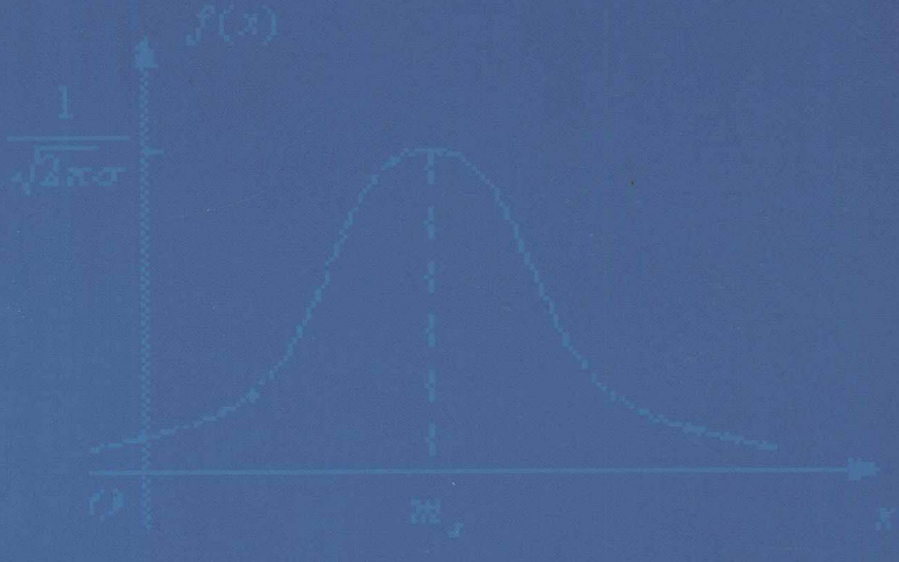
高等院校信息与通信工程系列教材

随机信号分析及应用



潘建寿 王琳 严鹏 编著

清华大学出版社

高等院校信息与通信工程系列教材

随机信号分析及应用

潘建寿 王琳 严鹏 编著

清华大学出版社
北京

内容简介

本书共分6章，每章配有适量习题。第1章介绍学习随机过程的必备知识；第2章在讨论随机过程的概念和性质的基础上，介绍了几种常用的随机过程；第3章和第4章沿着理论、方法、应用的主线索，分别讨论了平稳随机过程的相关分析、功率谱和随机信号统计特性的实验分析（包括参数估计、谱估计、分布函数估计、随机过程的模型及随机过程的模拟等）；第5章讨论了随机信号通过系统（包括通过线性系统、带通系统和非线性系统）的分析；第6章介绍了随机过程的理论和方法在信号处理中的相关应用。

本书可作为普通高校电子信息类、通信类、电子类等专业的本科生教材，并可供相关专业的研究生及工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

随机信号分析及应用/潘建寿，王琳，严鹏编著. —北京：清华大学出版社，2011.3
（高等院校信息与通信工程系列教材）
ISBN 978-7-302-24353-3

Ⅰ. ①随… Ⅱ. ①潘… ②王… ③严… Ⅲ. ①随机信号—信号分析—高等学校—教材
Ⅳ. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 257531 号

责任编辑：赵从棉
责任校对：梁　毅
责任印制：李红英
出版发行：清华大学出版社　　地　址：北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　邮　编：100084
社 总 机：010-62772015　　邮　购：010-62786544
投稿与读者服务：010-62772015，jsjjc@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 刷 者：北京四季青印刷厂
装 订 者：三河市兴旺装订有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：185×260　印　张：14　字　数：345千字
版　次：2011年3月第1版　印　次：2011年3月第1次印刷
印　数：1～3000
定　价：25.00元

