数理力学原理

SHULILIXUEYUANLI

黄子武 著

■ 本书揭秘

➡ 为什么超真空光速运动不存在？

➡ 为什么 $E \neq mc^2$？

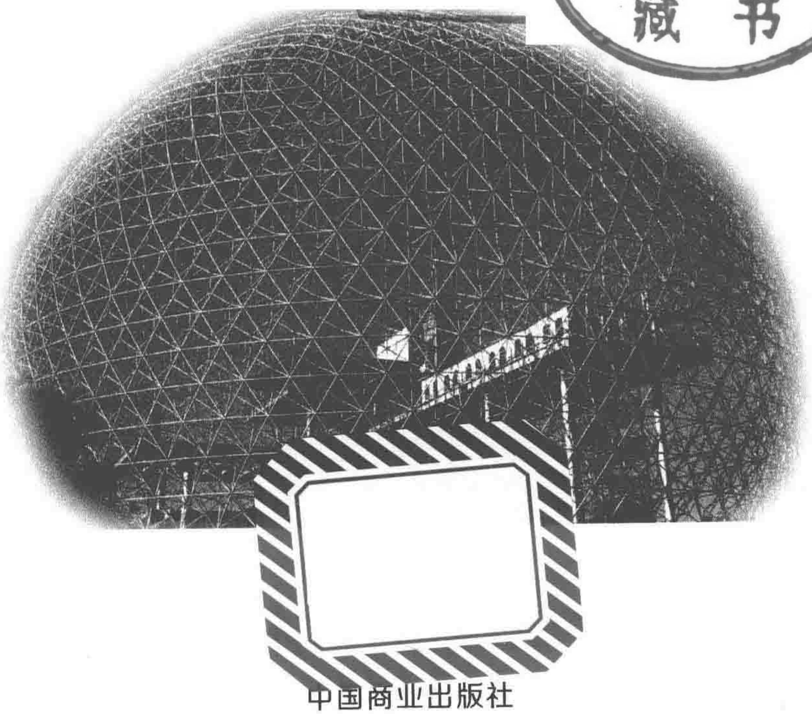
➡ 为什么一切光子都不带电？

……

中国商业出版社

数理力学原理

黄子武 著



中国商业出版社

图书在版编目（CIP）数据

数理力学原理 / 黄子武著. —北京：中国商业出版社，2015.11

ISBN 978-7-5044-9170-1

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①黄… Ⅲ. ①力学—数学物理方法 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第252582号

责任编辑：王彦

中国商业出版社出版发行

010-63033100 www.c-cbook.com

（100053 北京广安门内报国寺1号）

新华书店总店北京发行所经销

北京京华虎彩印刷有限公司

* * * * *

710毫米×1000毫米 1/16开 13.5印张 146千字

2016年 3月第1版 2016年 3月第1次印刷

定价：35.00元

* * * * *

（如有印装质量问题可更换）

内容简介

本书内容主要由前言和四个部分共同组成。

在前言中即提出点电荷系统这个基本物理概念。

在第一部分中，为本书所将涉及的物理学预先提供必要的基础数学知识。

在第二部分（狭义相对论力学）中，首先在力和惯性系等基本物理概念的基础上，在最普遍的能量守恒定律的指引下，利用Lorentz变换推导出在任一指定的惯性系中任意运动非光子点电荷系统在无外来场真空中所受自身电磁辐射阻尼力的一般公式，并提出存在性原理和对应原理，进而得到在任一指定的惯性系中任意运动点电荷系统的一般动力学方程——狭义相对论基本动力学方程和狭义相对论电动力学方程。以任意运动点电荷系统的一般动力学方程为基础可推导出动量定理和动量守恒定律，任意运动点电荷系统在无外来场真空中所产生的电磁辐射总动量公式和任意运动点电荷系统在无外来场真空中的能量公式，以及任意运动质点系统的一般动力学方程等，继而探讨并总结出一切实物粒子的运动特点。然后推导出一切点电荷运动的惯性定律，进而证明点电荷运动的唯一性定理。再以Lorentz变换为基础推导出有关的狭义相对论变换和逆变换并得到应用。最后，在新概念物理意义下提出作用量零变分原理，进而得到任一点电荷系统的普遍动力学方程，并在特定力学体系和适当条件下对作用量进行泛函分析，从而得到相关作用量取得绝对极小值的结论。

