

御製數理精蘊下編卷二十二

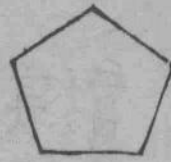
面部十二

各等邊形

更面形

各等邊形

設如五等邊形。每邊一尺二寸。問面積幾何。



法以全圓三百六十度。五分之。每分得

七十二度。折半得三十六度。爰以三十

六度之正弦五萬八千七百七十九爲

一率。半徑十萬爲二率。今所設之五等

邊形之每邊一尺二寸。折半得六寸爲

三率。求得四率一尺零二分零七豪七

絲二忽有餘。爲五等邊形外切圓之半

一率 五八七七九

二率 一〇〇〇〇〇

三率 六

四率 一〇二〇七二

一率 五八七八五三

二率 一〇〇〇〇〇〇〇〇

三率 二

四率 二〇四二五六

徑。或用求圓內容五等邊形之一邊之
定率比例以定率之圓內容五等邊形
之每邊五八七八五二五爲一率。圓
徑一〇〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所
設之五等邊形之每邊一尺二寸爲三
率。求得四率二尺零四分一釐五豪六
絲一忽有餘。折半得一尺零二分零七
豪八絲有餘。爲五等邊形外切圓之半
徑。乃以此半徑爲弦。五等邊形之每邊

折半爲勾。求得股八寸二分五釐八豪

二絲七忽有餘。爲五等邊形之中心至

每邊正中之垂線。或以三十六度之正

弦五萬八千七百七十九爲一率。三十

六度之餘弦八萬零九百零二爲二率。

今所設之五等邊形之每邊之半六寸

爲三率。求得四率八寸二分五釐八豪

二絲五忽有餘。爲五等邊形之中心至

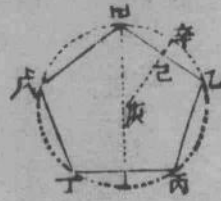
每邊正中之垂線。旣得此垂線。乃與每

一率 五八七七九

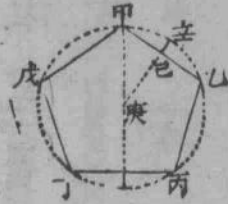
二率 八〇九〇二

三率 六

四率 八二五八二五



邊折半之數相乘。得四十九寸五十四
 分九十釐有餘。五因之。得二尺四十七
 寸七十四分五十釐有餘。卽五等邊形
 之面積也。如圖甲乙丙丁戊五等邊形。
 試作一外切圓形。則每邊之弧。皆爲七
 十二度。將甲乙邊折半於己。自圓心庚
 作庚己辛半徑線。遂平分甲乙弧於辛。
 則甲辛弧爲三十六度。甲己卽三十六
 度之正弦。庚己卽三十六度之餘弦。是



一率 七二六五四

二率 一〇〇〇〇〇

三率 六

四率 八二五八三二

故三十六度之正弦與半徑十萬之比。
 卽如今所設之每邊之半甲已與所得
 之半徑甲庚之比。又三十六度之正弦
 與三十六度之餘弦之比。卽如今所設
 之每邊之半甲已與所得之垂線庚已
 之比也。
此卽圓內容五等邊形之法而轉用之也

又法以三十六度之正切七萬二千六
 百五十四爲一率。半徑十萬爲二率。今
 所設之五等邊形之每邊之半六寸爲

一率 七二六五四

二率 一〇〇〇〇〇

三率 六

四率 八二五八三

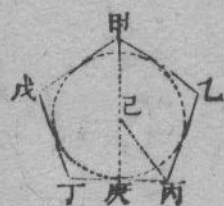
一率 七二六五四

二率 〇〇〇〇〇〇

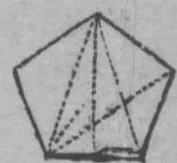
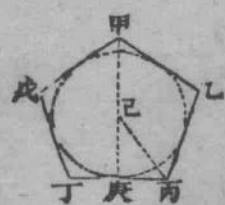
三率 三

四率 一六五二六六

三率求得四率八寸二分五釐八豪三絲二忽有餘。爲五等邊形內容圓之半徑。或用求圓外切五等邊形之一邊之定率比例。以定率之圓外切五等邊形之每邊七二六五四二五二爲一率。圓徑一〇〇〇〇〇〇〇爲二率。今所設之五等邊形之每邊一尺二寸爲三率。求得四率一尺六寸五分一釐六豪五絲八忽有餘。折半得八寸二分五釐