产品编号：037573-01

出版说明

信息与通信工程学科是信息科学与技术的重要组成部分。改革开放以来，我国在发展通信系统与信息系统方面取得了长足的进步，形成了巨大的产业与市场，如我国的电话网络规模已位居世界首位，同时该领域的一些分支学科出现了为国际认可的技术创新，得到了迅猛的发展。为满足国家对高层次人才的迫切需求，当前国内大量高等学校设有信息与通信工程学科的院系或专业，培养大量的本科生与研究生。为适应学科知识不断更新的发展态势，他们迫切需要内容新颖又符合教改要求的教材和教学参考书。此外，大量的科研人员与工程技术人员也迫切需要学习、了解、掌握信息与通信工程学科领域的基础理论与较为系统的前沿专业知识。为了满足这些读者对高质量图书的渴求，清华大学出版社组织国内信息与通信工程国家级重点学科的教学与科研骨干以及本领域的一些知名学者、学术带头人编写了这套高等院校信息与通信工程系列教材。

该套教材以本科电子信息工程、通信工程专业的专业必修课程教材为主，同时包含一些反映学科发展前沿的本科选修课程教材和研究生教学用书。为了保证教材的出版质量，清华大学出版社不仅约请国内一流专家参与了丛书的选题规划，而且每本书在出版前都组织全国重点高校的骨干教师对作者的编写大纲和书稿进行了认真审核。

祝愿《高等院校信息与通信工程系列教材》为我国培养与造就信息与通信工程领域的高素质科技人才，推动信息科学的发展与进步作出贡献。

北京邮电大学
陈俊亮
2004 年 9 月

前　言

现代科学技术发展的主要特点之一是各门学科之间的相互渗透，随着这一发展，随机信号分析的理论和方法，在诸如物理、电子、控制、通信、生物、信息与信号处理以及金融、社科等领域得到了广泛的应用，学习和掌握随机信号分析的基本理论和方法，已经成为现代科学技术发展的必需。

本书是作者在多年教学积累之上完成的，具有以下基本特点。

(1) 在结构体系上，考虑到学生认识规律与内容的连贯性，将基本理论的讨论和方法的运用分别独立成章，既保证了厚基础的要求，又加强了与实际应用的联系，体现了课程内容在教学中的基础性地位与应用性特点。

(2) 在内容的选择和组织上，兼顾了内容的基础性、先进性与现代的应用需求，前者如第 2,3,5 章，后者如第 4,6 章等相关内容。应用举例涉及语音信号处理、图像处理、谱估计、模式识别、数字通信和雷达声呐等多个方面。

(3) 在描述上，强调基本概念，突出思路方法，理顺描述问题的条理性，减少较烦琐的公式推导，使得教学更易组织，学生较易接受。

(4) 加强理论联系实际。在对随机过程进行理论分析的基础上，单独用一章讨论随机信号统计特性的实验分析；在最后一章，又以“随机过程的理论和分析方法在信号处理中的应用”为题，自然地将讨论引申到信号检测与处理的问题中。从而，将对随机信号的理论分析、参数估计、相关分析、谱分析、信号检测等典型内容有机地融合在一起。

(5) 本教材配套有电子课件及独立的习题求解指南与实验指导，以方便教学使用和学生自学。

本书由潘建寿、王琳、严鹏共同编写，由潘建寿统稿。研究生弥丽丽、马鹏、贺琴、曹玲玲、周婧、陈玲、华喜彬、高宝峰等在书稿录入、插图绘制、文稿校对等方面做了大量的工作；电子工程系的老师与同学更是给予了许多直接的帮助，多年来，与他们在教学过程中的沟通，有意无意地给了作者诸多的启示，在此一并致谢。同时感谢学校和院系所给予的关心和支持。

清华大学出版社对本书的出版给予了极大的支持，本书编辑与作者所进行的大量沟通更是十分有意义，在此表示诚挚的谢意。

全书共分 6 章，每章均附有适量习题，用以检验、理解基本概念和熟练分析方法，还有

部分与实际应用结合较紧密的习题，以引申正文内容，适应不同层次的读者需求。本书全部内容适合于54学时的教学，可供普通高校电子信息类、通信类、电子类等专业的本科生用作教材或教学参考书，亦可供相关专业的研究生或工程技术人员参考。

