大学出版社

金童 编

# 9~1996 数学奥林匹克试题解析

1989～1996

# 数学奥林匹克试题解析

金童 编

西南交通大学出版社

## 内 容 提 要

小学数学奥林匹克自 1989 年起每年举行一次，迄今已有八届。本书收集了这八届的初赛及决赛试题，并给出解答。这些试题及解答极富启发性，对提高小学生学习数学的兴趣、开发小学生智力十分有益。本书可作为小学中、高年级学生的课外读物，也可供小学教师开展数学课外活动参考。

1989 ~ 1996

**数学奥林匹克试题解析**

金 童 编

*

西南交通大学出版社出版发行

（成都 二环路北一段 610031）

郫县印刷厂印刷

开本：787 × 1092 1/32 印张：6.5625

字数：136 千字 印数：6001 - 16000 册

1996 年 12 月第 1 版 1997 年 11 月第 2 次印刷

**ISBN 7-81057-040-4/O·089**

定价：7.00 元

# 前　言

《中国教育改革和发展纲要》指出:“世界范围的经济竞争、综合国力的竞争,实质上是科学技术的竞争和民族素质的竞争。”目前,我国的基础教育正处在由“应试教育”向“素质教育”转轨时期。素质教育的核心是:面向全体,承认差别,发展个性,因材施教。经国家教委审定的《九年义务教育六年制小学教科书》,在数学教材中设置了大量的参考题、思考题,为数学课外活动的内容提供了很好的范例。

列夫·托尔斯泰指出:“知识,只有当它靠积极的思维得来,而不仅是凭记忆得来的时候,才是真正的知识。”所以,数学教学应是“数学活动(思维活动)的教学,而不仅是数学活动的结果(数学知识)的教学”(A·A·斯托利亚尔《数学教育学》)。数学课外活动的形式、内容和方法,就是贯彻了这一数学教育思想。《九年义务教育全日制小学数学教学大纲》指出:数学课外活动能“扩大学生视野,拓宽知识,培养兴趣、爱好,发展数学才能”。说明了数学课外活动在实现“素质教育”中的地位和作用。

小学数学奥林匹克是为了配合和促进小学数学课外活动而开展的竞赛。随着这一竞赛活动的开展,已经形成了一门特殊的数学学科——竞赛数学,也称奥林匹克数学,国际上已经有了竞赛数学的专门杂志。比较正规的数学竞赛是1894年在

匈牙利开始的，除因两次世界大战及 1956 年事件停止了七届外，迄今已举行过 96 届。这一活动开始时只在中学生中开展，后来才发展到小学生中。美国小学数学奥林匹克起始于 1978 年，开始在美国国内各州，后来发展成国际性的通讯比赛。1988 年我国北京的小学生参加了美国小学数学奥林匹克，并取得优异的成绩。

我国的数学奥林匹克活动，虽然起步较晚，且时断时续，但自改革开放以来，我国正式参与了这项国际性活动，并频频夺得金牌，取得了举世瞩目的成绩，展示了我国中学生的聪明才智！我国的小学数学奥林匹克，至今已连续举办了八届。由于我国小学数学奥林匹克试题的形式新颖，趣味性强，难度适中，因此越来越多的小学生被吸引到这一活动中来，这对于激发小学生学习数学的兴趣和开发智力是颇为有益的。

本书将 1989 年至 1996 年的全国小学数学奥林匹克试题收集成册，并作了解答，供小学数学教师与学生在数学课外活动中使用。希望小学生在阅读本书时，力求独立思考，不要急于查阅解答。此外，书中所提供的解法不一定是最好、最巧的，期待读者能提供更好、更巧的解法，我的解法就算做抛砖引玉吧！“我愿天公重抖擞，不拘一格降人才”，这也是编者的愿望。

由于水平有限，错误与疏漏之处，希望读者不吝赐教！

编　者

1996 年 4 月

# 目　录

# 1989 年小学数学奥林匹克

## 初 赛 试 题

1. 计算：

$$1-\frac{2}{1\times(1+2)}-\frac{3}{(1+2)\times(1+2+3)}-\frac{4}{(1+2+3)\times(1+2+3+4)}-\cdots-\frac{10}{(1+2+\cdots+9)\times(1+2+\cdots+9+10)}=\_\_\_\_\_\_。$$

