

中小学教学艺术丛书 刘显国 主编

小学数学解题训练艺术(I)

任文田等 著

中国林业出版社

中小学教学艺术丛书

要 索 著 内

小学数学解题训练艺术(I)

任文田等 著 (91) 日能理查书图

中国林业出版社

内 容 提 要

本书介绍了培养良好解题习惯、解数学应用题的基本思考方法、一题多解和一题多变,并分小学低年级、中年段和高年级段进行了具体的解题训练指导。所有训练题,大都按原题、基本解答、思路分析、其他解法、变式和小结等6部分内容编写。本书可作为小学数学课外活动教材,也可供小学生自学及小学数学教师教学时参考。本书提供了一种可资借鉴的解题训练模式。

图书在版编目(CIP)数据

小学数学解题训练艺术. I /任文田等著. —北京:中国林业出版社, 2000. 1
(中小学教学艺术丛书/刘显国主编)

ISBN 7-5038-2457-3

I. 小…

II. 任…

III. 数学课-小学-教学参考资料

IV. G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 72350 号

中国林业出版社出版

(100009 北京西城区刘海胡同 7 号)

北京市昌平百善印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

2000 年 3 月第 1 版 2000 年 3 月第 1 次印刷

开本: 880mm×1230mm 1/32 印张: 11.625

字数: 340 千字 印数: 1~16000 册

定价: 16.00 元

“九五”国家级重点课题
“面向 21 世纪我国中小学教师队伍建设研究”

子课题“教师教学艺术研究”

主持人·刘显国

中小学教学艺术丛书

主编 刘显国

- | | |
|---------------|-------------------|
| ■ 备课艺术 | 指导学习艺术 |
| ■ 开讲艺术 | 激发兴趣艺术 |
| ■ 语言艺术 | ■ 思维训练艺术 |
| ■ 提问艺术 | ■ 培养能力艺术 |
| ■ 板书艺术 | ■ 教法选择艺术 |
| ■ 练习设计艺术 | □ 小学数学解题训练艺术 (I) |
| ■ 反馈教学艺术 | ■ 小学数学解题训练艺术 (II) |
| ■ 掀起课堂教学小高潮艺术 | ■ 初中数学解题训练艺术 |
| ■ 复习课艺术 | ■ 初中物理解题训练艺术 |
| ■ 结尾艺术 | ■ 小学作文训练艺术 |
| ■ 说课艺术 | ■ 初中作文训练艺术 |
| ■ 评课艺术 | ■ 学法指导艺术 |
| ■ 教学过程艺术 | ■ 语文德育渗透艺术 |
| ■ 课堂调控艺术 | ■ 多媒体设计艺术 |
| ■ 课堂组织艺术 | ■ 活动课设计艺术 |

作者简介



左起：王会山、王双、任文田、马艳丰、任丽娟

本书作者均为河北省承德市双桥区教育局教研员。

任文田，男，1961年生，专业拔尖人才，现任教育局副局长兼教研室主任。

王双，女，1954年生，曾任教研室副主任，现任虹桥小学校长。

马艳丰，女，1959年生，现任教研室副主任兼小学数学教研员。

王会山，男，1967年生，现任小学数学教研员。

任丽娟，女，1962年生，现任小学数学教研员。

他们的论文和教学成果多项公开发表并获奖；任文田曾任《中小学教学艺术实用艺术全书》副主编，同刘万顺、邓泽华、王双、马艳丰、刘桂兰、李刚、王会山、司明国等合著《掀起课堂教学小高潮艺术》，同他人合著《作文训练艺术(小学)》《初中化学学习·指导·训练》，同邓泽华合著《小学生自然观察实验指导手册》等。

教学艺术美(代序)

深圳东方英文书院教科所 刘显国

教学之所以称为一门艺术,是因为课堂教学给予充分自由创作的余地,可以像美术家、音乐家、艺术家以及文学家和诗人那样,进行艺术创造。教学是一门艺术。而缺乏创造性的艺术,必然显得单调与枯燥。它的创造不仅以独特的个性来发挥和施展自己的才能,还必须与学生配合。学生既是这一创作活动的对象,又是这一创作活动积极的参与者和主要的受益者。这种艺术创作的成果,不是被人称颂的巨幅画卷,不是流传百世的乐章,也不是脍炙人口的诗文名著,而是年轻一代的灵魂,未来世界的主人。教学艺术是教师钻研教材、研究学生、进行创造性劳动的智慧之果。这种传递人类文化与文明、发展人的体魄与智慧、塑造人的心灵的艺术,是通过教师的心血和双手在孩子们的身上精心描绘来进行的,是社会的综合性艺术,是艺术中的艺术。