由于作者水平所限，本书在内容取材、体系安排、文字表述等方面的不妥之处，恳请读者给予指正。

作　者

2010年8月于西安

目　　录

第 1 章　随机过程基础

概率论、随机变量、极限定理等是随机信号分析与处理应用的理论基础。本章概要介绍相关的基本概念与理论，更为深入的内容请参阅有关教材。

1.1 概率论中的几个概念与公式

1.1.1 概率的概念

1. 随机现象与随机事件

自然界中存在各种各样的现象，我们把某些现象的发生或出现这件事情称为事件。在一定条件下必然出现的现象叫必然事件，如“同性电荷相互排斥”是一定会出现的；而在一定条件下必然不出现的现象叫不可能事件，如“异性电荷相互排斥”是必然不会出现的；那些在一定条件下可能出现也可能不出现的现象称为随机事件，如“投掷硬币出现正面”，这一现象在某一次掷硬币时不会必然出现，所以它就是一个随机事件，简称事件。

2. 随机试验、复合随机试验与样本空间

若一个试验(通常把对自然现象进行的一次观察称为一个试验)满足下列条件：

(1) 在相同条件下可重复进行；

(2) 每次试验结果有多种可能，且所有可能的结果能事先明确；

(3) 每次试验之前不能确定会出现哪一个结果。

就称其为随机试验。显然，随机试验表示的是在一组可以重复实现的条件下观察某种现象能否出现的行动，如投硬币、掷骰子等。当然，随机试验可以根据上述条件进行设计。

通常把随机试验简称为试验，用 E 表示。试验中每一个可能出现的结果称为样本，显然，每一个样本都为一个事件，用 S 或 S_k 表示；而试验中一切可能的结果的集合称为样本空间(也可称为事件空间)，用 S_E 表示。

随机试验是概率论中极其重要的概念，在研究随机问题时，总是通过试验 E 去观察现象(或事件)，而所观察的现象往往是由样本空间 S_E 中的若干样本所构成的集合。显然，这个集合一定是 S_E 的一个子集。若用 A 表示试验 E 的某个事件，则有 $A\subset S_E$，称 A 为 S_E 的子集。在对试验 E 的一次观察中，若观察结果 S 是 A 中的元素，称事件 A 在这次试验中发生了，记作 $S\in A$。

3. 基本事件与样本空间

在随机试验 E 中最简单的随机事件称为基本事件，所有基本事件的集合称为基本事件空间。例如对一个六面体骰子，出现 1，2，…，6 点是基本事件，则所有的基本事件{1,2,…,6}的集合称为基本事件空间，而“出现奇数点”是随机事件，但不是基本事件。可见基本事件只是事件的一种。例如在掷骰子试验中，事件 A："出现点数不大于 3"是由三个基本事件“出现点数 1”、“出现点数 2”、“出现点数 3”共同组成的，是事件空间的一个事件，即 $A=\{1,2,3\}$，$A\subset S_E$。

由于随机试验 E 具有在相同条件下可重复试验的特性，因此在重复观察中所出现的事件，总是由若干个基本事件共同组成的，这类事件可以称为复合事件，对应的试验称为复合随机试验。显然复合事件的发生，包含在重复试验中一切可能的结果之中。

举例：设 E_i，$i=1,2,\cdots,n$ 为某随机试验，不同的 i 对应不同的试验，E_i 的基本事件为 $S^{(i)}$，$S_{E_i}=\{S_j^{(i)},j=1,2,\cdots,6\}$是 E_i 的基本事件全体，即 $S_{E_i}=(S^{(i)})$是 E_i 的基本事件空间。这样的 n 个随机试验$\{E_1,E_2,\cdots,E_n\}$为复合随机试验，记为 E^C。把 E^C 做一次，相当于把 $E_1,E_2,\cdots,E_n$ 顺序地各做一次。于是 E^C 的试验结果就是由 n 个试验 $E_1,E_2,\cdots$，E_n 的结果顺次联合组成的，可记为

$$E^C = E_1 \times E_2 \times \cdots \times E_n = \prod_{i=1}^{n} E_i \tag{1-1}$$