2. 1 到 1989 这些自然数中的所有数字之和是__________。

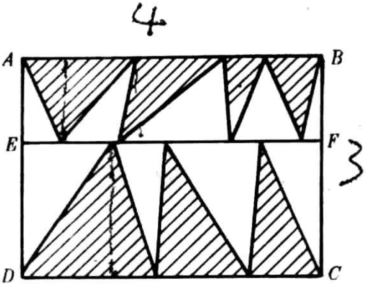
3. 把若干个自然数 1、2、3、……乘到一起，如果已知这个乘积的最末十三位恰好都是零，那么最后出现的自然数最小应该是______。

4. 在 $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots\cdots,\frac{1}{99},\frac{1}{100}$ 中选出若干个数使它们的和大于 3，至少要选______个数。

5. 在下边的减法算式中，每一个字母代表一个数字，不同的字母代表不同的数字，那么 $D+G=$______。

$$\begin{array}{r} A\ B\ C\ B\ D \\ -\quad E\ F\ A\ G \\ \hline F\ F\ F \end{array}$$

6. 如图 $ABFE$ 和 $CDEF$ 都是矩形，$AB$ 的长是 4 厘米，$BC$ 的长是 3 厘米，那么图中阴影部分的面积是______平方厘米。




7. 甲、乙两包糖的重量比是 4：1，如果从甲包取出 10 克放入乙包后，甲、乙两包糖的重量比变为 7：5，那么两包糖重量的总和是______克。

8. 设 1，3，9，27，81，243 是六个给定的数，从这六个数中每次或者取一个，或者取几个不同的数求和(每个数只能取一次)，可以得一个新数，这样共得到 63 个新数，如果把它们从小到大依次排列起来是 1，3，4，9，10，12，……，那么，第 60 个数是______。

9. 有甲、乙、丙三辆汽车，各以一定的速度从 $A$ 地开往 $B$ 地，乙比丙晚出发 10 分钟，出发后 40 分钟追上丙；甲比乙又晚出发 20 分钟，出发后 1 小时 40 分钟追上丙，那么甲出发后需用______分钟才能追上乙。

10. 有一个俱乐部，里面的成员可以分成两类，第一类是老实人，永远说真话。第二类是骗子，永远说假话。某天俱乐部全体成员围着一张圆桌坐下，每个老实人两边都是骗子，每个骗子的两边都是老实人，记者问俱乐部成员张三："俱乐部共有多少成员？"张三回答："有 45 人。"李四说："张三是老实人。"那么李四是老实人还是骗子？答：李四是______。

11. 某工程如果由第一、二、三小队合干需要 12 天才能完成；如果由第一、三、五小队合干需要 7 天才能完成；如果由第二、四、五小队合干需要 8 天才能完成；如果由第一、三、四小队合干需要 42 天才能完成。那么这五个小队一起合干需______天才能完成这项工程。

12. 把一个两位数的个位数字与其十位数字交换后得到一个新数，它与原来的数加起来恰好是某个自然数的平方。那么这个和数是______。

13. 把自然数 1，2，3，……，998，999 分成三组，如果每一组数的平均数恰好相等，那么这三个平均数的和是______。

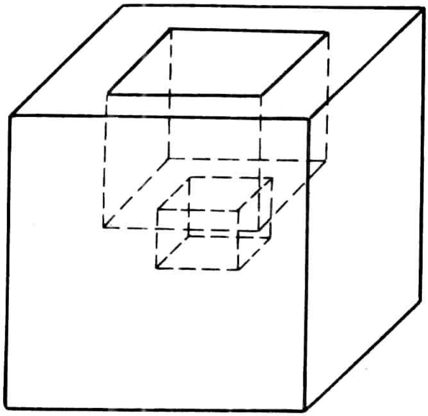
14. 某种商品的价格是：每一个 1 分钱，每五个 4 分钱，每九个 7 分钱，小赵的钱至多能买 50 个，小李的钱至多能买 500 个。小李的钱比小赵的钱多______分钱。

