全国硕士研究生入学统一考试

管理类专业学位联考
数学复习辅导

研究生入学考试命题研究中心 编

上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

管理类专业学位联考
数学复习辅导

研究生入学考试命题研究中心　编

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书根据全国硕士研究生统一考试管理类专业联考综合能力考试大纲和最新联考试卷编写。全书共分 9 章，内容包括：实数，整式与分式，方程与不等式，指数函数与对数，数列，组合计数与概率初步，几何。每章均设考点精要、高分技巧、例题解析，具有很强的实战性和针对性。书后附有 6 套测试模拟卷及其答案与提示，供考生自测自查。

本书可供报考工商管理硕士（MBA）、公共管理硕士（MPA）、会计硕士（MBACC）等专业学生复习阅读参考。

图书在版编目（CIP）数据

管理类专业学位联考数学复习辅导/研究生入学考试命题研究中心编. —上海：上海交通大学出版社，2010

（全国硕士研究生入学统一考试）

ISBN 978-7-313-06676-3

Ⅰ. 管... Ⅱ. 研... Ⅲ. 高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2010）第 138525 号

管理类专业学位联考
数学复习辅导

研究生入学考试命题研究中心 编

上海交通大学出版社出版发行

（上海市番禺路 951 号 邮政编码 200030）

电话：64071208 出版人：韩建民

常熟市大宏印刷有限公司 印刷 全国新华书店经销

开本：787mm×960mm 1/16 印张：7 字数：129 千字

2010 年 8 月第 1 版 2010 年 8 月第 1 次印刷

印数：1～3 030

ISBN 978-7-313-06676-3/O 定价：18.00 元

前　　言

本书是根据全国硕士研究生入学统一考试管理类专业学位联考综合能力考试大纲和最新联考试卷编写的数学辅导教材。

全国硕士研究生入学综合能力考试是为高等院校和科研院所招收工商管理硕士(MBA)、公共管理硕士(MPA)、会计硕士(MBACC)等专业而设置的具有选拔性质的联考科目，其目的是科学、公平、有效地测试考生是否具备攻读上述专业学位所需的基本素质、一般能力和培养潜能。综合能力考试中的数学基础部分主要考查考生的运算能力、逻辑推理能力和数据处理能力。

试题涉及的数学知识范围有：

(1) 实数的概念与运算；

(2) 整式、分式及其运算；

(3) 一元二次方程、二元一次方程组的解法及其应用；

(4) 一元一次不等式、一元二次不等式、简单绝对值不等式的解法及其应用；

(5) 数列的基本概念，等差数列、等比数列；

(6) 计数原理，排列与组合；

(7) 概率初步；

(8) 常见平面图形(三角形、四边形、圆、扇形)；

(9) 平面解析几何初步(平面直角坐标系、直线、圆)。

联考的数学题共 25 题，分为以下两类：

第一类，问题求解。共 15 题，均为五选一的选择题。

第二类，条件充分性判断。共 10 题，要求判断每题给出的条件(1)和(2)能否充分支持题干所陈述的结论。从给出的 A，B，C，D，E 五个选项(判断结果)中，选择一项符合试题要求的判断。

联考数学题的特点是：量大(共 25 题)，时间紧(平均完成 1 题的时间不能超过 2 分钟)，题型独特，计算简易(在掌握正确方法的前提下)，图形简明，难度不低。

为了帮助考生在短时间内熟悉该项考试内容，熟练掌握考试技能，提高应试能力，本书力求具有以下特点：

(1) 内容简明扼要，突出重点。全书分 9 章，涵盖了考试大纲涉及的全部考点。

(2) 每章选编的典型例题类型齐全，并给出详尽解析。解题注重方法与技巧，

强调方法的快速与高效。

(3) 针对历届试题中的部分难题(约占15%),在某些章节中特增设了“高分技巧”栏目。

(4) 书后附6套测试模拟卷及答案与提示,供系统复习后的考生自测自查。

本书可供报考工商管理硕士(MBA)、公共管理硕士(MPA)、会计硕士(MBACC)等专业学生复习阅读参考。

目　　录

第1章　实　数

1.1　考点精要

1.1.1　自然数与整数

1.1.1.1　整数分类

(1) 自然数集合$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,\cdots\}$，整数集合$\mathbb{Z}=\{0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots\}$，正整数集合$\mathbb{Z}^{+}=\{1,2,3,\cdots\}$.