显然，复合试验 E^C 的任一基本事件为

$$S^C = (S^{(1)},S^{(2)},\cdots,S^{(n)}) \tag{1-2}$$

可见$\{S^C\}$是具有 n 个分量、各分量分属于 S_{E_i} 的复合试验 E^C 的基本事件空间，简记为 S_{E^C}，即 S_{E^C} 就由一切这样的分量构成：

$$S_{E^C} = \{S_{E_i},i = 1,2,\cdots,n\} = \{S^C\} = \{(S^{(1)},S^{(2)},\cdots,S^{(n)})\} \tag{1-3}$$

特别注意，式(1-1)中 n 个试验 E_i 可以相同，亦可不同。作为复合随机试验的特例，当式中诸 E_i 相同，即 $E_i|_{i=1,2,\cdots,n}$重复于 E 时，称 E^C为 E 的 n 次重复随机试验，这时式(1-1)～式(1-3)可解读为：

$E^C=E^n$(E^C 为 E 的 n 重试验)；

$S^C=\{S_1,S_2,\cdots,S_n\}$($E^C$ 的基本事件 S^C 由 n 个同分量的点——E 的 n 个基本事件构成)；

$S_{E^C}=S_E^n$(E^C 的基本事件空间由 E 的基本事件空间的并构成)。

4. 概率模型与概率

由于事件发生的随机性，因此只能用统计的方法来描述，这就是概率。概率是事件发生的可能性大小的度量。在概率论的发展中，人们由简单到复杂，由具体到一般，研究了一些具体的随机现象的模型及性质，从而概括出了具有普遍意义的随机现象的数学模型。

1) 古典概率模型及古典概率

古典概率模型具有如下特点。

(1) 样本空间是有限可数的，即在试验 E 中，一切可能的结果是有限的，即 $S_E=\{s_1$，

$s_2,\cdots,s_n\}$,这里 s_i 是可能发生的基本事件,n 是基本事件总数。

(2) 基本事件的发生是等可能的,即在试验 E 中,研究对象在物理结构上是均匀的,几何形状上是对称的,即

$$p(s_1)=p(s_2)=\cdots=p(s_n)=\frac{1}{n}$$

(3) 试验 E 可在同等条件下重复。

若用 A 表示所观察的随机现象(事件),在 A 中含有的样本点(基本事件)数为 n_A,则定义事件 A 出现的概率为

$$P(A)=\frac{n_A}{n} \tag{1-4}$$

式中 n 为所有可能的基本事件总数,n_A 是 n 的子集,故总有 $n>n_A$。从此定义可得出古典概率的计算步骤是:先弄清基本事件空间是什么,从而求出不同的基本事件个数 n,然后求出所研究的事件 A 所含不同的基本事件个数 n_A。显然计算的关键是根据所给问题的条件确定不同的基本事件。

据上,古典概率具有如下性质。

(1) $0\leqslant P(A)\leqslant 1$

此式表明,任一事件 A 的古典概率是非负的、不超过 1 的实数。若 $P(A)=0$,对应的 A 为古典概率试验中的不可能事件,如掷骰子试验中的“点数为 0”事件;若 $P(A)=1$,对应的事件为必然事件,如掷骰子试验中的“点数为奇数或偶数”事件。

(2) 设 $A_i(i=1,2,\cdots,n)$ 和 $A_j(j=1,2,\cdots,n,j\neq i)$ 是试验 E 中两两互不相交事件,$\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k$ 为和事件,则