在第三部分（狭义相对论性量子力学）中，在任一指定的惯性系中，根据量子力学基本概念和原理推导出相关的任一非光子点电荷在特定力学体系中作任意运动的狭义相对论性量子力学方程，进而证明电量和磁通量的量子化特性。

在第四部分（对客观规律的反思）中，探讨了狭义相对论力学范畴和狭义相对论性量子力学范畴各自规律的适用条件，并提出了一切运动的惯性原理。

前　言

顾名思义，所谓点电荷就是与带电状况有关的几何之点。

众所周知，点电荷是从实际中抽象出来的简化概念。在某种情况下，如果可以把粒子的总带电量（该粒子的总带电量可以取包括零在内的一切可能值）视为集中在某几何点上来处理但不影响所考察问题的实质和结论时，就可把这个粒子当作点电荷来看待。

在任何一个指定的惯性系中，我们将任一点电荷在无外来场真空中所产生的电磁场分作辐射电磁场和非辐射电磁场两部分：前者是因点电荷作加速运动而产生的并以真空光速向该点电荷周围空间辐射；该点电荷的固有粒子实体成分与该点电荷所产生的非辐射电磁场成分共同构成**一个点电荷系统**。由于任一点电荷系统作为引力源，从而必然伴随着引力场的产生，将此引力场分作辐射引力场和非辐射引力场两部分：该点电荷系统所产生的非辐射引力场仍宜被看作是它本身的固有成分；而该点电荷系统所产生的辐射电磁场和辐射引力场都是该点电荷系统的外界。本书阐明，在任一指定的惯性系中考察发现：每一个点电荷系统本身就是一个有机的整体，它的各部分之间是密切联系不可分割的。

本书第一部分：为本书所将涉及的物理学预先提供必要的基础数学知识。

第二部分：首先在力和惯性系等基本物理概念的基础上，在最普遍的能量守恒定律的指引下推导出在任一指定的惯性系中在真空中作极低速运动的任一点电荷系统的动力学方程，然后通过 Lorentz 变换，从而在狭义相对论力学范畴内导出在任一指定的惯性系中任意运动非光子点电荷系统在无外来场真空中所受自身电磁辐射阻尼力的一般公式，并提出存在性原理和对应原理，进而得到在任一指定的惯性系中任意运动点电荷系统的一般动力学方程——狭义相对论基本动力学方程和狭义相对论电动力学方程。根据任意运动点电荷系统的一般动力学方程为基础可推导出动量定理和动量守恒定律（实质上是根据合力定义式推得动量定理和动量守恒定律的）以及任意运动点电荷系统在无外来场真空中所产生的电磁辐射总动量公式和任意运动点电荷系统在

无外来场真空中的能量公式等。继而探讨光子的特殊运动规律，得出一切不带电粒子的运动特点和一切带电粒子运动的连续性定理，并总结出一切实物粒子运动的共同特点。然后推导出一切点电荷运动的惯性定律，进而证明了点电荷运动的唯一性定理。再以 Lorentz 变换为基础推导出有关的狭义相对论变换和逆变换并得到应用，并将质点当作是不带电的特殊点电荷，从而相应的质点系统就是相应不带电的特殊点电荷系统，据此即得到任意运动质点系统的一般动力学方程。最后，在新概念物理意义下提出作用量零变分原理，进而得到任一点电荷系统的普遍动力学方程，并在特定力学体系和适当条件下对作用量进行泛函分析，从而得到相关作用量取得绝对极小值的结论。

第三部分：在任一指定的惯性系中，在任一非光子点电荷系统在无外来场真空中的动量公式和能量公式的基础上得到相应的非光子点电荷在特定力学体系中的相关总动量即正则动量和相关总能量即哈密顿量，并结合量子力学基本概念和原理推导出相关的任一非光子点电荷在特定力学体系中运动的狭义相对论性量子力学方程，进而证明了电量和磁通量的量子化特性，并揭开了夸克禁闭之谜。