歌唱家唱出的歌声很美,服装色彩很美,舞台形象很美,一出台就会征服观众,人们可以享受听觉、视觉等感官上富有的神韵的综合美。一曲终了,观众如梦初醒,尽情地鼓掌,这就是演员综合艺术美的魅力的体现。

1998年在深圳举行的全国反馈教学艺术大奖赛,来自全国30名教坛新秀,在2000多人的会场上讲课,生动感人的语言美,活泼开朗的性格美,充满青春活力的形象美,他们讲的课不也是征服了听众吗?大家不是也从他们那儿享受着课堂艺术美吗?他们的课刚结束,人们不也是用掌声、笑声和赞扬声评价他们的综合艺术美吗?

教师虽不是演员,但面对学生讲课同演员面对观众演唱有着异曲同工的作用。一个是以歌声打动人的心弦,一个是以语言启动人们的思维,一个在舞台上,一个在讲台上,一个是面对成千上万的观众,一个是面对

全班学生,演员和教师都肩负着教育人、鼓舞人、塑造人的重任。优秀教师的课为什么人们爱听、爱看、受到启发,能给听众留下强烈的印象,原因就在于课堂教学艺术。

《课堂教学艺术丛书》就是从老师的备课艺术、开讲艺术、板书艺术、语言艺术、提问艺术、组织教学艺术、练习设计艺术、课堂结尾艺术等方面,专题进行研讨,一共 20 余册,集中研究课堂教学艺术,这种艺术又集中表现在教学内容美、教学结构美、教学情感美、板书艺术美、课堂气氛美、教学语言美、教学节奏美等方面。

一、教学内容美

科学知识本身就是一种艺术,包含真与美。通过教材内容所提示的哲理,所归纳出的规律性的知识,以及这些知识的应用价值,能使學生产生一种满足感。教师讲课要像磁石一样,始终牢牢地吸引住学生,使学生的思维活动和情绪同教师的讲课交融在一起,这一切凭借的是知识本身对学生的吸引力。

教师要善于从教材里感受美,提炼美。如数学,如果从美学角度看,数学是一个五彩缤纷的美的世界。英国哲学家罗素说过:“数学,如果正确地看它不但拥有真理,而且有至高的美。”如数的美、式的美、形的美、比例的美、和谐的美……连美术上的比例美、节奏美都是数学上的黄金分割的应用。就圆周长公式 $C=2\pi r$ 来说,它体现了圆周长和半径之间存在的一种简洁、绝妙、和谐的关系。它是数学家的心灵智慧撞击所迸发出来的一种庄严、永恒和宏伟的美。

知识本身潜在的美,是不会自发地起作用的。教师的任务在于挖掘美、渲染美。也就是说,要帮助学生去揭示知识中包含的美、再造美,使原有的美更添色彩。

二、教学的结构美

教学过程的美首先是指教师和学生具体教学活动中所表现出的丰富创造性。师生在教学活动中多种心理能力的协同作战,实现理性因素和非理性因素的交融,从而形成一种活跃、生动的教学气氛。

教师要善于在教学主体部分的一定发展阶段精心安排“小高潮”,会使学生兴奋、愉悦、沉思、体味,在读说写或读说算的训练中,智力宝库得

到有力开发,智慧花蕾悄然绽放。

教学过程的美还指教学在动态中形成的具有美的特征的组合形式,即和谐的教学过程结构。这种结构是由教和学双边活动的协调统一所形成的。教学中的完整性、有序性、节奏性等等,都是和谐的教学过程结构的必备因素,也是其美的核心。

三、教学情感美

情感是教学艺术魅力形成的关键因素。没有真挚、强烈的感情,不可能把课上得成功。教师的感情,犹如诗人的诗兴,犹如一切艺术家的强烈的创作欲望。当他对教材、学生了如指掌时,当他视学生美好形象点燃激情的火焰时,感情激动了,灵感产生了,课堂气氛激活了,教学效果就最佳。教师没有真挚、强烈的感情,没有鲜明的爱憎,没有骨鲠在喉、不吐不快的冲动,是不可能用他的语言去征服学生的。

纵观课堂教学,不难发现,有的教师上课,课堂是晴空万里,艳阳高照,学生就像春天的鲜花,婷婷玉立,抖擞精神。而有的教师上课,课堂乌云密布,雷雨交加,学生就像是暴风雨中的麦苗,趴在课桌上,无精打采。