(2) 整数$\begin{cases}\text{正整数,}\\\text{零,}\\\text{负整数;}\end{cases}$　　整数$\begin{cases}\text{偶数,}\\\text{奇数.}\end{cases}$

偶数可表示为$2n$，奇数可表示为$2n-1$，$n\in\mathbb{Z}$.

(3) 正整数$\begin{cases}\text{素数(也称质数)，它仅有 1 与自己两个正因子,}\\\text{合数，有除 1 和自己之外的其他正因子.}\end{cases}$

任何一个合数可以唯一表示成若干个素数的乘积.

设$b=\cdots a_3a_2a_1$是正整数，a_1是它的个位数，a_2是它的十位数，a_3是它的百位数，……，那么$b=a_1+10a_2+100a_3+\cdots$. 例如$4321=1+2\times10+3\times100+4\times1000$.

1.1.1.2　整数的整除性

(1) 设a和b是整数. 如果有整数c使得$a=bc$，则称b是a的因子，a是b的倍数，记为$b|a$.

(2) 性质：

若$c|b$且$b|a$，则$c|a$.

若$c|b$且$c|a$，那么对任何的整数s和t，都成立$a|sa+tb$.

若p是素数且$p|ab$，则$p|a$或者$p|b$.

(3) 倍数判别法：设a是整数，则

$2|a\Leftrightarrow a$的末位数字是偶数；

$4|a\Leftrightarrow a$的末两位数字是4的倍数；

$8|a\Leftrightarrow a$的末三位数字是8的倍数；

$3|a \Leftrightarrow a$ 的所有数字之和是 3 的倍数；

$9|a \Leftrightarrow a$ 的所有数字之和是 9 的倍数，这是因为，

$a = \cdots a_3a_2a_1 = a_1 + 10a_2 + 100a_3 + \cdots = (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots) + (9a_2 + 99a_2 + \cdots)$
$= (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots) + 9$ 的倍数；

两个连续的整数之积是 2 的倍数，三个连续的整数之积是 6 的倍数.

(4) 若整数 d 满足 $d|a$ 且 $d|b$，则称 d 是 a 与 b 的公因子.

若 d 是 a 与 b 的公因子，且 a 与 b 的公因子都是 d 的因子，则称 d 是 a 与 b 的最大公因子.

a 与 b 的最大公因子记为 (a,b).

(5) 若整数 l 满足 $a|l$ 且 $b|l$，则称 l 是 a 与 b 的公倍数.

若 l 是 a 与 b 的公倍数，且 a 与 b 的公倍数都是 l 的倍数，则称 l 是 a 与 b 的最小公倍数.

a 与 b 的最小公倍数记为 $[a,b]$.

若 $a = \pm p_1^{\alpha_1} \cdots p_t^{\alpha_t}$，$b = \pm p_1^{\beta_1} \cdots p_t^{\beta_t}$. 这里，$p_1, \cdots, p_t$ 为二二不同素数；α_i, β_i 为非负整数 $(i=1,\cdots,t)$. 则

① $b|a \Leftrightarrow \beta_i \leqslant \alpha_i (i=1,\cdots,t)$.

② $(a,b) = \pm p_1^{\gamma_1} \cdots p_t^{\gamma_t}$，$\gamma_i = \min\{\alpha_i, \beta_i\}$，$i=1,\cdots,t$.

③ $[a,b] = \pm p_1^{\delta_1} \cdots p_t^{\delta_t}$，$\delta_i = \min\{\alpha_i, \beta_i\}$，$i=1,\cdots,t$.

④ $ab = \pm (a,b) \cdot [a,b]$.