八豪二絲九忽有餘。爲五等邊形內容
 園之半徑。卽五等邊形之中心至每邊
 正中之垂線。乃與每邊折半之數相乘。
 五因之。得二尺四十七寸七十四分八
 十七釐有餘。爲五等邊形之面積也。如
 圖甲乙丙丁戊五等邊形。試作一內容
 園形。自甲角過園心己作甲己庚線。遂
 平分丙丁邊於庚。則丙庚卽三十六度
 之正切。故以三十六度之正切與半徑



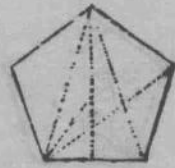
十萬之比。同於今所設之每邊之半丙庚與所得之內容圓半徑已庚之比也。
此卽圓外切五等邊形之法而轉用之也。

又法用連比例三率有中率求末率之法。以每邊一尺二寸爲中率。求得末率

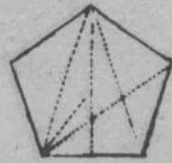
七寸四分一釐六豪四絲有餘。中率求末率卽

如首率求中率也。乃以末率與中率相加。得一

尺九寸四分一釐六豪四絲有餘爲首率。卽五等邊形兩角相對之斜線。乃以



此斜線爲弦。每邊之半爲勾。求得股一
 尺八寸四分六釐六豪零九忽有餘。爲
 五等邊形中心至每邊正中之垂線與
 分角線之和。卽五等邊形自一角至每邊正中之垂線。復以
 此垂線爲首率。每邊之半爲中率。求得
 末率一寸九分四釐九豪五絲二忽。爲
 五等邊形中心至每邊正中之垂線與
 分角線之較。乃以此較數與先所得和
 數相加。得二尺零四分一釐五豪六絲



一忽有餘折半得一尺零二分零七豪

八絲有餘爲五等邊形之分角線

即五等邊

形外切圖之半徑

仍以此較數與先所得和數

相減得一尺六寸五分一釐六豪五絲

七忽有餘折半得八寸二分五釐八豪

二絲八忽有餘爲五等邊形中心至每

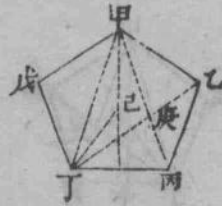
邊正中之垂線

即五等邊形內容圖之半徑

乃以此

垂線與每邊之半相乘五因之得二尺

四十七寸七十四分八十四釐有餘即



五等邊形之面積也。如圖甲乙丙丁戊

五等邊形。己爲五等邊形之中心。試自

甲角至丙丁二角。作甲丙甲丁二線成

甲丙丁三角形。又自丁角至乙角作丁

乙線。截甲丙線於庚。則又成丁庚丙三

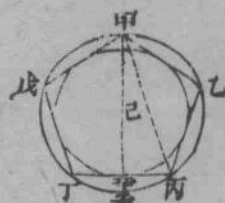
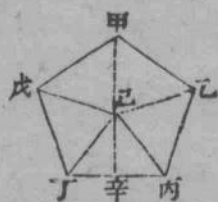
角形。此兩三角形爲同式形。故甲丙線

爲首率。即理分中末線之全分。丙丁邊爲中率。即理

分中末線之大分。而所截之甲庚一段與丙丁

邊等。亦爲中率。庚丙一段即爲末率。即理

面
部
各等邊形



辛爲首率丙辛爲中率求得辛壬末率。
 卽己辛中心至邊之垂線與甲己分角
 線之較。旣得辛壬與甲辛相加折半得
 甲己。卽分角線又爲五等邊形外切圓
 之半徑。以辛壬與甲辛相減折半得己
 辛。卽中心至每邊之垂線。又爲五等邊
 形內容圓之半徑。旣得己辛垂線與丙
 丁每邊之半丙辛相乘。得己丙丁一三
 角形之面積。五倍之卽五等邊形之面

積也。

又既得五等邊形兩角相對之斜線與
自一角至每邊正中之垂線求面積捷
法。以所得末率七寸四分一釐六豪四
絲有餘。加每邊之半六寸得一尺三寸
四分一釐六豪四絲有餘。與自一角至
每邊正中之垂線一尺八寸四分六釐
六豪零九忽有餘相乘。得二尺四十七
寸七十四分八十四釐有餘。卽五等邊