为什么同一个班的学生,不同的教师上课,学生的学习情绪迥然不同?这就是教学艺术,是教师调节情绪的艺术,是一种“阴转晴”的艺术。

教师丰富、纯洁而高尚的情感,可以左右学生的思想。因此,教师在教学中要始终把握自己的情感。按照情感转移原理,教师先入情——动情——析情——移情。根据这一感情发展过程组织教学就能激发学生的情感。有的教师讲课声情并茂,注重熏陶感染,教师踏进教室就像演员走进摄影棚一样,立刻进入角色,用自己的巨大热情和对学生的关心,对知识的酷爱,对教学的责任感,去激起学生相应的情感体验,使学生体会到教师对自己的爱护和帮助,从而更好地接受教育,接受所传授的知识。

心理学家认为,兴趣与爱好就是一种同愉快情绪相联系的认识倾向性与活动倾向性,当学生情绪高昂时,他就有良好的情趣去学习他所学的东西,效果也特别好。可以说情感是学生乐学、爱学、勤学、巧学的内在动力。师生之间的情感,给人的一生会留下不可磨灭的记忆。

四、板书艺术美

板书是教师在备课中构思的艺术结晶,是学生感知信息的视觉渠道,

是发展学生智力和形成良好的思想品质的桥梁和工具。好的板书不仅在内容上概括剖析,恰到好处,自成一体,浑若天成,而且在形式上因内容不同,重点不同,各具特色,结构精巧,情趣横生。它以确切的科学性,指导学生学习课文,又以独特的艺术魅力,给学生以美的熏陶,美的享受,美的启迪,堪称教学艺术的再创造。

好的板书是课堂教学的“集成块”,它集教材编者的“编路”、课文作者的“文路”、教师的“教路”和学生的“学路”于一体,是教师的微型教案。

好的板书,它要求教师必须根据教材特点,讲究艺术构思,做到形式多样,让学生有自由支配的时间,这样就能达到“此时无声胜有声”的功效。内容系列化、结构整体化、表达情境化,同时,它还要求教师根据教学实际,遵循板书的基本原则,具有明确的目的性、鲜明的针对性、高度的概括性、周密的计划性、适当的灵活性、布局的美观性、内容的科学性、视觉的直观性,这样,才能给学生以清晰、顺畅、整洁、明快的感觉。要做到这一点,还必须做到:

内容美——从用字遣词上看,准确无误,内容精炼;从整体上看,线索分明,重点突出。

形式美——布局合理,排列有序,条理清楚,具有立体美、对称美、奇异美、多样美、和谐美和造型美。

书法美——字迹工整,一丝不苟,合乎规范,美观大方,使学生受到美的陶冶。

五、课堂气氛美

好的课堂气氛,令学生如沐春风,如饮甘泉,人人轻松愉快,个个心驰神往。

在课堂上,往往看到这样两种不同的场面:有的教师精神饱满,生动传情,学生情绪高涨,注意力集中,教与学双方都沉浸在一种轻松愉快的气氛之中,都积极开启智能的机器,共同探索着知识之谜。有的教师则不甚得法,讲得唇干舌燥,声音嘶哑,而学生则木然置之,毫无反应,整个课堂犹如一潭死水。

好的课堂艺术气氛应是:

有疑问——在课堂上教师要创设问题情境,用疑问开启学生思维的

心扉。

有猜想——通过猜想,在头脑中形成一种求知的心理定势。

有惊讶——在课堂上教师要善于释疑学生的迷惘,轻轻点拨后茅塞顿开,心理惊叹不已,惊讶中有说不出的喜悦之情。

有笑声——老师的课堂讲述要生动有趣,幽默诙谐,使得学生不时发出会心的笑声。

有争议——教师要鼓励学生大胆质疑,让学生围绕中心各抒己见,把问题弄明白。

有沉思——在关键问题上教师要留出“空白”让学生探索。

有联想——教师不要把课讲绝了,要留有余地,让学生联想,要透过有限去展现无限。

六、教学语言美

语言是完成教学任务的主要工具,教师的语言美在很大程度上决定着学生学习的效率,教师的语言生动、形象、幽默、风趣、逼真、亲切、自然、充满情和意,学生听了便“如临其境,如见其人,如闻其声”,使教材化难为易,学生得到美的享受。

教师要善于运用自己的声调,以便准确、生动地表达自己的思想和感情,赏心悦目,在潜移默化中受到陶冶、激励和鼓励。教师要善于将教学语言的科学性和教育性,用艺术化的优美形式和方法诉诸学生的感官,使之入耳、入脑、入心灵。

