高等学校试用教材

物理实验

江苏省《物理实验》编写组

江苏教育出版社

高等学校试用教材

物 理 实 验

江苏省《物理实验》编写组

江 苏 教 育 出 版 社

内 容 提 要

本书根据全国工科物理教学指导委员会1986年制定的“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，并参考“江苏省高等工业专科学校各专业物理实验课程教学基本要求” 编写的。

全书共分实验绪论、前导实验、基本实验和提高实验等四部分，编选了三十个实验项目，其中前导实验六个，基本实验十八个，提高实验六个。书末备有附录和附表。

本书可作为工科院校和高等工业专科学校各专业的实验教材，也可供职业大学、职工大学、函授大学、夜大学等选用。

物 理 实 验

江苏省《物理实验》编写组

出版发行：江 苏 教 育 出 版 社
经　　销：江 苏 省 新 华 书 店
印　　刷：射 阳 印 刷 厂

开本787×1092毫米 1/16　印张 8.75　字数 198,600
1989年7月第1版　1989年7月第1次印刷
印数1—12.200册

ISBN 7—5343—0795—3

G·702　定价：2.60元

责任编辑 朱宝栋

前　　言

近年来，为了加强实践性教学，不少高等工业院校都先后将物理实验独立设课。为适应这一趋势，1986年江苏省高教局组织有关院校的教师成立了《物理实验》编写组，经过两年的工作，完成了本书的初稿。初稿曾在盐城工专、连云港矿专、常州工业技术学院和扬州工学院部分班级试用。

本书根据全国工科物理教学指导委员会1986年制定的“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，并参考“江苏省高等工业专科学校各专业物理实验课程教学基本要求”编写的。内容包括实验绪论、前导实验、基本实验和提高实验等四部分，并备有附录和附表。在编写时，注意了以下几个方面的问题。在教材的体系上，突破传统的力、热、电、磁、光到近代物理的排列顺序，根据逐步提高学生的实验技能，由浅入深、由简单到复杂的原则，按前导实验、基本实验和提高实验的次序排列，各部分之间有明显的阶梯性。在选材和内容处理上，注意选取培养学生动手能力、思维能力和创造性能力效果较好的实验项目。鉴于目前工科院校、高等工业专科学校和职业大学的现状各异，本书选编了三十个实验项目，有的项目还列出几种不同的实验方法，以便各校在使用本书时根据实际情况和实验总学时数选择使用。在内容叙述上，力求做到实验目的明确，实验原理叙述清楚，仪器介绍实用典型，实验步骤简明可行。此外，本书还选编了三个设计性实验（冠以“*”号），旨在培养学生独立地进行科学实验的能力。

本书由扬州工学院李寿松主编，参加编写工作的有：常州工业技术学院孙日新、扬州工学院李锦英、连云港矿专陈授五、梁式葆、盐城工专曹兆健、金寅和和汪珠荣。并由孙日新、王宝光、李寿松修改、定稿。

本书由南京航空学院邱国瑞副教授和南京工学院潘人培副教授主审。参加审稿工作的还有盐城工专周圣源副教授、淮阴工专程国益、江苏水专吴锦国、扬州职业大学刘兆平和扬州工学院张祖寿。他们对本书的编写提出许多宝贵意见。扬州工学院邵志华、沈汉西为本书绘制了全部插图。编者借此谨向他们表示深切的谢意。

由于编者水平有限，书中一定存在不少错误和不妥之处，敬请使用本书的教师和读者批评指正

江苏省《物理实验》编写组

1988年12月

目　　录

第一部分　绪　论

第二部分　前导实验

第三部分　基本实验

第四部分　提高实验

附　　录

附　　表

第一部分　绪　　论

第一节　物理实验课的目的

科学的理论来源于科学的实验，并受到科学实验的检验。物理学的理论，就是通过观察、实验、抽象、假说等研究方法，并通过实践的检验而建立起来的。

观察和实验是物理学的基础。观察就是对自然界中发生的某种现象，在不改变自然条件的情况下，按照原来的样子加以观察研究。而实验则是在人工控制的条件下，使现象反复重演所进行的观察研究。在实验中，常常把复杂的条件加以简化，以起到突出主要因素，排除或减少次要因素的作用，这是一种非常重要的研究方法。在物理学的发展史上，实验物理占有重要的地位，现代物理学所以能取得今天这样的成就，是与精密的实验设备和高超的实验技巧分不开的。