例如：$90 = 2 \times 3^2 \times 5 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^0$，$84 = 2^2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^1 \times 5^0 \times 7^1$.

从而 $(90,84) = 2^1 \times 3^1 = 6$，$[90,84] = 2^2 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^1 = 1260$，且 $90 \times 84 = 6 \times 1260$.

1.1.2 分数与百分数

1.1.2.1 分数

(1) 若 a 与 b 是整数，且 $b \neq 0$，则称 $\frac{a}{b}$ 为分数. 分数也称为有理数.

(2) 当 $0 < b < a$ 或者 $a < b < 0$ 时，$\frac{a}{b}$ 称为假分数；当 $0 < a < b$ 或者 $b < a < 0$ 时，$\frac{a}{b}$ 称为真分数.

任何一个假分数总可写为整数与真分数之和.

(3) 若 $(a,b) = 1$，则称 $\frac{a}{b}$ 为既约分数.

(4) 分数性质：

若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，s 和 t 都是整数，则在 $bs+dt\neq 0$ 时，有$\frac{as+ct}{bs+dt}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，在 $cs+dt\neq 0$ 时，有$\frac{as+bt}{cs+dt}=\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$；$\frac{c}{d}>\frac{a}{b}>0$，则$\frac{c}{d}>\frac{a+c}{b+d}>\frac{a}{b}>0$.

1.1.2.2　**百分数**

表示一个数是另一个数的百分之几的数称为百分数，常用“%”来表示. 例如 4 是 5 的 80%，写成 4=5×80%.

1.1.2.3　**倒数**

若 a 和 b 都是非零整数，则称$\frac{b}{a}$是$\frac{a}{b}$的倒数.

两个互为倒数的数的乘积是 1.

1.1.3　数轴　绝对值

1.1.3.1　**数轴**

(1) 确定了原点、单位与方向的直线称为数轴.

(2) 性质：数轴上的点与实数一一对应.

设 a 和 b 都是实数. 若 a 在数轴上的位置在 b 在数轴上的位置的右边，则 $a>b$.

1.1.3.2　**绝对值**

(1) $|a|=\begin{cases} a, & a>0, \\ 0, & a=0, \\ -a & a<0. \end{cases}$

非负实数 $|a-b|$ 表示数轴上的点 a 和 b 之间的距离.

(2) 性质：

$|-a|=|a|$；

$-|a|\leqslant a\leqslant |a|$；

$|a|\leqslant |b| \Leftrightarrow 0\leqslant a\leqslant b$ 或者 $b\leqslant a\leqslant 0$；

$|a+b|\leqslant |a|+|b|$，当且仅当 a 和 b 同号时等号成立；

$||a|-|b||\leqslant |a-b|$，当且仅当 a 和 b 异号时等号成立.

1.1.3.3　**平均数**

(1) n 个数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 的代数平均数是$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$；

n 个数 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 的几何平均数是 $\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$.

(2) 设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 是 n 个正实数，则

$$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}\geqslant \sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}\geqslant \frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}},$$

等号当且仅当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$ 时成立.

1.2 高分技巧

未知量成比例时,设元常用的技巧:

(1) 若 n 个量 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 成比例:$a_1:a_2:\cdots:a_n=k_1:k_2:\cdots:k_n$,可分别设 $a_1=k_1x,a_2=k_2x,\cdots,a_n=k_nx$.

例如,四边形四内角的比例为 $2:3:5:8$,则可以设这四个角分别是 $2x,3x,5x$ 和 $8x$.

(2) 若 $x:y=5:6,y:z=9:11$,则由于 $[6,9]=18$,因此 $x:y=5:6=15:18,y:z=9:11=18:22$.

如果设 $x=15s$,则 $y=18s$,从而 $z=22s$.

1.3 例题精解

1.3.1 问题求解

例 1.1 若整数 a 满足:$0\leqslant a\leqslant 9$ 且 $9|3a541$,求 a.

解 $3+a+4+5+1=13+a$ 能被 9 整除,因此 $a=5$.

例 1.2 若某个三位数是其数字和的 25 倍,求该三位数.

