

李文林 高小山 李邦河 姜伯驹 主编

吴文俊

与中国数学



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

吴文俊 与中国数学

主 编

姜伯驹

李邦河

高小山

李文林



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书是庆贺 2009 年吴文俊先生九十华诞的中文文集。本文集收录了 50 多篇文章,邀请了数学界的名家和吴先生的学生们,从不同的视角撰文介绍吴先生在拓扑学、数学机械化和古今数学史研究等三个方面的学术成就,对吴先生推动中国数学事业发展作出的杰出贡献和他的高尚品德,表达了数学界同仁的共同景仰之情。

图书在版编目(CIP)数据

吴文俊与中国数学/姜伯驹等主编. —上海:上海交通大学出版社,2016
ISBN 978-7-313-10085-6

I. ①吴… II. ①姜… III. ①吴文俊—纪念文集
IV. ①K826.11-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 163500 号

Copyright © 2010 by Global Publishing (An Imprint of World Scientific Co. Pte. Ltd.) All rights reserved. This book, or parts thereof, may not be reproduced in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage and retrieval system now known or to be invented, without written permission from the Publisher.

Reprint arranged with Global Publishing (An Imprint of World Scientific Co. Pte. Ltd., Singapore.)

上海市版权局著作权合同登记号:图字:09-2013-21

吴文俊与中国数学

主 编:姜伯驹 李邦河 高小山 李文林

出版发行:上海交通大学出版社

邮政编码:200030

出 版 人:韩建民

印 制:苏州市越洋印刷有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

字 数:350 千字

版 次:2016 年 8 月第 1 版

书 号:ISBN 978-7-313-10085-6/K

定 价:88.00 元

地 址:上海市番禺路 951 号

电 话:021-64071208

经 销:全国新华书店

印 张:18.25

印 次:2016 年 8 月第 1 次印刷

版权所有 侵权必究

告读者:如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话:0512-68180638

序一

杨振宁*

很多年以前就听陈省身先生说吴文俊是他的学生,在拓扑学方面做了极重要的工作。后来又听说他在几何问题用计算机证明方面作了开创性的贡献。1980年代在北京我终于认识了他。2000年他获得首届中国国家最高科技奖。

2002年香港邵逸夫先生和夫人邀我帮他们成立邵逸夫奖理事会。成立后决定每年颁发三个奖:天文学、生命科学与医学及数学科学,自2004年开始。每一奖项每年邀请国际专家提名,然后由一个五人委员会遴选推荐该年该奖项的获奖人。

2006年遴选委员会主席是英国大数学家 Atiyah,委员是 Griffiths, Hironaka, Novikov 与张恭庆。那年邵逸夫数学奖获得者是吴文俊与 David Mumford(参阅附图)。他们二位的获奖得到世界数学界的普遍赞同与认可,因为他们都在中心数学(Core Mathematics)里做了重要工作,又都开拓了数学科学的新前沿领域。

吴文俊的独立思考、开辟新领域的研究风格会给很多中国青年数学家鼓励与启发。

* 著名物理学家、诺贝尔奖得主。



2006 年邵逸夫奖颁奖典礼
自右至左：吴文俊、邵逸夫、曾荫权、Mumford

序二

姜伯驹

吴文俊先生今年九十大寿,我国数学界同声庆贺。

吴先生开始从事数学研究的时候,正是拓扑学突飞猛进,示性类理论逐渐成形的时期。他才华横溢,很快就因创立了吴示性类、吴公式等基本概念、基本工具而蜚声国际数学界。1951年吴先生从法国回国以后,针对当时所知的代数拓扑不变量都是同伦不变量的状况,他独辟蹊径,寻求非同伦不变的拓扑不变量,创立了示性类理论,并因此荣获1956年我国首届自然科学奖的一等奖。1958年被邀请在国际数学家大会(爱丁堡)作报告,可惜未能成行。