第四部分：探讨了狭义相对论力学范畴和狭义相对论性量子力学范畴各自规律的适用条件，且提出了一切运动的惯性原理，并认为在通常情况下在适当条件下可以把电子近似地当作是一个理想的点电荷模型来看待。

在本书中：

（1）在无特别说明的一般情况下都是在任意指定的某一个参照系中（在本书第二部分狭义相对论力学和第三部分狭义相对论性量子力学中都是在任意指定的某一个惯性系中）来考察所有相关问题并作出相关结论的。

（2）都不考虑物质及其引力场对时空的影响和引力辐射等广义相对论效应。

（3）所考察的任一实物粒子都是可当作点电荷或点电荷系统来看待的粒子，并且假定它在任何运动过程都不与外界发生实体物质交换和电荷交换，而在任何一个指定的惯性系中当它在无外来场真空中处于稳定静止状态下都不与外界发生能量交换（此时它既不产生电磁辐射亦不产生引力辐射）。

（4）在第二部分狭义相对论力学中所考察的任一实物粒子的运动都是单纯的平动而非转动。

平动定义：运动物体上任意两点所连成的直线在该物体运动过程中保持平行移动，物体的这种运动称为平动。

在同一时刻，作单纯平动的同一物体上各点的运动速度都相等，从而其上各点的运动加速度也都相等。

（5）关键词：

参照物或参照系，惯性系和非惯性系，惯性；

位矢，位移，运动的相对性，运动速度，运动加速度；

平动和转动，惯性运动和非惯性运动；

点电荷和点电荷系统，体系（或称整体），光子和非光子，质点和质点系统；

力，内力，外力，合外力，合力，引力（即万有引力），电磁力，自身电磁辐射阻尼力，体系作用力，惯性力；

引力场，电场强度，磁感应强度，零点自激电磁场，电磁场标量势和电磁场矢量势，惯性力场；

静质量，动质量，动量及正则动量，能量及哈密顿量，拉格朗日能量函数，作用量；

波粒二象性，物质波，波函数，狄拉克方程。

（6）在标题前加‘*’者是可供参考之题材。

本书涉及基础理论物理领域（包括狭义相对论和量子力学）。作者刻意欲使全书文词精当，语意通达，结构简密，概念真切，原理深刻，逻辑清晰，推理严谨，运算精确，结论确当。然大道之行也，当博采众长、集思广益，有容乃大！大道至简也，当厚积而薄发。

念将面对广大可敬可爱的读者朋友们，我诚惶诚恐，更不惜废寝忘食、殚精竭虑，专心致志、锐意进取，一丝不苟、精益求精，诚惟愿不负众望。书中但见瑕疵，恳请诸尊点化，黄某不胜感激之至！

作者：黄子武

2011 年 4 月 28 日

目　录

第三部分：狭义相对论性量子力学

第四部分：对客观规律的反思 ……197

第一部分：基础数学知识

（一）预备定理

（1）若 $\lim\limits_{x \to x_0} a(x) = 0$ 且 $\lim\limits_{x \to x_0} b(x) = 0$ 则 $\lim\limits_{x \to x_0} [a(x) \pm b(x)] = 0$

证明：

由 $\lim\limits_{x \to x_0} a(x) = 0$ 知：$\forall \varepsilon > 0$，$\exists \delta_1 > 0$，当 $0 < |x - x_0| < \delta_1$ 时，$|a(x)| < \frac{\varepsilon}{2}$

由 $\lim\limits_{x \to x_0} b(x) = 0$ 知：$\forall \varepsilon > 0$，$\exists \delta_2 > 0$，当 $0 < |x - x_0| < \delta_2$ 时，$|b(x)| < \frac{\varepsilon}{2}$

取 $\delta = \min\left(\delta_1, \delta_2\right)$（即取 δ 等于 δ_1 和 δ_2 中最小的那个正数，下同）

则 $\forall \varepsilon > 0$，$\exists \delta > 0$，当 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时，