解 设此三位数是 $a_3a_2a_1$,$1\leqslant a_3\leqslant 9,0\leqslant a_1,a_2\leqslant 9$,则

$$100a_3+10a_2+a_1=25(a_1+a_2+a_3),25a_3-5a_2=8a_1.$$

由于等号左边能被 5 整除,可设 $a_1=5k(k=0,1)$,则 $5a_3=a_2+8k$,解得

$$\begin{cases}k=0,\\a_2=5,\\a_3=1;\end{cases}\quad\begin{cases}k=1,\\a_2=2,\\a_3=2;\end{cases}\quad\begin{cases}k=1,\\a_2=7,\\a_3=3.\end{cases}$$

此三位数是 150,或者 225,或者 375.

例 1.3 100 人排队报数,单号离队.继续报数,逢单离队,问最后留下的是几号?

解 第一次报数后离队的是不能被 2 整除的号码;留下的号码是 2 的倍数.

第二次报数后离队的是能被 2 整除的号码但不能被 $4=2^2$ 整除的号码;留下的号码是 2^2 的倍数.

第三次报数后离队的是能被 4 整除的号码但不能被 $8=2^3$ 整除的号码,留下的号码是 2^3 的倍数.

……

第 n 次报数后，留下的号码是 2^n 的倍数.

由于不超过 100 的正整数中 2 的最大的幂次是 $6:64=2^6$，因此最后留下的是 64 号.

例 1.4 路长 240 米，从头至尾每隔 6 米有电线杆. 现需在此路上从头至尾每隔 4 米种树 1 棵，遇电线杆不种，问需种树多少?

解 本应种树 $\frac{240}{4}+1=61$ 棵. 现在在 4，6 的公倍数处，即在 $[4,6]=12$ 的倍数处有电线杆而不种树，因此少种 $\frac{240}{12}+1=21$. 实际种树 $61-21=40$ 棵.

例 1.5 五边形五个内角之比是 $2:3:4:5:6$，求最小内角.

解 设这五个内角分别为 $2x,3x,4x,5x$ 和 $6x$，那么

$$2x+3x+4x+5x+6x=(5-2)\times 180=540, x=27.$$

因此最小内角为 $54°$.

例 1.6 求解下式: $5\frac{1}{9}-2\frac{7}{12}$.

解 $5\frac{1}{9}-2\frac{7}{12}=5\frac{4}{36}-2\frac{21}{36}=2\frac{36+4-21}{36}=2\frac{19}{36}$. $\left(借 1 算法，这里 1=\frac{36}{36}\right)$

例 1.7 求解下式: $9+99+999+9999+99999$.

解 $9+99+999+9999+99999=(10-1)+(100-1)+(1000-1)+(10000-1)+(100000-1)=111110-5=111105$.

例 1.8 求解集 (1) $|x+3|=5$; (2) $|x-3|\leqslant 4$; (3) $|x-4|\geqslant 1$; (4) $|x-1|+|x+2|=3$.

解 (1) $x+3=\pm 5, x=2$ 或者 $x=-8$.

(2) $-4\leqslant x-3\leqslant 4, 1\leqslant x\leqslant 7$.

(3) $x-4\geqslant 1$ 或者 $x-4\leqslant -1, x\geqslant 5$ 或者 $x\leqslant 3$.

(4) 由于 -2 和 1 之间的距离是 3，因此解为 $-2\leqslant x\leqslant 1$.

例 1.9 设 $x>0$，求 $2x+\frac{1}{x^2}$ 的最小值.

解 $2x+\frac{1}{x^2}=x+x+\frac{1}{x^2}\geqslant 3\sqrt[3]{x\cdot x\cdot \frac{1}{x^2}}=3$，等号当且仅当 $x=\frac{1}{x^2}$，即 $x=1$ 时成立，因此 $2x+\frac{1}{x^2}$ 的最小值是 3.

例 1.10 设 $x,y>0$，且 $2x+3y=1$，求 xy 的最大值.