在国际交流受阻、基础研究受压的年代,吴先生进行了多方位的艰苦探索,终于悟出了在崇尚实用的文化传统所孕育的中国古代数学,其精髓是要能算、要找算法;他进而顺应计算机发展的时代潮流,独树一帜地凝练出数学机械化的研究方向。他是我国数学界奋力突破围城的杰出代表。

改革开放以来的二十年,中国数学从复苏走向兴旺。吴先生直接领导的数学机械化研究队伍不断壮大,成立了研究中心,并取得了丰硕的成果。在带领我国数学界重返世界数学舞台的同时,吴先生获得了多种奖项和荣誉:1986年应邀在国际数学家大会(伯克利)作《中国数学史的新研究》报告;1997年,因在数学机械化研究方面的开创性贡献而获得国际自动推理学领域的最高奖——Herbrand自动推理杰出成就奖;2000年因拓扑学与数学机械化的成就而获得我国首届国家最高科学技术奖;2002年国际数学家大会在北京举行,吴先生担任大会主席;

2006 年因对数学机械化这一新兴交叉学科的贡献而获得邵逸夫数学科学奖。

吴先生得到数学界的特别爱戴,不只因为他多方面的学术成就,不只因为他平和公正的品格。他有着深厚的爱国情怀,眼光远大,与我们一起亲历过风浪和曲折,亲身感受数学界的呼声,所以他的看法更切实,更有说服力。他以自己顽强的探索与实践,鼓舞了我们的自信心,告诉我们要勇于思考,勇于走自己的路。

在庆贺吴先生九十华诞的时候,我们非常高兴组织出版《吴文俊与中国数学》中文文集,非常感谢著名物理学家、诺贝尔奖得主杨振宁教授为此文集作序。本文集邀请了数学界的名家、友好和学生们从不同的视角撰文介绍吴先生的学术成就、对中国数学界的杰出贡献和他的高尚品德,以这种方式表达我们共同的景仰之情。谨以此书作为献给吴文俊先生的一份寿礼。敬祝吴先生健康长寿!