$|a(x) \pm b(x)| \le |a(x)| + |b(x)| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$

根据函数极限定义得 $\lim\limits_{x \to x_0} [a(x) \pm b(x)] = 0$

以上“→”表示“趋向…”；“∀”表示“对任意的…”，或“对所有的…”，或“对每一个…”；“∃”表示“存在…，使得…”。下同。

(2) 若$\lim\limits_{x\to x_0} a(x)=0$且 $f(x)$在点x_0的某空心邻域内有界，则$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)a(x)=0$

证明：

由 $f(x)$在点x_0的某空心邻域内有界知：$\exists\delta_1>0$ 、$\exists M>0$ ，当$0<|x-x_0|<\delta_1$时，$|f(x)|\le M$

由$\lim\limits_{x\to x_0} a(x)=0$知： $\forall\varepsilon_2>0$ ，$\exists\delta_2>0$，当$0<|x-x_0|<\delta_2$时， $|a(x)|<\varepsilon_2$

取$\varepsilon=M\varepsilon_2$ ，由于存在正数$M>0$且ε_2是任意给定的正数从而ε也是任意给定的正数，并取$\delta=\min\left(\delta_1，\delta_2\right)$

于是：$\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$ ，当$0<|x-x_0|<\delta$时， $|f(x)a(x)|<M\varepsilon_2=\varepsilon$

根据函数极限定义得 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)a(x)=0$

(3) 若存在 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$ 和 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=B$ ，则存在

① $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)\pm g(x)]=A\pm B$

② $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\cdot g(x) =A\cdot B$

证明：

由$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$令$f(x)-A= a(x)$

根据函数极限定义知：

$\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$ ，当$0<|x-x_0|<\delta$时，$|f(x)-A|<\varepsilon$即$|a(x)|<\varepsilon$

所以 $\lim\limits_{x\to x_0} a(x)=0$ ，并且$a(x)$在点x_0的某空心邻域内（在$0<|x-x_0|<\delta$内）有界。

反之，若 $\lim\limits_{x \to x_0} a(x) = 0$，根据函数极限定义知：

$\forall \varepsilon_1 > 0$，$\exists \delta_1 > 0$，当$0 < |x - x_0| < \delta_1$时，$|a(x)| < \varepsilon_1$即$|f(x) - A| < \varepsilon_1$

所以 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$

故 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0} a(x) = 0$　　　　[$a(x) = f(x) - A$]

在此，“$\Leftrightarrow$”表示“等价于”，下同。

由$\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = B$令$g(x) - B = b(x)$

同理可证 $\lim\limits_{x \to x_0} b(x) = 0$，并且$b(x)$在点$x_0$的某空心邻域内有界。

于是$f(x) \pm g(x) = (A \pm B) + [a(x) \pm b(x)]$

$[f(x) \pm g(x)] - (A \pm B) = a(x) \pm b(x)$

因为 $\lim\limits_{x \to x_0} [a(x) \pm b(x)] = 0$　　　　[据预备定理（1）]

所以 $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) \pm g(x)] = A \pm B$　　　　①得证

$$\begin{aligned} \text{而}\quad f(x)g(x) - AB &= [A + a(x)] \cdot [B + b(x)] - AB \\ &= Ab(x) + Ba(x) + a(x)b(x) \end{aligned}$$

因 A、B 以及$a(x)$、$b(x)$分别在点x_0的某空心邻域内有界，且$\lim\limits_{x \to x_0} a(x) = \lim\limits_{x \to x_0} b(x) = 0$，故

$\lim\limits_{x \to x_0} Ab(x) = \lim\limits_{x \to x_0} Ba(x) = \lim\limits_{x \to x_0} a(x)b(x) = 0$　　　　[据预备定理（2）]

$\lim\limits_{x \to x_0} [Ab(x) + Ba(x) + a(x)b(x)] = 0$　　　　[据预备定理（1）]

所以 $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \cdot g(x) = A \cdot B$　　　　②得证

（4）若存在 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A$ 和 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = B$ 且 $B \neq 0$ ，则存在 $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$