解 $\frac{1}{2}=\frac{2x+3y}{2}\geqslant\sqrt{2x\cdot 3y}=\sqrt{6xy}, xy\leqslant\frac{1}{24}$,等号当且仅当 $2x=3y$,即 $\begin{cases}x=\frac{1}{4},\\ y=\frac{1}{6}\end{cases}$ 时成立.

例 1.11 设 $a>0, c>b>0$.问:(1) $\frac{2a+b}{a+b}$与$\frac{2a+c}{a+c}$谁大?(2) $\frac{b+3a}{c+3a}$与$\frac{b}{c}$谁大?

解 (1) $\frac{2a+b}{a+b}=1+\frac{a}{a+b}, \frac{2a+c}{a+c}=1+\frac{a}{a+c}$.因$\frac{a}{a+b}>\frac{a}{a+c}$,故$\frac{2a+b}{a+b}>\frac{2a+c}{a+c}$.

(2) 由于$\frac{b}{c}<1=\frac{3a}{3a}$,因此$\frac{b}{c}<\frac{b+3a}{c+3a}<1$.

例 1.12 $|a|=5, |b|=7, ab<0$,求$|a-b|$.

解 $|a-b|=|a|\left|1-\frac{b}{a}\right|=|a|\left(1+\left|\frac{b}{a}\right|\right)=|a|+|b|=12$.

例 1.13 已知 a, b, c 和 d 都是整数,且 $a<2b, b<3c, c<4d, d<50$,求 a 的最大值.

解 $a\leqslant 2b-1\leqslant 2(3c-1)-1=6c-3\leqslant 6(4d-1)-3=24d-9\leqslant 24\times 49-9=1167$.

例 1.14 $|x+y-6|+(x-2y)^2=0$,求 x^y.

解 $x+y-6=0$ 且 $x-2y=0$,因此 $x=4, y=2, x^y=16$.

例 1.15 班上共有学生 50 人,数学考试的平均分数为 82 分.其中男生平均成绩 76 分,女生平均成绩 91 分,求男生人数.

解 设男生人数为 x 人,则

$$\frac{76x+91(50-x)}{50}=82, x=30.$$

例 1.16 某商品单价上涨 10%后再降回原价,求降价的百分比.

解 设原价为 a,则降价的百分比为$\frac{1.1a-a}{1.1a}\approx 9.091\%$.

例 1.17 甲乙两种茶叶以 $x:y$ 混合成成品茶.甲种茶每斤 50 元,乙种茶每斤 40 元.现在甲种茶的价格上涨 10%,乙种茶的价格下降 10%,成品茶的价格不变,求 $x:y$.

解 $\frac{50x+40y}{x+y}=\frac{5.5x+3.6y}{x+y}, 0.4y=0.5x, x:y=4:5$.

例 1.18 若 $x^2-3x+1=0$,求 $x^4+\frac{1}{x^4}$.

解 因 $x\neq0$，因此 $x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x^2+1}{x}=\dfrac{3x}{x}=3$.

$$x^4+\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2=\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right]^2-2=47.$$

例 1.19 若 $x+\dfrac{1}{y}=1,y+\dfrac{1}{z}=1$，求 $z+\dfrac{1}{x}$.

解 $z+\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{1-y}+\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{y}}=1$.

例 1.20 某商品一等品与二等品的比例是 5∶3，二等品与次品的比例为 4∶1，求次品率.

解 设一等品为 $20x$ 件，二等品为 $12x$ 件，次品为 $3x$ 件，则

$$次品率=\frac{3x}{20x+12x+5x}=\frac{3}{35}.$$

例 1.21 如图 1-1 所示是实数 a,b 和 c 在数轴上的位置，求 $|a+b|-|b-a|+|a-c|+c$ 的值.

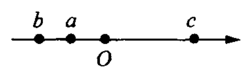


图 1-1

解 $|a+b|-|b-a|+|a-c|+c=-a-b+b-a-a+c+c=2c-3a$.

例 1.22 $\dfrac{1}{x}:\dfrac{1}{y}:\dfrac{1}{z}=4:5:6,x+y+z=74$，求 y.