目录

1 序一 / 杨振宁

1 序二 / 姜伯驹

一、学术丰碑 巍峨耸立

3 吴文俊对拓扑学的伟大贡献 / 李邦河

7 吴文俊与数学机械化 / 高小山

20 古为今用、自主创新的典范 / 李文林

二、九十华诞 众人敬仰

33 不朽的创造之路 / 谷超豪

35 忆吴文俊与中国数学 / 胡国定

37 吴文俊先生的学术思想对我的影响 / 陆启铿

41 吴文俊先生的高尚品质 / 万哲先

43 伟大的爱国主义数学大师吴文俊 / 丁夏畦 罗佩珠

45 一位超人 / 林 群

46 祝贺吴文俊先生获邵逸夫数学奖 / 张恭庆

49 榜样的力量 / 姜伯驹

52 一位真正的大学者 / 郭 雷

55 “饮水思源”母校情 / 谢震宇 李开泰

60 吴文俊与中国数学 / 许忠勤

- 69 我认识的吴文俊先生 / 张肇炽
- 78 我所敬重的吴文俊先生 / 齐东旭
- 81 用“吴方法”研究数学物理问题 / 王世坤 吴 可 费少明
- 85 跟吴文俊先生学习 / 堵丁柱
- 87 记与吴先生交往的二三事 / 李 廉
- 90 回忆一个拓扑小组的二三事 / 孙以丰
- 93 难忘吴先生的关怀 / 吴振德
- 95 回忆和感怀 / 千丹岩
- 100 回忆师从吴文俊教授的日子 / 熊金城
- 104 祝贺吴先生九十华诞 / 虞言林
- 107 提携后进 为人师表 / 彭家贵 胡 森
- 112 我和吴文俊院士的第一次见面 / 曾广兴
- 115 我心目中的吴文俊 / 王诗威
- 118 品德高尚 学问高深 / 胡 森
- 120 感谢和学习 / 张景中
- 123 回忆跟吴文俊先生做项目 / 杨 路
- 126 数学机械化研究的先行者 / 石 赫
- 136 为复兴中华数学开未来 / 张鸿庆
- 146 如烟往事五十年 / 黄文奇
- 155 吴文俊先生与机构学研究 / 廖启征
- 158 吴文俊先生和几何定理证明 / 周咸青
- 163 数学机械化发展回顾 / 王东明 高小山 刘卓军
李子明
- 173 吴文俊与数学机械化中心 / 刘卓军
- 178 师予我 / 王东明
- 180 吴文俊与北京大学信息科学中心 / 封举富 查红彬
- 183 走自己的路 用事实去说话 / 陈永川
- 192 学术楷模 一代宗师 / 汪劲松
- 196 忆恩师吴文俊先生二三事 / 吴尽昭

202	吴方法与中国科大 CAGD 研究小组 / 邓建松 陈发来
204	师从吴先生学习和研究数学机械化 / 李洪波
209	吴文俊先生与混合计算 / 支丽红
211	记吴文俊先生关于数学教育的一次谈话 / 张奠宙
215	吴文俊院士对我研究数学史的启发和影响 / 程贞一
223	赞颂与感恩 / 胡作玄
228	教诲与鞭策 / 郭书春
238	忆“吴龙” / 李文林
246	吴文俊院士与我国高校数学史研究 / 郭世荣
258	我们这个时代的领袖数学史家 / 曲安京
265	吴文俊和他所获得的奖励 / 邓明立
274	吴文俊关于纳什均衡稳定性的工作及其影响 / 曹志刚 杨晓光 俞 建
280	主编简介

一、学术丰碑 巍峨耸立

吴文俊对拓扑学的伟大贡献

李邦河

一、示性类的划时代者

1. 破解“难学”的奇才

向量丛的模 2 示性类几乎同时由 Whitney 和 Stiefel 在 1935 年独立引进,故名为 Stiefel-Whitney 示性类。

代数拓扑学,是公认的难以学懂、更难以做出成果的一门学问,因此被戏称为“难学”。有一个小插曲——在凤凰电视台的《李敖有话说》节目中,文学家李敖说:听说有一门学问叫拓扑学,非常难学。

示性类理论,作为拓扑学中妙不可言的精品,自然更是“难学”中的“难学”。1940 年,Whitney 发表了 Stiefel-Whitney 示性类的乘法公式的文章。因为证明极为复杂,没有全部刊出,故在论文发表后,他仍不得不保留详细的原稿。而吴文俊,在 1947 年,在学习和研究拓扑学不到一年之后,即给出了这一公式的较为简短的证明,全文发表在顶尖杂志 Annals of Mathematics 上。据项武忠说,Whitney 于是认为,从此他的手稿可以不必保留了。

闻此,国内外同行无不啧啧称奇:吴文俊,真奇才也!

2. 吴示性类和第一吴公式

吴示性类定义如下:设 M 是 n 维的紧致无边微分流形,则对任意 $i = 0, 1, \dots, n$ 存在上同调类 $V_i \in H^i(M, \mathbb{Z}_2)$, 使对任意 $X \in H^{n-i}(M, \mathbb{Z}_2)$,

$$V_i X = Sq^i X$$

这里 Sq^i 是 Steenrod i -平方运算, 而 V_i 就是第 i 个吴示性类, 简称吴类。

令

$$\begin{aligned} Sq &= Sq^0 + Sq^1 + \cdots \\ V &= 1 + V_1 + \cdots + V_n \\ W &= 1 + W_1 + \cdots + W_n \end{aligned}$$