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{n}A_k\right)=\sum_{k=1}^{n}P(A_k)$$

即试验 E 中有限个两两互不相交的事件的和事件的概率等于每一个事件的概率和。仍以掷骰子试验 E 为例:$s_1,s_2,\cdots,s_6$ 为基本事件,即 $n=6$,s_i 与 $s_j(i\neq j)$ 互不相交,$\bigcup\limits_{k=1}^{3}A_k$ 为和事件,则有

$$P\left(\bigcup_{k=1}^{3}A_k\right)=\sum_{k=1}^{3}P(A_k)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$$

2) 几何概率模型与几何概率

几何概率模型具有如下特点。

(1) 样本空间是无限的,不可数的。

(2) 基本事件即样本点具有所谓“均匀分布”的性质。

具有这类特点的随机现象,对样本“数量”的度量,通常用事件 A 出现的区域的大小来表示,如一维空间的长度、二维区域的面积、三维空间的体积等,这也是几何概率模型名称的由来。当然,这些度量应具有非负性和可加性。所以,若用 A 表示所观察的随机现象(事件),它的度量大小为 $L(A)$,则规定事件 A 出现的概率为

$$P(A)=\frac{L(A)}{L(S_E)} \tag{1-5}$$

式中 $L(S_E)$ 为样本空间 S_E 区域大小的度量，$L(A)$ 是 $L(S_E)$ 的子集，故总有 $L(S_E)>L(A)$。

综上所述，几何概率具有如下性质。

(1) $0\leqslant P(A)\leqslant 1$

此式表明，任一事件 A 的几何概率是非负的、不超过 1 的实数。若 $P(A)=0$，对应的 A 为不可能事件；若 $P(A)=1$，对应的 A 为必然事件。

(2) 对可列多个事件列 $\{A_i\}(i=1,2,\cdots,n)$，若 A_i 和 $A_j(i\neq j)$ 是两两互不相交的事件，则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n}A_i\right)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)$$

例 1-1 在 RFID 物流检测中，阅读器可识别多个进入射频场内的、含有电子标签的物体。设物体 A，B 在 0 到 T 时间内等可能地进入射频场内，若假定当且仅当这两个物体进入阅读器识别场的间隔时间不大于 $t(t\leqslant T)$，试求阅读器同时检测到两个物体的概率。

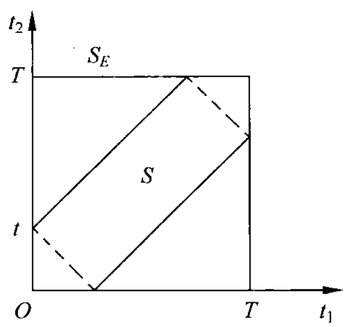


图 1-1 几何概率计算示意图

解 参见图 1-1，t_1，t_2 分别表示两物体的到达时刻：$0\leqslant t_1\leqslant T$，$0\leqslant t_2\leqslant T$，则样本空间为点 (t_1,t_2) 构成的边长为 T 的正方形 S_E，其量度 $L(S_E)=T^2$（该正方形的面积），阅读器同时接收到两个物体的充要条件是 $|t_1-t_2|\leqslant t$，这一条件决定了“阅读器同时接收到两个物体”这一事件 s 的子集 $L(s)$。即 $L(s)$ 是区域位于 S_E 内两直线 $t_1-t_2=t$，$t_1-t_2=-t$ 的面积，

$$L(s)=T^2-(T-t)^2$$

故

$$P(s)=\frac{L(s)}{L(S_E)}=\left(\frac{T^2-(T-t)^2}{T^2}\right)$$

这一结果的直观性是十分明显的。

3) 统计概率模型与统计概率

对 n 次重复随机试验 E^C，事件 A 在这 n 次试验中出现的次数 $f_n(A)$ 称为频数。显然事件 A 的频数和事件 A 出现的可能性大小有关，A 出现的可能性越大，频数 $f_n(A)$ 也会越大，反之 $f_n(A)$ 就会越小。因而，当试验重复次数足够多时，用事件 A 发生的频数 $f_n(A)$ 与试验次数 n 的比值 $F_n(A)$（称为频率）作为概率的近似值是自然而合理的，即

