

数学与人文

· 第二十辑

# 数学的教与学

主 编 丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真  
副主编 张英伯

Mathematics & Humanities

高等教育出版社

数学与人文·第二十辑  
Mathematics & Humanities

# 数学的教与学

SHUXUE DE JIAO YU XUE

主 编 丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真  
副主编 张英伯

高等教育出版社·北京

International Press

---

## 图书在版编目(CIP)数据

数学的教与学 / 丘成桐等主编. -- 北京: 高等教育出版社, 2016.5

(数学与人文; 第20辑)

ISBN 978-7-04-044996-9

I. ①数… II. ①丘… III. ①数学-普及读物  
IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第040957号

---

Copyright © 2016 by

**Higher Education Press Limited Company**

4 Dewai Dajie, Beijing 100120, P. R. China, and

**International Press**

387 Somerville Ave., Somerville, MA 02143 U.S.A.

---

出品人 苏雨恒  
总 监 制 吴 向  
总 策 划 李冰祥  
策 划 李 鹏  
责任编辑 李 鹏  
书籍设计 王凌波  
责任校对 刘丽娴  
责任印制 韩 刚

---

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市西城区德外大街4号

邮政编码 100120

购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

网上订购 <http://www.hepmall.com>

<http://www.hepmall.com.cn>

<http://www.hepmall.cn>

印 刷 涿州市星河印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 10.75

字 数 190千字

版 次 2016年5月第1版

印 次 2016年5月第1次印刷

定 价 25.00元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 44996-00

## 丛书编委会

主 编 (按姓氏笔画排序):

丘成桐 刘克峰 杨 乐 季理真

名誉编委 (按姓氏笔画排序):

丁夏畦 万哲先 王 元 石钟慈 齐民友 吴文俊 张景中

编 委 (按姓氏笔画排序):

于 靖 马绍良 王仁宏 王则柯 王善平 井竹君 田 野

冯克勤 曲安京 朱熹平 刘献军 许洪伟 孙小礼 严加安

李文林 李 方 李建华 杨 静 肖 杰 吴 杰 沈一兵

张英伯 张顺燕 张海潮 张奠宙 周 坚 郑方阳 郑绍远

胡作玄 姚恩瑜 袁向东 顾 沛 徐 浩 翁玉林 黄宣国

康明昌 蔡文端

责任编委 (按姓氏笔画排序):

王善平 李 方

丛书编辑部 (按姓氏笔画排序):

邓宇善 刘建中 张 超 赵春莉

合作单位:

中国科学院晨兴数学中心

浙江大学数学科学研究中心

丘成桐数学科学中心

# 《数学与人文》丛书序言

丘成桐

《数学与人文》是一套国际化的数学普及丛书，我们将邀请当代第一流的中外科学家谈他们的研究经历和成功经验。活跃在研究前沿的数学家们将会用轻松的文笔，通俗地介绍数学各领域激动人心的最新进展、某个数学专题精彩曲折的发展历史以及数学在现代科学技术中的广泛应用。

数学是一门很有意义、很美丽、同时也很重要的科学。从实用来讲，数学遍及物理、工程、生物、化学和经济，甚至与社会科学有很密切的关系，数学为这些学科的发展提供了必不可少的工具；同时数学对于解释自然界的纷繁现象也具有基本的重要性；可是数学也兼具诗歌与散文的内在气质，所以数学是一门很特殊的学科。它既有文学性的方面，也有应用性的方面，也可以对于认识大自然做出贡献，我本人对这几方面都很感兴趣，探讨它们之间妙趣横生的关系，让我真正享受到了研究数学的乐趣。

我想不只数学家能够体会到这种美，作为一种基本理论，物理学家和工程师也可以体会到数学的美。用一个很简单的语言解释很繁复、很自然的现象，这是数学享有“科学皇后”地位的重要原因之一。我们在中学念过最简单的平面几何，由几个简单的公理能够推出很复杂的定理，同时每一步的推理又是完全没有错误的，这是一个很美妙的现象。进一步，我们可以用现代微积分甚至更高深的数学方法来描述大自然里面的所有现象。比如，面部表情或者衣服飘动等现象，我们可以用数学来描述；还有密码的问题、电脑的各种各样的问题都可以用数学来解释。以简驭繁，这是一种很美好的感觉，就好像我们能够从朴素的外在表现，得到美的感受。这是与文化艺术共通的语言，不单是数学才有的。一幅张大千或者齐白石的国画，寥寥几笔，栩栩如生的美景便跃然纸上。