证明：

由 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A$ 令 $f(x) - A = a(x)$ 则 $\lim\limits_{x\to x_0} a(x) = 0$

由 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = B$ 令 $g(x) - B = b(x)$ 则 $\lim\limits_{x\to x_0} b(x) = 0$

于是 $\frac{f(x)}{g(x)} - \frac{A}{B} = \frac{A+a(x)}{B+b(x)} - \frac{A}{B} = \frac{Ba(x)-Ab(x)}{B[B+b(x)]}$

由 $\lim\limits_{x\to x_0} b(x) = 0$ 并据函数极限定义知：对于 $\varepsilon_0 = \frac{|B|}{2} > 0$ $\left(因为 B \neq 0\right)$，

$\exists \delta_0 > 0$，当 $0 < |x - x_0| < \delta_0$ 时， $|b(x)| < \varepsilon_0 = \frac{|B|}{2}$

从而 $|B + b(x)| \geq |B| - |b(x)| > \frac{|B|}{2} > 0$

进而 $\left|\frac{1}{B[B+b(x)]}\right| < \frac{2}{|B|^2}$

故 $\frac{1}{B[B+b(x)]}$ 在点 x_0 的某空心邻域内（在 $0 < |x - x_0| < \delta_0$ 内）有界。

又因 $\lim\limits_{x\to x_0} Ba(x) = \lim\limits_{x\to x_0} Ab(x) = 0$ ［据预备定理（2）］

从而 $\lim\limits_{x\to x_0} [Ba(x) - Ab(x)] = 0$ ［据预备定理（1）］

所以 $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{Ba(x)-Ab(x)}{B[B+b(x)]} = 0$ ［据预备定理（2）］

再根据函数极限定义就得到 $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}$

（5）函数连续的概念：若函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内（包含点 x_0 在内）有定义［注：若某函数在点 x_0 有对应的函数值（非正无穷大或负无穷大），则称该函数在点 x_0 有定义。下同。］，并且 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$，则称函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 连续。

求证:若函数$y=f(x)$在点x_0连续则$|y|=|f(x)|$在点x_0连续。

证明:

根据函数连续的概念，若函数$y=f(x)$在点x_0连续，则$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$

于是:$\forall\varepsilon>0$，$\exists\delta>0$，当$|x-x_0|<\delta$时，$|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$

(因为此时 x 可以取x_0，所以取$|x-x_0|<\delta$而不是取$0<|x-x_0|<\delta$)

①当 $|f(x)|\geq|f(x_0)|$时，$0\leq|f(x)|-|f(x_0)|\leq|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$

从而$\big||f(x)|-|f(x_0)|\big|<\varepsilon$

②当 $|f(x)|\leq|f(x_0)|$时，$0\leq|f(x_0)|-|f(x)|\leq|f(x_0)-f(x)|<\varepsilon$

从而$\big||f(x)|-|f(x_0)|\big|=\big||f(x_0)|-|f(x)|\big|<\varepsilon$

总之，无论是①还是②，都成立$\big||f(x)|-|f(x_0)|\big|<\varepsilon$

所以 $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|=|f(x_0)|$

根据函数连续的概念知:$|y|=|f(x)|$在点x_0连续。

(6) 设函数$u=u(x)$和$v=v(x)$在点x_0的某一共同邻域内（都包含点x_0在内）都有定义，并且u和v在点x_0都连续。

则 ① $z_1=z_1(x)=u(x)\pm v(x)$ 在点x_0连续。

② $z_2=z_2(x)=u(x)v(x)$ 在点x_0连续。

证明:

由已知得$\lim\limits_{x\to x_0}u(x)=u(x_0)$ 和 $\lim\limits_{x\to x_0}v(x)=v(x_0)$都存在。

令 $\Delta x = x - x_0$ ， $\Delta u = u(x) - u(x_0)$ ， $\Delta v = v(x) - v(x_0)$

根据函数极限定义知： $\begin{cases} \lim\limits_{x \to x_0} u(x) = u(x_0) \Leftrightarrow \lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta u = 0 \\ \lim\limits_{x \to x_0} v(x) = v(x_0) \Leftrightarrow \lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta v = 0 \end{cases}$