这里 W_i 是 M 的切丛的第 i 个 Stiefel-Whitney 示性类, 则有

$$\text{第一吴公式: } W = SqV$$

这一公式的重要意义在于: ①揭开了笼罩在 Stiefel-Whitney 示性类头上神秘的面纱, 使它们变得极易计算。②Stiefel-Whitney 示性类的拓扑不变性, 曾是当时的拓扑学家关注的问题。而该公式则轻而易举地揭示了, 它们不仅是拓扑不变的, 而且还是同伦不变的。

3. 第二吴公式

年轻的吴文俊在示性类上的卓越贡献引来了大数学家 Weil 的青睐。他告诉吴: Grassmann 流形上的 Steenrod 运算还没有算出。Weil 果然慧眼识英雄, 精通 Steenrod 运算的吴, 正是完成此项任务的最佳人选。经过在咖啡馆里一个月艰难而又快乐的奋战, 吴得到著名的第二吴公式

$$Sq^k W_m = W_k W_m + \binom{k-m}{1} W_{k-1} W_{m+1} + \cdots + \binom{k-m}{k} W_0 W_{m+k}$$

这里的 W_1 经向量丛的分类映射被拉回到底空间的上同调群里, 就成为该丛的第 i 个 Stiefel-Whitney 示性类。1956 年 Dold 证明, 这一公式给出了 Stiefel-Whitney 示性类之间所有可能的关系。

4. 如上所说, Steenrod 运算与示性类关系极为密切, 而精通这两者的吴不仅对示性类功勋卓著, 在 Steenrod 运算上也留下了历史的印记。正如 Cartan 所指出的, 在 Steenrod 运算的公理化定义中的一条公理——Cartan 公式, 是吴向他建议的。

5. Pontrjagin 示性类

1942 年 Pontrjagin 引进了一类整系数的示性类, 其论文用俄文发表, 除了在苏联之外, 少有人懂。吴文俊以他独到的敏锐观察, 认识到这些示性类的重要性。于是, 没有学过俄文的他, 硬是借助语法书和词典, 弄懂了 Pontrjagin 的文章, 并介绍给同窗好友 Thom, 成为 Thom 研究协边理论的有力武器。

而吴自己对 Pontrjagin 示性类的贡献更是多方面的。

首先,也是最重要的,他证明了 Pontrjagin 示性类可由陈省身在 1946 年引进的 Chern 示性类导出。后来,吴得到的这一关系式就成为了 Pontrjagin 示性类的定义。

其次是他在 1950 年代初从法国回国后发表了一系列论 Pontrjagin 示性类的雄文,不仅证明了它们模 3 和模 4 的拓扑不变性,还引领了对这一神秘的示性类的拓扑不变或非拓扑不变的进一步研究。

此外,他关于四维定向流的 Pontrjagin 示性类是符号差的三倍的猜想,对后世数学的发展,影响非常深远,成为 Hirzebruch 的符号差定理和 Atiyah-Singer 指算定理的源头。

6. 示性类的定名者

Stiefel-Whitney 示性类, Pontrjagin 示性类, Chern 示性类, 这些示性类是由谁命名的呢? 其命名者就是吴文俊! 而且一经吴命名后, 它们的名称就被定下来了, 再也没有变过。这充分反映了吴在示性类领域的权威地位。

7. 示性类的分水岭

在吴关于示性类的工作之前, 示性类之间的关系不清, 计算极为困难, 迷雾重重; 在吴的工作之后, 则雾散日出, 关系昭然若揭, 且易于计算。因此吴的工作是分水岭, 是对示性类的划时代贡献。

二、独创的示嵌类、示浸类、示痕类

吴在微分流形和复合形的嵌入理论方面是一位承上启下的领袖。

(1) 对复合形, 独创地运用 Smith 周期变换定理于复合形的 p 重约化积, 定义了示嵌类、示浸类、示痕类, 并且用这些类给出了: n 维复形可嵌入于 R^{2n} ($n > 1$), 可浸入于 R^{2n} ($n > 3$) 的充分且必要的条件, 以及 n 维复形在 R^{2n+1} ($n > 1$) 中的两个嵌入同痕的充要条件。