物理实验是学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修课程。它是学生进入大学后，受到系统的实验技能训练的开端，是后继课程实验的基础。物理实验课的任务是：

一、通过基本物理实验方法与技术，常用物理量测量及常用仪器使用的训练，提高物理实验能力。

要使学生掌握一些常用物理量的测量方法，熟悉常用实验仪器的基本原理、性能和使用方法，理解研究各种不同物理现象的基本实验方法。

二、培养与提高学生阅读实验教材、理解原理、查阅资料的能力；藉助实验指导书或仪器说明书正确使用仪器并进行正确测定的实践能力；正确记录与处理实验数据，分析说明实验结果，书写和设计实验报告的能力；仔细观察现象，思维分析并作出判断的初步能力等。使学生在获取知识和运用知识两方面都得到训练与提高。

三、培养学生对待科学实事求是的素养；不怕困难，主动研究的素养；相互合作，共同探索的素养。使学生逐步养成实事求是的科学态度和严肃认真的工作作风。

第二节　测量与误差

一　直接测量和间接测量

进行物理实验时，不仅要定性地观察所发生的物理现象，而且要定量地测定物理量的大小及其变化，因此物理实验离不开对物理量的测量。**测量就是将待测量与一个选作单位的同类量进行比较，其倍数即为该待测量的测量值。**

测量分直接测量与间接测量两种。直接测量就是直接用仪器测出待测物理量的大小，相应的物理量称为直接测量量。例如，用米尺测量物体的长度，用电流表读取通电电路中电流值等都是直接测量。在物理实验中，还有不少物理量不能或不便直接用仪器测出，而要根据可直接测量的物理量的数值，通过一定的函数关系计算出来，这种测量称为间接测量。相应的物理量称为间接测量量。例如，用伏特表量出电阻两端的电压U，用安培表测出电阻中通过的电流I，根据欧姆定律，可以算出电阻的阻值$R=\frac{U}{I}$。此时电阻值就是间接

测量量。

直接测量是间接测量的基础，但直接测量量和间接测量量之间的界限并不是绝对的，在很大的程度上，取决于实验的方法和选用的仪器。例如，用万用电表的欧姆档测量电阻时，此时电阻值就成为直接测量量了。

二 误差及其分类

不论是直接测量或是间接测量，其最终目的都是要获得物理量的真值，所谓真值就是被测物理量所具有的、客观的真实数值。然而进行测量时，都必须使用一定的仪器，通过一定的方法，在一定的环境下由某一观测者去完成，由于仪器、方法、环境和观测者都不可避免地存在某些不理想的情况，因此测量结果和客观的真值之间总有一定的差异。这种测量结果与真值之间的偏离，就是**误差**。

测量值N与真值$N_{真}$之差称为测量误差。以ΔN表示，则

$$\Delta N = N - N_{真}$$

误差自始至终存在于一切科学实验的过程之中，虽然随着科学技术的日益发展和人们认识水平的不断提高，误差可能被控制得越来越小，但始终不可能完全消除。

误差按其性质和产生原因，可分为系统误差、偶然误差和过失误差三种。

1．系统误差

在相同的条件下，多次测量同一物理量时，若误差的大小和正负总保持不变或按一定的规律变化，这种误差称为**系统误差**。系统误差是带有系统性和方向性的误差。

系统误差的来源主要有：仪器的因素，如仪器的零点不准，仪器安装不正确，元件老化等；环境的因素，如温度、湿度、气压、电源电压的变化等；测量方法的因素，如理论公式本身是近似的，测量方法不当等；还有观测者的因素，如观测者读数时，有偏大或偏小的固癖，动态测量的滞后等。

系统误差有些是定值的，如游标尺的零点不准；有些是积累性的，如用受热膨胀的钢卷尺进行测量时，其测量值就小于真值，误差值随待测长度成比例的增加；还有些是周期性变化的，如停表指针的转动中心与表面刻度的几何中心不重合，造成偏心差，其读数的误差就是一种周期性的系统误差。

系统误差是测量误差的重要组成部分，发现、估计和消除系统误差，对于一切测量工作都是非常重要的。因此，观测者必须在测量前对影响实验结果的各种因素进行分析研究，预见、发现、估算、检验一切可能产生系统误差的来源，并设法消除或修正。

2．偶然误差

在相同的条件下，多次测量同一物理量时，若误差的符号时正时负，其绝对值时大时小，没有确定的规律，这种误差称为**偶然误差**。

偶然误差的产生，取决于测量过程中一系列随机因素的影响。其来源主要有：环境的因素，如温度、湿度、气压的微小变化等；观测者的因素，如瞄准、读数的不稳定等；测量装置的因素，如零部件配合的不稳定性，零件间的摩擦等。