解 设 $\dfrac{1}{x}=4s,\dfrac{1}{y}=5s,\dfrac{1}{z}=6s$，则 $74=\dfrac{1}{4s}+\dfrac{1}{5s}+\dfrac{1}{6s}=\dfrac{37}{60s},\dfrac{1}{s}=30$.

所以 $y=\dfrac{1}{5s}=6$.

例 1.23 设 $\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{5}$，求 $\dfrac{2x+3y}{3x-2y}$ 的值.

解 设 $x=3s,y=5s$，则 $\dfrac{2x+3y}{3x-2y}=\dfrac{2\times3s+3\times5s}{3\times3s-2\times5s}=-21$.

例 1.24 $\dfrac{2005}{2006},\dfrac{2006}{2007},\dfrac{2009}{2008}$ 谁大?

解 $\dfrac{2005}{2006}=1-\dfrac{1}{2006}<1-\dfrac{1}{2007}=\dfrac{2006}{2007}<1<1+\dfrac{1}{2008}=\dfrac{2009}{2008}$.

例 1.25 若 $|x^2+4xy+5y^2|+\sqrt{z+\dfrac{1}{2}}=-2y-1$，求 $(6x+10y)^z$.

解 $0=|x^2+4xy+5y^2|+\sqrt{z+\dfrac{1}{2}}+2y+1=(x+2y)^2+y^2+\sqrt{z+\dfrac{1}{2}}+2y+1$

$$=(x+2y)^2+(y+1)^2+\sqrt{z+\frac{1}{2}}.$$

因此 $x=2, y=-1, z=-\frac{1}{2}, (6x+10y)^z=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

例 1.26 在圆形水池边栽树，把树栽在距岸边 5 米的圆周上，每隔 4 米栽一棵，共栽 157 棵，求圆形水池周长.

解 157 棵树将圆周分成 157 段，每段 4 米，故 $2\pi(R+5)=157\times4$. 因此圆形水池周长 $=2\pi R=628-10\pi$.

例 1.27 72 的正因子个数是多少?

解 $72=2^3\times3^2$，其正因子为 $2^\alpha\cdot3^\beta$. 这里 $\alpha=0,1,2,3$，$\beta=0,1,2$. 故正因子个数为 $4\times3=12$.

例 1.28 求最小正整数，被 2 到 10 除都余 1.

解 被 2 到 10 都整除的最小正整数是 $2^3\times3^2\times5\times7=2520$，因此所求数为 2521.

例 1.29 求数 x，被 3 除余 2，被 4 除余 3，被 5 除余 4，被 6 除余 5，被 7 除余 6.

解 由题意，$x+1$ 是 3,4,5,6,7 的公倍数，而 3,4,5,6,7 的最小公倍数为 $2^2\times3\times5\times7=420$.

故 $x+1=420k$，$x=420k-1$（k 为整数）.

例 1.30 班上有学生 100 人，其中有电脑的 78 人，有手机的 92 人，有手机无电脑的 18 人，求有电脑无手机的人数.

解 有手机无电脑的人数 $=92-18=74$ 人，有电脑无手机的人数 $=78-74=4$ 人.

例 1.31 已知 $|ab+2|+|a+1|=0$，求:

$$\frac{1}{(a-1)(b+1)}+\frac{1}{(a-2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a-2010)(b+2010)}.$$

解 $\begin{cases}ab+2=0\\a+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1,\\b=2.\end{cases}$

$$\frac{1}{(a-1)(b+1)}+\frac{1}{(a-2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a-2010)(b+2010)}$$
$$=-\left(\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2011\times2012}\right)$$
$$=-\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2011}-\frac{1}{2012}\right)\right]$$
$$=-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2012}\right)=-\frac{1005}{2012}.$$

1.3.2 条件充分性判断题

要求判断题目中给出的条件能否充分支持题干所陈述的结论，阅读每题中的

条件(1)和(2)后,对(A)~(E)进行选择.

(A) 条件(1)充分,但条件(2)不充分.

(B) 条件(2)充分,但条件(1)不充分.