课堂教学效果好坏,虽然受多种因素的影响,但教师的语言艺术往往起到特别重要的作用。特别是教学语言要精当,思路要清晰,讲解抽象的知识必须用生动的事例、直观形象的语言,让学生在语言产生的视觉效应下唤起表象或产生联想和想象。点拨时语言要富有启发性和思考性,给学生一种似隐似现、若明若暗之感,使其有所思、有所想、有所悟,读题、谈话、讲解时语言要运用得体,快慢适度、能突出知识逻辑重音,字字清晰,声声入耳,讲话要有艺术效果,有幽默感,或开宗明义,或含蓄婉转,或说理比喻,讲解和论述思路正确清晰,论证简洁严密。

七、教学节奏美

教学节奏美能减轻学生身体的劳累,并唤起他们追求新知识的喜悦

感。

教学节奏美还表现为对教材内容的处理与安排富有弹性,即有起有伏。教师要根据学生在课堂的反映来调节节奏,使学生的的情绪具有弹性。如教师在讲述一些要领阐述一些基本原理时,总是毫不含糊,一字一顿地讲。听这样的内容,学生的思维活动往往是很紧张的,为了把教学组织得十分严密,让学生一字一句不漏地听进去,并记在笔记本上,他们需要高度集中注意力,如果一连两节课让学生处于这样的紧张中,大脑会由于承受不了过重的负担,而转为抑制,兴趣就会降低。因此,在内容的安排上要适度,把一些有趣、新颖、生动的内容穿插进去,使学生的情绪有张有弛。教学在进行了一段以后,让学生有静心回味的的时间,课进行到一阶段后,要让学生有自由支配的时间,这样就能达到“此时无声胜有声”的功效。

课堂教学处处充满着美,教师应引导每个学生从教材、教学、学习中发现美,寻找美,感受美。愿我们的课堂教学都充满教学艺术美,让我们的学生都能享受到教学艺术美。

《中小学教师教学艺术丛书》是在“九五”国家级重点课题“面向 21 世纪我国中小学教师队伍建设研究教师教学艺术研究”成果的基础上,集全国优秀中小学教师的教学艺术成就著集而成,共 20 多分册,至 2000 年底由中国林业出版社陆续出齐并公开发行,旨在提高广大教师的教学艺术水平,促进全面实施素质教育。

新的世纪即将到来,当站在世纪之交的时代制高点远眺时,我们相信,21 世纪将是教学艺术的世纪。

序

这是一本在课堂教学和课外活动训练的基础上写成的书，作者的一些经验 值得看一看。

目前，小学数学的重复练习太多，过多的机械练习不一定能收到好的效果。作者提出“良好解题习惯的培养”是很有必要的。做题也要培养兴趣，做了题真正有收获，也就不会负担过重。有了兴趣，学习就自觉，愈做愈有味道。一部分对数学有兴趣的学生，才有必要做课外的题目。因此，不是人人都要做很多题，但每一学生都应有良好的解题习惯。

不同的解题思路和技巧，产生了不同的解题方法，作者对此作了许多介绍，教师都应略知大概。但对学生不要求全，每一个学生应重点训练二、三种方法就够了。不论是课堂或是课外，“少而精”的原则是必须贯彻的，这样才能学在实处。

作者还写了“一解多解”。什么是多种解法，各人看法不尽相同，但思路、方法和技巧的灵活运用，对每一学生都应提倡。这样才能使学生逐渐做到“举一反三”和“融会贯通”，从而提高教学质量。

在轻松的环境中让人自觉学习，这称得上是“艺术”，教学要进入艺术境界，还需要大家不断地努力。谁能率先奋力，对教育事业的贡献不可估量。

应作者之邀，写几句开场白，拙见供有识者参考。

袁宗沪

2000年元月

袁宗沪，男，我国著名数学奥林匹克专家，中国科学院系统科学研究所研究员。曾任中国数学会理事，中国数学会普及工作委员会主任；现任中国数学会奥林匹克委员会副主席，中国青少年科技辅导员协会常务理事。

本书编委会名单

顾问 裘宗沪 衣志坚 胡春霄

主任委员 任文田

副主任委员 马艳丰 王会山 任丽娟 王 双

委员(按姓氏笔画为序)

于 鹏 马艳丰 王 双 王会山 王伟英

王克敏 王丽娟 王春芳 王 郝 王素华

刘立军 刘迎国 任文田 任克禄 任丽娟

张颖军 杨淑莲 周凤芹 周华明 孟秀芹

武子艳 赵 靖 楚凤莲

前 言

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。数学以高度的抽象性、严密的逻辑性和应用的广泛性为其本质特征。一位伟人曾这样说过，任何一门科学只有成功地运用了数学才算达到成熟阶段。著名科学家、X光线的发现者伦琴认为：“对于科技工作者不可缺少的，第一是数学，第二是数学，第三还是数学。”可见数学是多么的重要！