偶然误差的存在，使得测量值时而偏大，时而偏小，看来似乎没有规律，但实际上，偶然误差总是服从一定的统计规律的。分析在相同的条件下，对同一物理量的测量结果可以看到：绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的几率大；绝对值相等的正、负误差出现的几率相等；绝对值很大的误差出现的几率趋近于零；随着测量次数的增加，偶然误差

的算术平均值趋向于零。因此，增加测量的次数可以减小偶然误差，偶然误差是一种具有抵偿性的误差。

3．过失误差

由于观测者使用仪器的方法不正确，实验方法不合理，读错数据，记错数据等错误，使得测量结果明显地被歪曲。这种由错误引起的误差称为**过失误差**。只要观测者具有严肃认真的科学态度，一丝不苟的工作作风，过失误差是可以避免的。

三　直接测量结果及其误差的估算

前面我们讨论误差的产生和分类，下面将学习误差的估算。通过误差的估算，可以对我们所做的实验作一个较为科学的、客观的、恰如其分的评价。应当指出，在下面的讨论中，我们是在假定没有系统误差和过失误差的前提下，研究偶然误差的问题。

1．多次测量的平均值

前面已经提过，增加测量的次数可以减少偶然误差。因此，在可能的情况下，总是采用多次测量。如果在相同的条件下，对某物理量x进行了n次测量，其测量值分别为x_1，x_2，…，x_n，根据误差的统计理论，在一组n次测量的数据中，算术平均值$\bar{x}$最接近于真值，称为**测量的最佳值或近真值**。由于测量的误差总是存在的，真值总是不能确切地知道，所以**用算术平均值表示测量结果**，则

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

2．算术平均偏差和标准偏差

由于测量真值是一个理想的值，是未知的，因此实际测量中一般用测量偏差代替测量误差。我们将**每次测量值x_i与算术平均值$\bar{x}$之差称为该次测量的偏差**。以d_i表示，则

$$d_i=x_i-\bar{x}$$

设测量值x_1，x_2，…，x_n与算术平均值$\bar{x}$的偏差，分别用d_1，d_2，…，d_n表示，即$d_1=x_1-\bar{x}$，$d_2=x_2-\bar{x}$，…，$d_n=x_n-\bar{x}$。取d_1，d_2，…，d_n的绝对值$|d_1|$，$|d_2|$，…，$|d_n|$的算术平均值，称为**算术平均偏差**。以Δx表示，则

$$\Delta x=\frac{1}{n}(|d_1|+|d_2|+\cdots+|d_n|)$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|d_i|$$

常用的偏差除算术平均偏差外，还有标准偏差。在n次有限的测量中，若测量值x_1，x_2，…，x_n与算术平均值$\bar{x}$的偏差分别为d_1，d_2，…，d_n。取偏差的平方d_1^2，d_2^2，…，d_n^2求和并除以$n-1$，然后开方，称为**标准偏差**。以σ表示，则

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}d_i^2}{n-1}}$$

$$=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

算术平均偏差与标准偏差都可以作为测量值误差的量度，它们都可表示在一组多次测量的数据中各数据之间的分散程度。如果各个数据之间的差别较大，这说明测量不精密，偶然误差较大。

3．单次直接测量的误差估算

在物理实验中，有时测量不能重复，有时不需要精确的测量，我们对某个物理量只进行了一次测量。对于一次直接测量的误差只能估算，估算时要根据具体情况进行具体分析，不能一概而论。如果偶然误差很小，可以按仪器厂检定书或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明，也可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的误差。一般情况下，应根据所用仪器、测量对象、实验方法和观测者的经验来估算误差。

