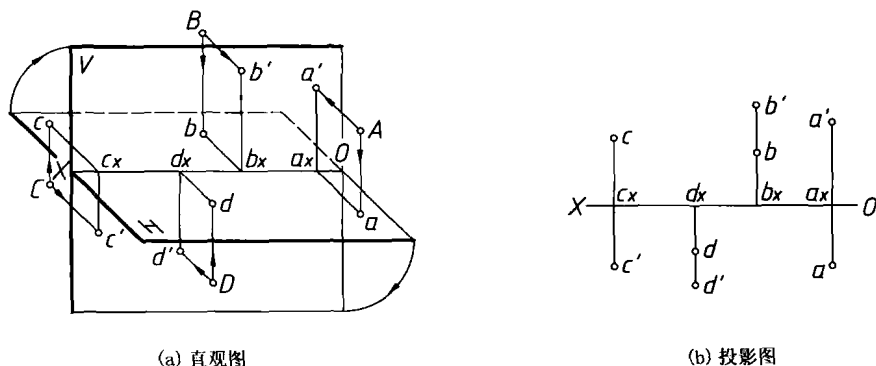


图 2-5 各分角中点的投影

由上可知,当空间点位于不同的分角内时,其两面投影的位置亦随之变化,但作为两面投影图的两条性质是不变的。

五、特殊位置点的投影

除了点在四个分角内的各种位置外,特殊情况下,点还可属于投影面、投影轴和分角等分面。

(一) 属于投影面的点

如图 2-6 所示,点 M 属于前半 H 面,点 N 属于上半 V 面,点 K 属于后半 H 面,点 L 属于下半 V 面。它们的投影图性质是:

1. 点的一个投影与空间点本身重合。
2. 点的另一个投影在 OX 轴上。

(二) 在投影轴上的点

如图 2-6 所示,当点 G 在 OX 轴上时,显然,空间点和它的两面投影都重合于 OX 轴。

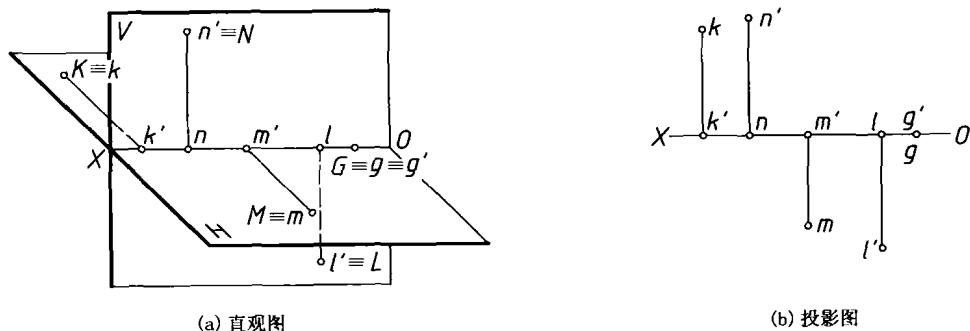


图 2-6 投影面及投影轴上的点

(三) 属于分角等分面的点

如图 2-7 所示,点 B 及点 D 在第二、四分角的等分面 P 上。它们的投影图性质为:点的正面投影与水平投影至 OX 轴的距离都相等,即坐标 z 与 y 都相等 ($b'b_x = bb_x = z_B = y_B$, $d'd_x = dd_x = z_D = y_D$)。另外,由于第二、四分角内点的正面投影和水平投影都处于 OX 轴同一侧,所以

两个投影重合在一起 ($b \equiv b'$ 、 $d \equiv d'$)。

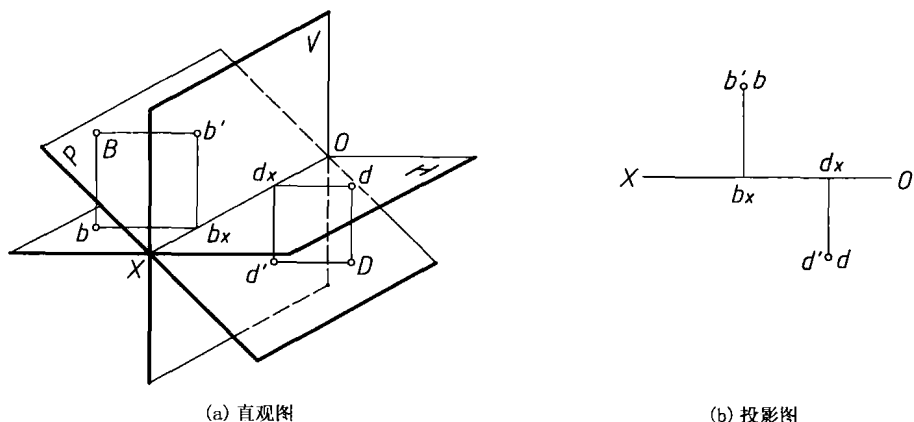


图 2-7 在第二、四分角等分面上的点

读者可以自己作图:如果点在第一、三分角等分面上,它们的投影图性质仍为:点的两面投影至 OX 轴的距离相等;由于第一、三分角内点的正面投影和水平投影处于 OX 轴的两侧,所以两个投影并不重合(投影轴上的点除外)。

六、两投影面体系中点的相对位置

(一) 两点相对位置的确定

在笛卡尔坐标体系中,假定空间任意点 A 的坐标值 (x_A, y_A, z_A) 已经给定,其余各点的位置可以由它们的三个坐标值来确定,也可以由各点到已知点 A 的三个坐标差来确定。