$$P(A)\approx F_n(A)=\frac{f_n(A)}{n} \tag{1-6}$$

在许多实际问题中，当概率不易求出时，常用式(1-6)求概率近似值，这样求出的概率在 n 足够大时就可以作为概率的估值。

从以上讨论可知，式(1-6)的意义在于，一方面它能适当地反映事件 A 出现可能性的大小，即提供了一种度量事件 A 发生的可能性大小的方法；另一方面，频率的概念直观、清楚，容易掌握，并可以根据频率的性质去推导概率的性质，具有实际的工程意义，即它又

提供了一种估计概率的方法。仔细解读式(1-6)，很显然，事件的频率一方面是随机的，另一方面它有极限稳定性，即在试验重复次数 n 增大时，其中大量的频率聚集在一个常数附近，参见图 1-2。事实上，这个常数是客观存在，是事件的真实概率，这样便可给出统计概率的定义如下：

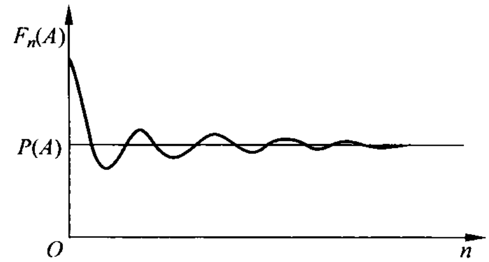


图 1-2　$P(A)$，$F_n(A)$与 n 之间的关系

$$P(A) = \lim_{n\to\infty}\frac{f_n(A)}{n}$$

综上，统计概率具有如下性质。

(1) $0\leqslant P(A)\leqslant 1$，即任一事件 A 的统计概率是非负的、不超过 1 的实数。若 $P(A)=0$，则 A 为不可能事件，$f_n(A)=0$；若 $P(A)=1$，则 A 为必然事件，$f_n(A)=n$。

(2) 若 $A_1,A_2,\cdots,A_k,\cdots$是两两互不相交的事件，则有 $P\left(\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}A_k\right)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}P(A_k)$。

4) 概率与概率空间

归纳上面的讨论可以得到以下结论。

(1) 对古典概率模型和几何概率模型，在事件发生等可能性的前提下，定义概率的方法不是依靠试验，而是依靠于先验方式，亦由不言而喻的命题或试验前的预先假定来进行推理的方式。具体地说，就是先确定试验 E 的样本空间各个可能的试验结果总数 n 或 $L(S_E)$，再计算事件 A 发生的结果个数 n_A 或 $L(A)$，最后把比值$\dfrac{n_A}{n}$或$\dfrac{L(A)}{L(S_E)}$作为事件 A 的概率。

(2) 对统计概率模型，定义概率的方法是建立在重复试验基础之上的，即依靠于后验方式，亦由观察到的事实进行推理的方式，这里不存在基本事件发生的等可能性或样本均匀性的假设。尽管这种方式存在一些问题，如频率 $F_n(A)$的随机性、重复试验次数的有限性等，但是在把概率应用于工程实际问题方面，频率的概念有着重要的实际意义。

(3) 已讨论的三种概率模型，所具有的共性是：事件 A 是样本空间 S_E 的子集，S_E 是必然事件，事件的概率 $P(A)$是事件 A 的函数，且这个函数满足

① $0\leqslant P(A)\leqslant 1$；

② $P(S_E)=1$，$P(\phi)=0$；

③ 若 $A_1,A_2,\cdots,A_k,\cdots$是两两互不相交的事件，则 $P\left(\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}A_k\right)=\sum\limits_{k=1}^{\infty}P(A_k)$。