15. 一个自行车选手在相距 950 千米的甲、乙两地之间训练，从甲地出发，去时每 90 千米休息一次；到达乙地并休息一天后再沿原路返回，每 100 千米休息一次，他发现恰好有一个休息地点与去时的一个休息地点相同，那么这个休息地点距甲地有______千米。

16. 现有四个自然数，它们的和是 1111，如果要求这四个数的最大公约数尽可能地大，那么这四个数的最大公约数最大可能是______。

17. 桌面上有一条长度为 100 厘米的红色直线，另外有直径分别是 2 厘米、3 厘米、7 厘米和 15 厘米的圆形纸片若干个，现在用这些圆形纸片将桌上的红线盖住，如果要使所有纸片的圆周长总和最短，那么这些周长的总和是____厘米。（$\pi=3.14$）

18. 下图是一个边长为 2 厘米的正方体。在正方体上面的正中向下挖一个边长为 1 厘米的正方体小洞；接着在小洞的底面正中再向下挖一个边长为$\frac{1}{2}$厘米的立方体小洞；第三个小洞的挖法与前两个相同，边长为$\frac{1}{4}$厘米，那么最后得到的立体图形的表面积是______平方厘米。



19. 小明的左衣袋和右衣袋中分别装有六枚和八枚硬币，并且两衣袋中硬币的总钱数相等，当任意从左边衣袋取出两个硬币与右边衣袋的任两个硬币交换时，左边衣袋的钱总数要么比原来的钱数多 2 分，要么比原来的钱数少 2 分。那么，两个衣袋中共有______分钱。

20. 从 1，3，5，7，……，97，99 中最多可以选出______个数，使它们当中的每一个数都不是另一个数的倍数。

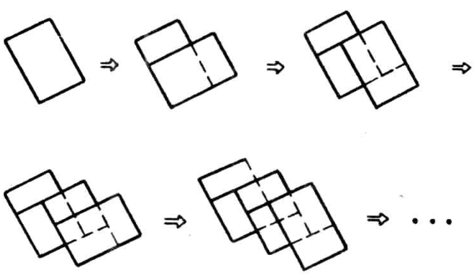
# 决 赛 试 题

1. 计算：$\frac{1}{4}\times\left(4.85\div\frac{5}{18}-3.6+6.15\times3\frac{3}{5}\right)$

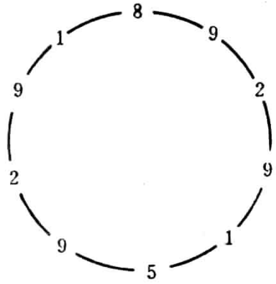
$+\left[5.5-1.75\times\left(1\frac{2}{3}+\frac{19}{21}\right)\right]=$______。

2. 某水池可以用甲、乙两个水管注水。单放甲管需 12 小时注满，单放乙管需 24 小时注满，现在要求 10 小时注满水池，并且甲、乙两管合放的时间尽可能地少，那么甲、乙管合放最少需______小时。

3. 有十张长 3 厘米、宽 2 厘米的纸片，将它们按照图中的样子摆放在桌面上，那么这十张纸片所盖住桌面上的面积是______平方厘米。



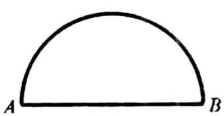
4. 用圆圈列出的十个数按顺时针次序可以组成许多个整数部分是一位的循环小数，例如 $1.8929\dot{1}592\dot{9}$。那么在所有这种数中最大的一个是______。



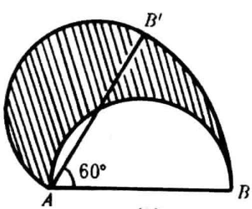

5. 有一列数：1，1989，1988，1，1987，……，从第三个数起，每一个数都是它前面的两个数中大数减小数的差。那么第 1989 个数是______。

6. 甲、乙两地之间有一条公路，李明从甲地出发步行往乙地；同时张平从乙地出发骑摩托车往甲地。80 分钟后两人在途中相遇。张平到甲地后马上折回往乙地，在第一次相遇后又经过 20 分钟张平在途中追上李明。张平到达乙地后又马上折回往甲地，这样一直下去。当李明到达乙地时，张平追上李明的次数是____次。