两点间的坐标差确定两点间的相对位置,如图 2-8 所示:在 X 方向,由于 $x_B - x_A < 0$,则点 B 在点 A 的右方,其距离等于 $|x_B - x_A|$;在 Y 方向,由于 $y_B - y_A < 0$,则点 B 在点 A 的后方,其距离等于 $|y_B - y_A|$;在 Z 方向,由于 $z_B - z_A > 0$,则点 B 在点 A 的上方,其距离等于 $|z_B - z_A|$ 。即如果给出点 B 对已知点 A 的坐标差,也可确定其空间位置。

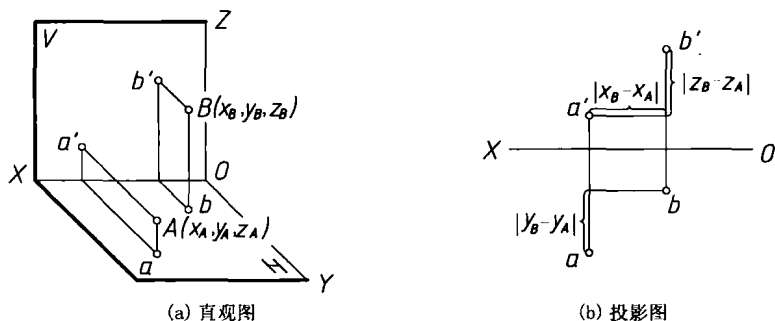


图 2-8 两点间的相对位置

例 2-1 如图 2-9a 所示,已知点 A 的两面投影 a' 及 a ;又知点 B 在点 A 的右方 10 mm、上方 8 mm、前方 6 mm,求点 B 的投影。

解:根据点 B 在点 A 的右方 10 mm,可由 a' 、 a 的投影连线 $a'a$ 向右沿 OX 轴量取 10 mm,并过该点作线垂直于 OX 轴;根据点 B 在点 A 上方 8 mm,则过 a' 作水平线与前面所作的垂线相交,

然后由交点处向上量取 8 mm, 即得到点 B 的正面投影 b' ; 根据点 B 在点 A 的前方 6 mm, 则过 a 作水平线与所作的垂线相交, 然后由交点处向前量取 6 mm, 即得到点 B 的水平投影 b , 如图 2-9b 所示。

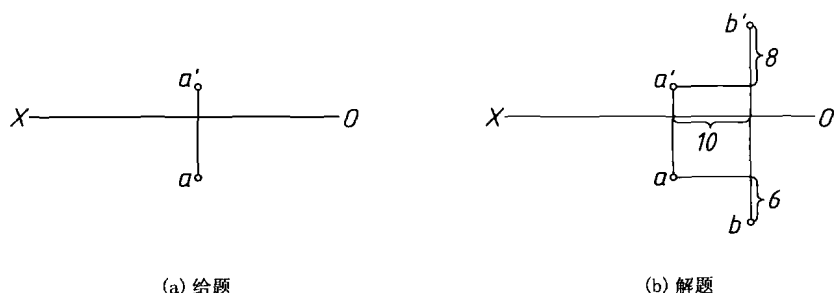


图 2-9 按相对坐标作投影图

(二) 重影点

当两点处于同一投射线上时, 则它们在与该投射垂直的投影面的投影重合, 此两点称为对该投影面的重影点。

如图 2-10 所示, 点 A 与点 B 在垂直于 H 面的同一条投射线上, 故它们的水平投影 a 与 b 重合。

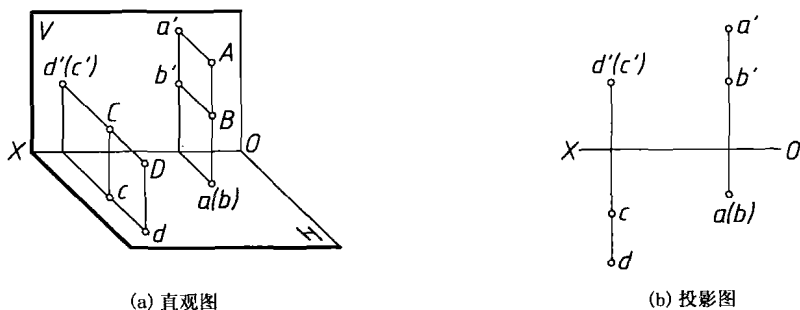


图 2-10 重影点

两点为某个投影面的重影点时, 规定距投影面近的一点是不可见的。如图 2-10 所示, 对 H 面来说, 点 A 较点 B 距 H 面高, 故点 B 被点 A 遮挡, 因此 b 不可见, 必要时可加括号表示, 以示区别。

同理, 点 C 及点 D 为对 V 面的重影点, 因点 C 距 V 面近, 被点 D 所遮挡, 故点 C 的正面投影 c' 不可见。

§ 2-2 三投影面体系中点的投影

由上节可知, 点的两面投影已能确定该点的空间位置。但为更清楚地表达某些几何体, 有时需采用三面投影图。例如图 2-11a 所示的几何体, 画出其第三面投影, 方可清楚地表示该几何体的形状, 如图 2-11b 所示。

由于三投影面体系是在两投影面体系基础上发展而成, 因此两投影面体系中的术语、规定及