(2) 1 维复形在平面中的嵌入问题属于图论的范畴, 需要特别处理。吴完全解决了这一问题, 使经典的著名的 Karatowski 不可嵌入定理成为其特例。有趣的是, 这是吴在“文革”期间, 数学所在阅览室开的批判会上, 顺手翻阅书架上一本杂志, 看到印刷线路的文章, 激发起对该问题的极大兴趣而完成的。这一工作作为图论输入了新方法, 开辟了新方向。

(3) 吴运用 Whitney 技巧证明的定理: $n > 1$ 时, 任意两个 n 维流形到 R^{2n+1}

的微分嵌入必微分同痕,在 Smale 解决高维 Poincaré 猜想的工作中发挥了重要作用。

(4) 关于微分流形的嵌入问题,吴在 1958 年前,已有如何用奇点理论的较明晰的想法,后因“大跃进”时期批判“理论脱离实际”而停顿。但他在 1958 年访问法国时关于这一想法的报告,却给了听众中的瑞士拓扑学家、吴在留法期间的同门师弟 Haefliger 极大的启发。Haefliger 在三四年后发表的用奇点理论给出的关于微分嵌入的定理成为该方向的基本定理。

三、“能计算性”与 I^* -量度

吴在研究中国古代数学史时形成的“构造性数学”的宏大思想,不仅作出了他在定理机器证明和数学机械化方面的伟大贡献,也激发了他在代数拓扑方面构造性地统一处理同调群、同伦群、示性类、上同调运算等的雄心。他以“能计算性”的概念,重新整理和改造 Sullivan 的极小模理论,提出和解决了不少问题。在出版这方面的专著(*Rational homotopy type: A constructive study via the theory of the I^* -measure*, *Lecture Notes in Math.*, 1987, No. 1264)之前,他在数学机械化和代数拓扑两条战线上同时作战,精力超群,英勇无比,战果辉煌。有一次,他告诉笔者,在写完上述专著后,他要全力以赴于数学机械化了。今天,他在数学机械化方面的伟大成就,已为全世界所公认。而他关于“能计算性”和 I^* -量度的革命性思想,则为后人留下了宝贵的财富。

(作者为中科院系统科学研究所研究员、中科院院士)

吴文俊与数学机械化

高小山

一、数学机械化纲领

吴文俊于 1978 年发表几何定理机器证明的第一篇论文(见参考文献[7])后,主要精力转向了数学机械化研究。他不仅提出了数学机械化的主要方法,还花费了大量时间遍寻各种可以用他的方法解决的应用问题,并亲自动手编制计算机程序给出这些应用问题的具体解答。对此,有些同行表示不理解,认为吴应该继续致力于像拓扑学那样的核心数学领域。但是,吴文俊从不为所动,究其原因,是因为吴文俊关于数学机械化的研究体现了他自 20 世纪 70 年代末形成的关于数学发展的观点。

1974 年,吴开始研读中国数学史文献。他发现,中国古代数学的显著特点是其构造性与算法化,而且算法化思想在数学的发展中起到了非常重要的作用。吴文俊指出:回顾数学发展史,主要有两种思想:一是公理化思想;二是机械化思想。前者源于希腊,后者则贯穿整个中国古代数学。这两种思想对数学发展都曾起过巨大作用。从汉初完成的《九章算术》中对开平方、开立方的机械化过程的描述到宋元时代发展起来的求解高次代数方程组的机械化方法,对数学的发展起了巨大的作用。公理化思想在现代数学,尤其是纯数学中占据着统治地位。然而,通过数学史可以发现数学多次重大跃进无不与机械化思想有关。例如,对近代数学起着决定作用的微积分也得益于经阿拉伯人传入欧洲的中国数学的机械化思想。因此,吴认为应该重视机械化思想对于数学发展的