那么教师如何教好数学，学生如何学好数学呢？回答这个问题很难。但是，努力使学生对学数学有浓厚的兴趣，养成良好的学习习惯和掌握正确的学习方法是至关重要的。同时，就某一阶段的数学而言，必须使学生掌握这一阶段数学的知识结构和数学思想方法是毋庸置疑的。而达此目的，“解题”又是不可缺少的手段和途径。这正如我国著名数学家华罗庚所说的“学数学不做题如入宝山而空手归”。可以说，解题能力的高低是一个人数学水平高低的重要标志之一。

然而，现实中的数学题，浩瀚如海，千变万化。一道题把条件、问题或情节等稍做变化就形成一道新的数学题，所以，数学题是做不完的。这样就存在如何看待解题数量的多少及如何构建科学的解题训练模式等问题。可以说那种就题论题，搞题海战术的重解题，轻思考，忽视回顾总结的作法，只能加重学生乃至教师的负担，扼杀青少年学生的“创新意识”和“问题意识”，是不可取的。

提高学生的数学素质，只能靠教师科学、严格、有序地训练和学生积极主动地探索，使学生在实践学习中不断把数学的知识、思想、方法内化到自己的认知结构中，在训练过程中不断形成学习数学的技能技巧，不断培养自己的“创新意识”和“问题意识”。

应该提出，在训练过程中，解题训练的目的，不仅是要求出一个结果，引出一个结论，也不仅是应用得到的结果、结论去解决其他问题，而是要突出训练中的思维过程和解决问题的过程，即分析的过程，概括的

过程,推理的过程及引伸发展的过程等,以最大限度地发挥数学训练题的价值,跳出“题海战术”的魔圈。使学生通过解题训练,慢慢体会并逐渐掌握题中所蕴涵的数学思想和方法,找到解数学题的“金钥匙”。

我们在总结多年的数学课堂教学和数学奥林匹克培训的的经验的基础上,编写出了这本《小学数学解题训练艺术》。全书分两部分。在第一部分,即小学数学解题基础训练部分中,分四章,就良好的解题习惯的培养;解数学题的基本思考方法;数学题的“一题多解”和数学题的“一题多变”等进行了基本理论、操作方法和典型例证等方面的阐述。在第二部分中,分小学低年级、中年级和高年级三个阶段按现行小学数学大纲和教材的知识编排顺序,精选了典型训练题。所有训练题均源于教材,而高(或稍高)于教材,使学生在学好教材基础知识的情况下,经过努力,都能依据本书进行“自我训练”。每道训练题基本按照原题、贴近学生的基本解答、思路分析、其他解法、变式或相近问题、小结等6部分编写。

如何提高学生的数学素质,如何科学有效地对学生进行解题训练,如何解决数学教育中的“数学方面”和“教育方面”这一数学教育的基本矛盾等问题,我们还在探索中。对书中的不足之处,敬请专家、学者及广大读者批评指正。

著者

1999.12.1

目 录

教学艺术美 (代序)	刘显国
序	裘宗沪
前言	
1 培养学生良好解题习惯的艺术	(1)
1.1 培养良好解题习惯的意义	(1)
1.2 如何培养学生良好的解题习惯	(1)
2 解数学应用题基本思考方法的训练艺术	(11)
2.1 分析法、综合法	(11)
2.2 分解法 (化整为零)	(13)
2.3 图解法	(14)
2.4 假设法	(16)
2.5 转化法	(17)
2.6 倒推法 (还原法)	(18)
2.7 找对应关系的方法	(19)
2.8 替换法	(20)
2.9 从变量中找不变量的解题方法	(22)
2.10 代数法	(24)
2.11 割补法	(25)
2.12 构造法	(27)
2.13 列举法	(29)
2.14 消去法	(29)
2.15 设数法	(31)
3 一题多解的训练艺术	(34)
3.1 整数、小数应用题	(35)
3.2 分数、百分数应用题	(46)
3.3 比和比例应用题	(50)
3.4 几何形体知识题	(54)

4	一题多变的训练艺术.....	(59)
4.1	不改变原题中的基本数量关系	(59)
4.2	改变原题中的基本数量关系	(67)
5	低年级段解题训练实例.....	(72)
6	中年级段解题训练实例	(171)
7	高年级段解题训练实例	(213)