7. 图$(a)$是一个直径为 3 厘米的半圆，$AB$ 是直径。让 $A$ 点不动，把整个半圆逆时针转 60°角，此时 $B$ 点移动到 $B'$ 点（见图 $b$）。那么图中阴影部分的面积是______平方厘米。（$\pi=3.14$）



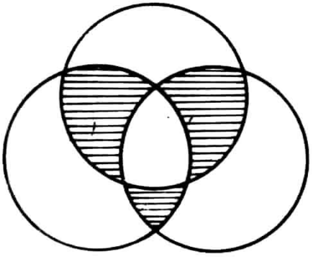

$(a)$



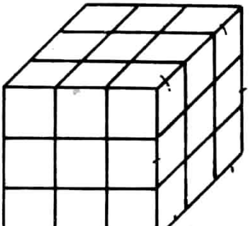

$(b)$

8. 有四个不同的自然数，它们当中任意两个数的和是 2 的倍数；任意三个数的和是 3 的倍数。为了使这四个数的和尽可能地小，这四个数分别是____________。

9. 在桌面上放置三个两两重叠、形状相同的圆形纸片。它们的面积都是 100 平方厘米，盖住桌面的总面积是 144 平方厘米，三张纸片共同重叠的面积是 42 平方厘米。那么图中三个阴影部分面积的和是______平方厘米。



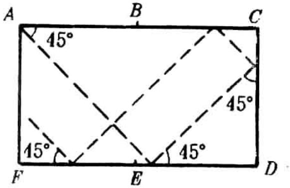
10. 把正方体的六个表面都分成 9 个相等的正方形。现用红、黄、蓝三种颜色去染这些小正方形，要求有公共边的正方形染的颜色不同。那么用红色所染成的正方形的个数最多是______个。



11. $A$、$B$、$C$、$D$、$E$ 五人参加乒乓球赛。每两个人都要赛一盘，并且只赛一盘。规定胜者得 2 分，负者得 0 分。现在知道比赛结果是：$A$ 和 $B$ 并列第一名，$C$ 是第三名，$D$ 和 $E$ 并列第四名。那么 $C$ 的得分是______分。

12. 从 1，2，3，…，1988，1989 这些自然数中，最多可以取______个数，才能使其中每两个数的差不等于 4。

13. 在长 260 厘米、宽 150 厘米的台球桌上，有 $A$、$B$、$C$、$D$、$E$、$F$ 六个球袋，其中 $AB = EF = 130$ 厘米。现在从 $A$ 处沿 45°方向打出一球(如图)，碰到桌边又沿 45°方向弹出，当再碰到桌边时，仍沿 45°方向弹出，如此继续下去。假如球可以一直运动，直至落入某个球袋中为止。那么它将落入______袋中。




14. 将十四个互不相同的自然数，从小到大依次排成一列。已知它们的总和是 170；如果去掉最大的数与最小的数，那么剩下的数总和是 150。在原来排成的次序中，第二个数是____。

15. 将自然数 1，2，3，…依次写下去组成一个数：

12345678910111213141 5…

如果写到某个自然数时，所组成的数恰好第一次能被 7 整除，那么这个自然数是__________。

# 初赛试题解析

**注**：为节省篇幅，解题时不再重复原题，只写所解题目的序号。

**1. 解** 将原式各项，按如下拆开：

$$\frac{2}{1\times(1+2)}=\frac{1}{1}-\frac{1}{1+2}$$

$$\frac{3}{(1+2)\times(1+2+3)}=\frac{1}{1+2}-\frac{1}{1+2+3}$$

$$\frac{4}{(1+2+3)\times(1+2+3+4)}=\frac{1}{1+2+3}-\frac{1}{1+2+3+4}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{10}{(1+2+\cdots+9)(1+2+\cdots+10)}=\frac{1}{1+2+\cdots+9}-\frac{1}{1+2+\cdots+10}$$

我们发现右端除最后一项$\frac{1}{1+2+\cdots+10}$之外，其余各项都加、减相消了，所以

$$原式=\frac{1}{1+2+\cdots+10}=\frac{1}{55}$$

**说明** 计算分数的加、减法，通常都是采用“通分”的办法，但对有些计算，采用“拆分”的办法更为简便。

2. 如果将数字一个一个地相加，显然是不科学的，应动手动脑去发现规律。