4．多次直接测量的误差估算

误差和偏差是有区别的，误差表明测量值与真值之差，而偏差表示测量值与算术平均值之差。由于测量次数很多时，多次测量的算术平均值就接近于真值，因此，各次测量值与算术平均值的偏差就接近于它们与真值的误差。为此我们就不去区分偏差和误差的细微区别，而分别把**算术平均偏差称为算术平均误差，标准偏差称为标准误差**。我们通常把测量值的结果表示为

$$x=\bar{x}\pm\Delta x \quad 或 \quad x=\bar{x}\pm\sigma$$

5．绝对误差和相对误差

上式中的Δx或σ是以误差的绝对值来表示测量值的误差，称为**绝对误差**。但是衡量测量结果的优劣，还需要参看测量值本身的大小。为此，将绝对误差Δx和最佳值（平均值）之比，称为**相对误差**，以E_r表示，则

$$E_r=\frac{\Delta x}{\bar{x}}$$

相对误差常用百分数来表示，又称百分误差，即

$$E_r=\frac{\Delta x}{\bar{x}}\times 100\%$$

【例1】 用物理天平测量某物体质量5次，得到的测量值分别为

$$x_1=56.72\text{g};$$
$$x_2=56.74\text{g};$$
$$x_3=56.70\text{g};$$
$$x_4=56.76\text{g};$$
$$x_5=56.73\text{g}。$$

则算术平均值

$$\bar{x}=\frac{1}{5}(56.72+56.74+56.70+56.76+56.73)$$
$$=56.73(\text{g})$$

各次误差的绝对值分别为

$$|d_1|=|56.72-56.73|=0.01(\text{g})$$
$$|d_2|=|56.74-56.73|=0.01(\text{g})$$
$$|d_3|=|56.70-56.73|=0.03(\text{g})$$

$$|d_4| = |56.76-56.73| = 0.03\ (\mathrm{g})$$

$$|d_5| = |56.73-56.73| = 0.00\ (\mathrm{g})$$

算术平均误差为

$$\Delta x = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}|d_i|}{n} = \frac{1}{5}(0.01+0.01+0.03+0.03+0.00) \approx 0.02\ (\mathrm{g})$$

测定值可表示为

$$x = \bar{x} \pm \Delta x = (56.73 \pm 0.02)\ \mathrm{g}$$

百分误差为

$$E_r = \frac{\Delta x}{x} \times 100\% = \frac{0.02}{56.73} \times 100\% = 0.04\%$$

四　间接测量结果误差的计算

前面讨论了直接测量结果及其误差的估算，但在实验中大多数物理量的求得，往往是由一些直接测得量通过一定的公式计算得到的。由直接测得的量代入公式计算得到的结果，称为**间接测得量**。将各个直接测得量的最佳值（算术平均值）代入测量公式计算，得到的结果为**间接测量的最佳值**。当测量次数无限增多时，此最佳值与间接测得量的算术平均值是一致的。由于各个直接测得量的最佳值都有一定误差，因此，求得的间接测量结果也必然具有误差。表达直接测量误差与间接测量误差之间的关系式，称为**误差传递公式**。下面推导几个典型的误差传递公式。

1．加法运算中的误差

设间接测得量$N=A+B$，式中A、B为直接测得量，可分别表示为$A=\bar{A}\pm\Delta A$；$B=\bar{B}\pm\Delta B$。则有

$$\begin{aligned}\bar{N}\pm\Delta N &= (\bar{A}\pm\Delta A)+(\bar{B}\pm\Delta B)\\ &= (\bar{A}+\bar{B})+(\pm\Delta A\pm\Delta B)\end{aligned}$$

显然

$$\bar{N}=\bar{A}+\bar{B}$$

$$\Delta N = \pm\Delta A\pm\Delta B$$

上式右端是不确定项，它们有四种可能的组合，这里我们考虑在最极端的情况下，可能出现的最大误差，即

$$\Delta N = \Delta A+\Delta B$$

我们把最极端情况下，出现的最大误差称为**间接测量的误差**。相对误差则为

$$E_r = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}+\bar{B}}$$

2．减法运算中的误差

设间接测得量 $N=A-B$，式中A、B为直接测得量，可分别表示为 $A=\bar{A}\pm\Delta A$；$B=\bar{B}\pm\Delta B$。则有

$$\begin{aligned}\bar{N}\pm\Delta N &= (\bar{A}\pm\Delta A)-(\bar{B}\pm\Delta B)\\ &= (\bar{A}-\bar{B})+(\pm\Delta A\mp\Delta B)\end{aligned}$$

显然

$$\bar{N}=\bar{A}-\bar{B}$$

$$\Delta N=\pm\Delta A\mp\Delta B$$

如上所述，在极端情况下，可能出现的最大误差为

$$\Delta N=\Delta A+\Delta B$$

相对误差为

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}=\frac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}-\bar{B}}$$