基于各种概率模型所具有的共性，可以给出概率更一般的公理化定义：对随机试验 E，试验的各种可能结果(称基本事件、样本点)构成样本空间 S_E(也称基本事件空间)，在样本空间中的一个样本点或若干个样本点之适当集合称为事件域$\mathcal{A}$($\mathcal{A}$中的每一个集合称为事件)。若事件 $A\in\mathcal{A}$，则 $P(A)$就是事件 A 的概率，并称$\{S_E,\mathcal{A},P\}$为一个概率空间，而样本空间 S_E、事件域$\mathcal{A}$、概率 P 是构成概率空间的三个要素。

1.1.2　几个重要的概率公式

在许多实际问题中，除了要知道事件 A 的概率 $P(A)$外，还需要考虑在“事件 B 已发

生”的条件下，事件 A 出现的概率，简称其为条件概率，记为 $P(A|B)$。由于事件 A 的出现受到了“事件 B 已发生”这一条件的约束，所以一般来说 $P(A)$ 与 $P(A|B)$ 不同，并且有 $P(A)\geqslant P(A|B)$。以直观说明代替证明，从相对频率的概念出发，引导出条件概率的定义如下：

$$P(A \mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)} \tag{1-7}$$

式中 $P(AB)$ 为事件 A 与 B 的联合概率。式(1-7)的频率解释为

$$P(A \mid B) \approx \frac{n_{AB}}{n_B}=\frac{n_{AB}/n}{n_B/n}, \quad \frac{n_{AB}}{n} \approx P(AB)$$

且 $\frac{n_{AB}}{n}\leqslant\frac{n_B}{n}$，故有 $P(AB)\leqslant P(B)$。

式(1-7)的含义是事件 A 与事件 B 有关，若 $A\cap B=\phi$，即事件 A 与事件 B 互不相交，则 $P(A|B)=0$；而条件一词的含义是 $P(B)>0$，否则若 $B=\phi$，$P(B)=0$，则式(1-7)没有意义。

在概率问题的计算中，有三个涉及条件概率的公式在计算中起着重要的作用。

1. 乘法公式

设有 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$，则 $(A_1A_2\cdots A_n)$ 同时发生也是一个事件，其概率记为 $P(A_1A_2\cdots A_n)$，称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的联合概率。则

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1A_2)\cdots P(A_n \mid A_1\cdots A_{n-1}) \tag{1-8}$$

式(1-8)称为乘法公式，其意义是：$A_1\cdots A_n$ 同时出现的概率，等于先出现 A_1，在 A_1 出现的条件下出现 A_2，在 A_1A_2 出现的条件下出现 A_3，……，如此等等，直到在 $A_1\cdots A_{n-1}$ 出现的条件下出现 A_n 的各个条件概率的乘积。特别当 $n=2$ 时，式(1-8)简化为

$$P(A_1A_2)=P(A_1)P(A_2 \mid A_1) \tag{1-9}$$

显然这是条件概率式(1-7)的等价形式，它给出了利用先验概率 $P(A_1)$ 和条件概率计算联合概率的方法。

2. 全概率公式

设有 n 个互不相容事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$，$\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i=S_E$，$A_i\cap A_j|_{i\neq j}=\phi$，则对同一概率空间内的任一事件 B，有

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(B \mid A_i)P(A_i) \tag{1-10}$$

式(1-10)称为事件 B 的全概率，其含义是：概率空间内任一事件 B 的概率 $P(B)$，可以由该空间内所有互不相容事件 A_i 的先验概率 $P(A_i)$ 和先验条件概率 $P(B|A_i)$ 来计算。

3. 贝叶斯公式

设有 n 个互不相容事件 $A_1,A_2,\cdots A_n$，$\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i=S_E$，$A_i\cap A_j|_{i\neq j}=\phi$，则对同一概率空间