于是① $z_1 = z_1(x) = u(x) \pm v(x)$在点$x_0$的某邻域内（包含点$x_0$在内）有定义，并且

$$z_1(x_0) = u(x_0) \pm v(x_0)$$

$$\Delta z_1 = z_1(x) - z_1(x_0) = \Delta u \pm \Delta v$$

所以$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta z_1 = \lim\limits_{\Delta x \to 0} (\Delta u \pm \Delta v) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta u \pm \lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta v = 0$ ［据预备定理（3）①］

即$\lim\limits_{x \to x_0} z_1(x) = z_1(x_0)$

根据函数连续的概念知： $z_1 = z_1(x)$在点x_0连续。

② $z_2 = z_2(x) = u(x)v(x)$在点x_0的某邻域内（包含点x_0在内）有定义，并且$z_2(x_0) = u(x_0)v(x_0)$

$$\begin{aligned} \Delta z_2 &= z_2(x) - z_2(x_0) \\ &= u(x)\,v(x) - u(x_0)\,v(x_0) \\ &= [u(x_0) + \Delta u] \cdot [v(x_0) + \Delta v] - u(x_0)\,v(x_0) \\ &= u(x_0)\Delta v + v(x_0)\Delta u + \Delta u \cdot \Delta v \end{aligned}$$

因 $\lim\limits_{\Delta x \to 0} u(x_0) = u(x_0)$存在， $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta v = 0$

故 $\lim\limits_{\Delta x \to 0} u(x_0)\Delta v = u(x_0) \lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta v = 0$ ［据预备定理（3）②］

同理， $\lim\limits_{\Delta x \to 0} v(x_0)\Delta u = v(x_0) \lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta u = 0$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta u \cdot \Delta v = \left(\lim_{\Delta x \to 0} \Delta u\right) \cdot \left(\lim_{\Delta x \to 0} \Delta v\right) = 0$$

所以 $\lim\limits_{\Delta x \to 0} [u(x_0)\Delta v + v(x_0)\Delta u + \Delta u \cdot \Delta v] = 0$ ［据预备定理（1）］

所以 $$\lim_{\Delta x\to 0}\Delta z_2 = 0$$

即 $$\lim_{x\to x_0} z_2(x) = z_2(x_0)$$

根据函数连续的概念知：$z_2 = z_2(x)$在点x_0连续。

（7）若函数$y = f(x)$在点x_0可导且导数为$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}$，$c_0$为常数，则$c_0 y$在点$x_0$可导且导数为$\left.\frac{d}{dx}(c_0 y)\right|_{x=x_0} = c_0\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}$

证明：

由函数$y = f(x)$在点x_0可导并据函数导数定义知：$y = f(x)$在点x_0的某邻域内（包含点x_0在内）有定义并且存在极限$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$，则$y$在点$x_0$的导数存在且导数为$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$.这里$\Delta x = x - x_0$，$\Delta y = f(x) - f(x_0)$

又因 c_0为常数，故 $\lim_{\Delta x\to 0} c_0 \equiv c_0$

$c_0 y$在点x_0的某邻域内（包含点x_0在内）有定义，且

$$\Delta(c_0 y) = c_0 f(x) - c_0 f(x_0) = c_0\Delta y$$

故存在 $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta(c_0 y)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} c_0\frac{\Delta y}{\Delta x} = c_0\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}$ ［据预备定理（3）②］

根据函数导数定义知：

$c_0 y$在点x_0可导且导数为 $\left.\frac{d}{dx}(c_0 y)\right|_{x=x_0} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta(c_0 y)}{\Delta x} = c_0\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}$

（8）若函数$y = f(u)$在点u_0可导且导数为 $\left.\frac{dy}{du}\right|_{u=u_0} = f'(u_0)$ ，$u = u(x)$在点x_0可导且导数为 $\left.\frac{du}{dx}\right|_{x=x_0} = u'(x_0)$ ，$u_0 = u(x_0)$.则