由上可见，几个直接测得量相加（或相减）之和（或差）的绝对误差等于各直接测得量的绝对误差之和。

3．乘法运算中的误差

设间接测得量$N=A\cdot B$，式中A、B为直接测得量，可分别表示为$A=\bar{A}\pm\Delta A$；$B=\bar{B}\pm\Delta B$。则有

$$\bar{N}\pm\Delta N=(\bar{A}\pm\Delta A)(\bar{B}\pm\Delta B)$$

$$=\bar{A}\cdot\bar{B}+\bar{A}(\pm\Delta B)+\bar{B}(\pm\Delta A)+(\pm\Delta A)(\pm\Delta B)$$

显然

$$\bar{N}=\bar{A}\cdot\bar{B}$$

$$\Delta N=\bar{A}(\pm\Delta B)+\bar{B}(\pm\Delta A)+(\pm\Delta A)(\pm\Delta B)$$

由于$\Delta A\cdot\Delta B$为二级小量，可以忽略不计，则

$$\Delta N=\bar{A}(\pm\Delta B)+\bar{B}(\pm\Delta A)$$

在极端情况下，可能出现的最大误差为

$$\Delta N=\bar{A}\cdot\Delta B+\bar{B}\cdot\Delta A$$

相对误差为

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}$$

$$=\frac{\bar{A}\cdot\Delta B+\bar{B}\cdot\Delta A}{\bar{A}\cdot\bar{B}}$$

$$=\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}$$

4．除法运算中的误差

设N为间接测得量$N=\frac{A}{B}$，式中A、B分别表示为$A=\bar{A}\pm\Delta A$；$B=\bar{B}\pm\Delta B$。则有

$$\bar{N}\pm\Delta N=\frac{\bar{A}\pm\Delta A}{\bar{B}\pm\Delta B}$$

$$=\frac{(\bar{A}\pm\Delta A)(\bar{B}\mp\Delta B)}{(\bar{B}\pm\Delta B)(\bar{B}\mp\Delta B)}$$

$$=\frac{\bar{A}\cdot\bar{B}\pm\bar{B}\cdot\Delta A\mp\bar{A}\cdot\Delta B\mp\Delta A\cdot\Delta B}{\bar{B}^2-\Delta B^2}$$

忽略二级小量ΔB^2和$\Delta A\cdot\Delta B$，则平均值

$$\bar{N}=\frac{\bar{A}\cdot\bar{B}}{\bar{B}^2}=\frac{\bar{A}}{\bar{B}}$$

绝对误差

$$\Delta N=\frac{\pm\bar{B}\cdot\Delta A\mp\bar{A}\cdot\Delta B}{\bar{B}^2}$$

在极端情况下，可能出现的最大误差为

$$\Delta N=\frac{\bar{B}\cdot\Delta A+\bar{A}\cdot\Delta B}{\bar{B}^2}$$

相对误差为

$$E_r=\frac{\Delta N}{\bar{N}}$$

$$=\frac{\left(\dfrac{\bar{B}\cdot\Delta A+\bar{A}\cdot\Delta B}{\bar{B}^2}\right)}{\left(\dfrac{\bar{A}}{\bar{B}}\right)}$$

$$=\frac{\Delta A}{\bar{A}}+\frac{\Delta B}{\bar{B}}$$

由上可见，几个直接测得量相乘（或相除），其结果的相对误差等于各直接测得量相对误差之和。

其它运算关系的误差传递公式就不再赘述，下面将常用运算关系的误差传递公式列入表0—1，以供查找。

在计算间接测量误差时，除相加、相减的情况外，一般先求其相对误差E_r，然后通过$\Delta N=E_r\bar{N}$求出ΔN，最后将实验结果写成$\bar{N}\pm\Delta N$（单位）。