(C) 条件(1)和(2)单独都不充分,但合起来充分.

(D) 条件(1)和(2)单独都充分.

(E) 条件(1)和(2)单独都不充分,合起来也不充分.

例 1.32 条件充分性判断:$\frac{|a|}{a}-\frac{|b|}{b}=-2$. (1) $a<0$;(2) $b>0$.

解 $\frac{|a|}{a},\frac{|b|}{b}\in\{-1,1\}$.

$\frac{|a|}{a}-\frac{|b|}{b}=-2\Leftrightarrow\frac{|a|}{a}=-1$ 且 $\frac{|b|}{b}=1\Leftrightarrow a<0$ 且 $b>0$. 故选(C).

例 1.33 条件充分性判断:$\frac{|a-b|}{|a|+|b|}<1$. (1) $ab<0$;(2) $ab>0$.

解 $|a-b|\leqslant|a|+|-b|=|a|+|b|$,等号当且仅当 a 与 $-b$ 同号时成立. 故(2)充分而(1)不充分. 故选(B).

例 1.34 条件充分性判断:$|a|+|b|+|c|-|a+b|+|b-c|-|c-a|=a+b-c$.

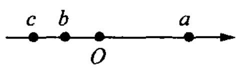
(1) 

图 1-2

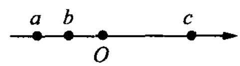
(2) 

图 1-3

解 当(1)成立时,

$$\begin{aligned}|a|+|b|+|c|-|a+b|+|b-c|-|c-a|&=a-b-c-a-b+b-c+c-a\\&=-a-b-c.\end{aligned}$$

如果 $-a-b-c=a+b-c$,则 $a+b=0$,但由图 1-2 可知,$a+b>0$,相互矛盾.

因此(1)不充分.

当(2)成立时,

$$\begin{aligned}|a|+|b|+|c|-|a+b|+|b-c|-|c-a|&=-a-b+c+a+b-b+c+c-a\\&=-a-b+3c.\end{aligned}$$

如果 $-a-b+3c=a+b-c$,则 $a+b=2c$,但由图 1-3 可知,$a+b<0<4c$,相互矛盾. 因此(2)不充分.

故选(E).

例 1.35 条件充分性判断:某人以 8400 元购买 A,B 和 C 三种商品,所花金额分别为 3500 元、2800 元和 2100 元.

(1) 购买三种商品的金额之比为 $1:\frac{4}{5}:\frac{3}{5}$;(2) 购买三种商品的金额之比为 $2:3:5$.

解 $3500:2800:2100=5:4:3=1:\frac{4}{5}:\frac{3}{5}$,故(1)充分而(2)不充分. 故选(A).

例 1.36 条件充分性判断:某工程 7 天完成一半,可提前 3 天完工.

(1) 7 天后施工进度提高 75%;(2) 7 天后施工进度提高 70%.

解 (1) 成立时,后 7 天的工程量可以在 $\frac{1}{\frac{1}{7}\times(1+75\%)}=4$ 天完成,(1)充分,而(2)不充分. 故选(A).

例 1.37 条件充分性判断:$|a+b|-|a-b|=0$.

(1) $ab>0$;(2) $ab<0$.

解 $|a+b|-|a-b|=0\Rightarrow a+b=\pm(a-b)$,因此 $a=0$ 或者 $b=0$. (1),(2)都不充分,且(1)+(2)也不充分. 故选(E).

例 1.38 条件充分性判断:$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}<0$.

(1) $a+b+c=0$;(2) $abc=8$.

解 取 $a=b=1,c=-2$,可知(1)不充分;取 $a=b=c=2$,可知(2)不充分.

当 $a+b+c=0$,且 $abc=8$ 时,

$$\begin{aligned}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}&=\frac{1}{8}(ab+bc+ca)=\frac{1}{16}[a(b+c)+b(a+c)+c(a+b)]\\&=-\frac{a^2+b^2+c^2}{16}<0,\end{aligned}$$

故(1)+(2)充分. 故选(C).