表0—1　　常用运算关系的误差传递公式

运算关系	绝对误差ΔN	相对误差　$E_r=\dfrac{\Delta N}{\bar{N}}$
$N=A+B$	$\Delta A+\Delta B$	$\dfrac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}+\bar{B}}$
$N=A-B$	$\Delta A+\Delta B$	$\dfrac{\Delta A+\Delta B}{\bar{A}-\bar{B}}$
$N=A\cdot B$	$\bar{A}\cdot\Delta B+\bar{B}\cdot\Delta A$	$\dfrac{\Delta A}{\bar{A}}+\dfrac{\Delta B}{\bar{B}}$
$N=\dfrac{A}{B}$	$\dfrac{\bar{B}\cdot\Delta A+\bar{A}\cdot\Delta B}{\bar{B}^2}$	$\dfrac{\Delta A}{\bar{A}}+\dfrac{\Delta B}{\bar{B}}$
$N=A^n$	$n\cdot\bar{A}^{n-1}\cdot\Delta A$	$n\cdot\dfrac{\Delta A}{\bar{A}}$
$N=\sqrt[n]{A}$	$\dfrac{1}{n}\bar{A}^{\frac{1}{n}-1}\cdot\Delta A$	$\dfrac{1}{n}\cdot\dfrac{\Delta A}{\bar{A}}$
$N=\sin A$	$(\cos\bar{A})\cdot\Delta A$	$(\mathrm{ctg}\bar{A})\cdot\Delta A$
$N=\cos A$	$(\sin\bar{A})\cdot\Delta A$	$(\mathrm{tg}\bar{A})\cdot\Delta A$
$N=\mathrm{tg}A$	$\dfrac{\Delta A}{\cos^2\bar{A}}$	$\dfrac{2\Delta A}{\sin2\bar{A}}$
$N=\mathrm{ctg}A$	$\dfrac{\Delta A}{\sin^2\bar{A}}$	$\dfrac{2\Delta A}{\sin2\bar{A}}$

第三节　有效数字及其运算

一　有效数字

物理实验离不开物理量的测量，直接测量需要记录数据，间接测量不仅需要记录数据，而且要进行数据的计算。记录时应取几位数字，运算后应保留几位数字，这是实验数据处理中一个重要问题。为了正确地反映测量的精密程度，引入有效数字的概念。我们把**测量结果中可靠的几位数字加上可疑的一位数字统称为测量结果的有效数字**。有效数字的最后一位虽然是可疑的，但它在一定程度上反映了客观实际，因此它也是有效的。

从仪器上读出的数字，通常都应尽可能地估计到仪器最小刻度线以下一位。例如，用最小刻度为厘米的米尺来测量某物体的长度（如图0—1*a*），可以读出这物体的长度大于11厘米，小于12厘米，虽然米尺上没有刻到毫米，但可以凭目力估计到毫米（尺上最小刻

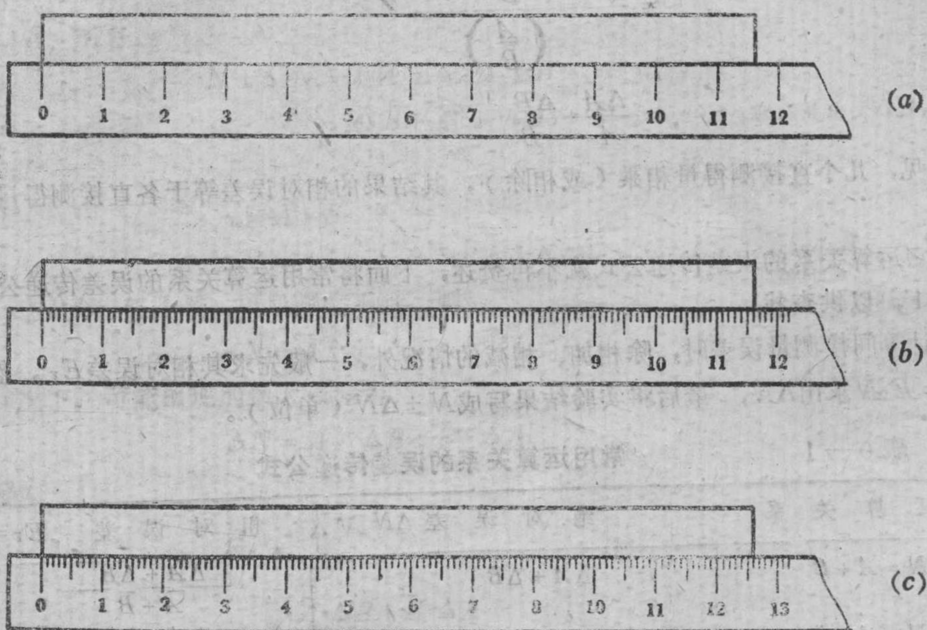

图 0—1　长度的测量

度的$\frac{1}{10}$），因而可以读出物体的长度为11.5cm、11.6cm或11.7cm。前二位数可以从尺上直接读出来，是可靠数字；而第三位数是观测者估读出来的，估读的结果因人而异，因此这一位数字是有疑问的，通常称为存疑数字。由于第三位数字已是可疑的，所以在它以下的各数字的估计就没有必要了。这样，这个测量值包含三位有效数字。如果想把物体测量得更准确一些，用这个尺子是办不到的，只有更换精度更高的尺子才行。如果改用最小刻度为毫米的米尺来测这个物体的长度（图0—1*b*），则可直接读出这个物体的长度大于11.6毫米而小于11.7毫米，再凭目力估计到$\frac{1}{10}$毫米，从而可以读出物体的长度为11.61cm、11.62cm或11.63cm。此时测量值包含四位有效数字。

应当指出，1，2，…，9九个数字，每一个数字都是一位有效数字，而“0”是特殊

的，需要注意以下几种情况。

1．**数字间及数字后的“0”皆为有效数字**。例如10.62cm，是四位有效数字。又如11.60cm，是四位有效数字，它表示物体的末端正好与分度线对齐，估读一位是“0”（图0—1c所示），所以这“0”是有效数字，必须记录。如写成11.6cm就不能如实反映测量的精度，在实验读数时，请勿忘记此点。总之，上述两种情况出现的“0”都属于有效数字。

2．**数字前的“0”不是有效数字**。例如0.12、0.012或0.0012都是两位有效数字，这里的“0”表示的是数量级的大小，而实际测量只进行两位，所以这种情况下的“0”是不算作有效数字的。

为了避免含混，我们书写时可采用以下的标准形式，即用10的方幂来表示其数量级，常使小数点前取一位数字。例如0.0456 m，写成标准形式为4.56×10^{-2} m。在进行单位换算时，必须采用标准形式，才不会使有效数字因单位换算有所改变。例如106.4 m不能写成106400 mm，而应写为1.064×10^{2} m$=1.064\times10^{5}$ mm。

二　有效数字的运算规则

1．有效数字的运算结果通常只保留一位存疑数字。两个量相加（或相减）时，应按照各个量中存疑数字所在数位最前的一个为准来进行计算。

例如：

$$\begin{array}{r} 30.\underline{4} \\ +\ \ 4.32\underline{5} \\ \hline 34.\underline{7}\underline{2}\underline{5} \end{array}$$

式中，我们在存疑数字下方加一横线，以便与可靠数字相区别。因为30.$\underline{4}$中的4是存疑数字，所以$\underline{4}+3=\underline{7}$也是存疑的，其后的两位数便无意义了。按照现在通用的“四舍六入五凑偶”的法则（即尾数小于五则舍，大于五则入，等于五前一项是偶数则舍，前一项是奇数则入），其结果为34.$\underline{7}$。

又如

$$\begin{array}{r} 30.\underline{4} \\ -\ \ 0.23\underline{5} \\ \hline 30.\underline{1}\underline{6}\underline{5} \end{array}$$

同理，有效数字可以取到小数点后一位，按照“大于五则入”的原则，本例应向前进位，其结果为30.2，有效数字为三位。

以上方法可以推广到多个量的相加（或相减）的计算中去。

2．几个量相乘(或相除)时，其计算结果通常也只保留一位存疑数字。根据这个原则，两个量相乘（或相除）的积（或商），其有效数字一般与诸因子中有效数字最少的相同。

例如：

$$\begin{array}{r} 1.63\underline{4} \\ \times\ \ 15.\underline{6} \\ \hline \underline{9}\underline{8}\underline{0}\underline{4} \\ 8\underline{1}7\underline{0} \\ 163\underline{4} \\ \hline 25.\underline{4}\underline{9}\underline{0}\underline{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35.\underline{4}\underline{0} \\ 72\underline{1}\,\big)\,\overline{2552\underline{8}} \\ 216\underline{3} \\ \hline 38\underline{9}^{*}\underline{8} \\ 36\underline{0}\,\underline{5} \\ \hline 2\underline{9}\,\underline{3}0 \\ 2\underline{8}\,\underline{8}4 \\ \hline \underline{4}60 \end{array}$$

*“9”虽为存疑数字，但不影响商“5”，所以“5”还是准确数字。

以上两例的结果分别为25.5和35.4，有效数字都是三位，也就是与诸因子中有效数字位数最少的相同。

以上方法可以推广到多个量的相乘（或相除）等运算中去。

同理可以证明，乘方、开方的有效数字与其底的有效数字位数相等。

3．如果常用公式中的某些数字是绝对准确数字，计算时不能以它为准来考虑计算结果的有效数字的位数。例如动能$E_k=\frac{1}{2}mv^2$中，分母上的“2”是绝对准确的数字，不能因为“2”的存在，计算结果就取一位有效数字，而应与m和v中有效数字位数最少相同。

4．如果公式中的某些常数已有很准确的数值，计算时也只须考虑其它量的有效数字位数。例如运用$S=\pi r^2$计算圆面积时，若r有三位有效数字，则π可取3.142，而计算结果取三位有效数字。若r有五位有效数字，则π可取3.14159，而计算结果取五位有效数字。

5．如果某一计算中，既有加减，又有乘除，则可逐步按上述有效数字运算法则处理，以决定最后计算结果中的有效数字的位数。例如已知$x_1=0.07240$，$x_2=0.117$，$y_1=215.0$，$y_2=970.0$，则

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{970.0-215.0}{0.117-0.07240}=\frac{755.0}{0.045}=1.7\times10^4$$

计算结果取二位有效数字。

应当指出，本节讲的是有效数字的实验数据记录和运算规则，它不能代替绝对误差和相对误差的计算。**如果由于各项误差的积累，使间接测量的绝对误差比较大，那么在最后的结果中，使结果的最后一位与绝对误差的位数对齐，而舍去其它多余的存疑数字。**此外，因误差本身只是一个估计的范围，因此在一般情况下，误差的有效数字只取一位，在物理实验中我们约定偶然误差一律取一位。

【例2】 某一长度$N=a+b+c-d$

其中 $a=50.00\pm0.05\,\mathrm{cm}$；

$b=4.05\pm0.05\,\mathrm{cm}$；

$c=12.63\pm0.05\,\mathrm{cm}$；

$d=1.003\pm0.005\,\mathrm{cm}$。

试计算其结果及误差。

解

$$N=50.00+4.05+12.63-1.003=65.68\ (\mathrm{cm})$$

$$\Delta N=0.05+0.05+0.05+0.005=0.2\ (\mathrm{cm})$$

$$\frac{\Delta N}{N}=\frac{0.2}{65.7}\times100\%=0.3\%$$

$$N=\bar{N}\pm\Delta N=(65.7\pm0.2)\ \mathrm{cm}$$

【例3】 测量金属长方体的密度时，得到下列数据。

次序	长 a（cm）	宽 b（cm）	高 c（cm）	质量 m（g）
1	1.54	1.01	1.20	14.84
2	1.59	1.02	1.22	14.81
3	1.57	1.05	1.21	14.82
4	1.55	1.02	1.23	14.86
5	1.61	1.01	1.20	14.80
6	1.58	1.02	1.24	14.83
7	1.60	1.02	1.23	14.85
平均	1.58	1.02	1.22	14.83

试求其密度及误差

解

$$|\Delta a_1| = |1.54-1.58| = 0.04\ (\mathrm{cm})$$
$$|\Delta a_2| = |1.59-1.58| = 0.01\ (\mathrm{cm})$$
$$|\Delta a_3| = |1.57-1.58| = 0.01\ (\mathrm{cm})$$
$$|\Delta a_4| = |1.55-1.58| = 0.03\ (\mathrm{cm})$$
$$|\Delta a_5| = |1.61-1.58| = 0.03\ (\mathrm{cm})$$
$$|\Delta a_6| = |1.58-1.58| = 0.00\ (\mathrm{cm})$$
$$|\Delta a_7| = |1.60-1.58| = 0.02\ (\mathrm{cm})$$

$$\Delta a = \frac{0.04+0.01+0.01+0.03+0.03+0.00+0.02}{7}$$
$$= 0.02\ (\mathrm{cm})$$

同理可求出

$$\Delta b = 0.01\ (\mathrm{cm})$$
$$\Delta c = 0.01\ (\mathrm{cm})$$
$$\Delta m = 0.02\ (\mathrm{g})$$

密度

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{m}}{\bar{a}\bar{b}\bar{c}} = \frac{14.83}{1.58\times1.02\times1.22} = 7.54\ (\mathrm{g\cdot cm^{-3}})$$

相对误差

$$E_r = \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} = \frac{\Delta a}{\bar{a}} + \frac{\Delta b}{\bar{b}} + \frac{\Delta c}{\bar{c}} + \frac{\Delta m}{\bar{m}}$$
$$= \frac{0.02}{1.58} + \frac{0.01}{1.02} + \frac{0.01}{1.22} + \frac{0.02}{14.83}$$
$$= 3\%$$

绝对误差

$$\Delta\rho = \bar{\rho}E_r = 7.54\times3\% = 0.2\ (\mathrm{g\cdot cm^{-3}})$$

测量结果为

$$\rho = \bar{\rho}\pm\Delta\rho = 7.5\pm0.2\ (\mathrm{g\cdot cm^{-3}})$$