很明显，我们国家领导人早已欣赏到数学的美和数学的重要性，在 2000 年，江泽民先生在澳门濠江中学提出一个几何命题：五角星的五角套上五个环后，环环相交的五个点必定共圆，意义深远，海内外的数学家都极为欣赏这个高雅的几何命题，经过媒体的传播后，大大地激励了国人对数学的热情，我希望这套丛书也能够达到同样的效果，让数学成为我们国人文化的一部分，让我们的年轻人在中学念书时就懂得欣赏大自然的真和美。

# 前 言

张英伯

《数学与人文》丛书第二十辑《数学的教与学》与读者见面了。本书的主题侧重于大学数学的教与学。

在“数学家谈教与学”栏目中，读者可以看到当代数学家丘成桐、杨乐、严家安以及我国老一辈著名数学家陈建功先生对数学教育教学的精辟见解。编者愿意推荐其中的一篇座谈纪要：“直面大师”。2013年6月4日至8日，首次数学大师讲坛在三亚举行。五位全球大师级人物，包括三位菲尔兹奖得主：David Mumford（布朗大学），Richard Schoen（斯坦福大学），Wilfried Schmid（哈佛大学），Stanislaf Smirnov（日内瓦大学），丘成桐（哈佛大学），分别就他们的研究领域进行了演讲。6月7日傍晚，为了体现向大师学习的主题，也为了鼓励参会的年轻学子，主办方举办了一个“直面大师”的小组讨论。参会的研究生自由提问，五位大师即时回答，问题涉及诸多方面，比如：你们为什么会对数学问题感到有趣、兴奋、甚至着迷，以至于爱上数学，选择数学为终生职业？当你们的研究遇到困难，胶着于某个难点竟至走进死胡同时，你们是怎么做的？你们怎样识别研究生？怎样引导学生走向成才之路？大师们给出了风趣幽默、各具特色而又高屋建瓴、鞭辟入里的解答。

在“他山之石”栏目中，翁玉林教授介绍了小而精的美国加州理工学院，数学家 André Weil 谈了他对大学数学教学的真知灼见。而代数学家 A. Borel 关于普林斯顿高等研究院数学学院的文章非常值得我们借鉴，作为学院的一员，Borel 详细描述了研究院的建立动因、组织形式、教授聘任、科研机制，以及他本人的切身感受。

“求学之路”栏目刊登了两篇文章，一篇回忆了改革开放之初我国的数学教授如何在海外友人的鼎力帮助下建立和发展了中国代数的一个分支。而另一篇来自美国教师在香港中文大学工作时的日记和申诉书，真实地记录了作为一名普通老师对数学天才学生丘成桐的赏识和关怀，以及为了使他提前毕业并赴美留学与当时的体制所做的坚持不懈的抗争。

最后一个栏目“丘成桐数学奖”则刊登了大中学获奖学生的切身感受以及指导老师的深入细致的工作。

希望读者能够喜欢。

# 目 录

《数学与人文》丛书序言（丘成桐）

前言（张英伯）

## 数学家谈教与学

- 1 读书与做人（丘成桐）
- 7 诗两首（丘成桐）
- 8 直面大师（季理真整理，译者：童纪龙）
- 25 培养优良学风，做好博士论文（杨乐）
- 33 数学与天才（陈建功）
- 36 培养能力比传授知识更重要  
——浅议大学教育的理念与目标（严加安）
- 43 “16行诗”六首（严加安）

## 他山之石

- 47 大学的数学教学（André Weil，译者：李建华，徐彬鹤）
- 49 小而精的加州理工学院（翁玉林口述，伊犁撰文）
- 56 普林斯顿高等研究院数学学院（Armand Borel，译者：上官冲）

## 求学之路

- 79 丘成桐在崇基学院（Stephen Salaff，译者：兰昭）

- 99 Claus 和我们（张英伯整理）

### 丘成桐数学奖

- 116 写给丘先生的一封信（李晨杨，译者：编辑组）
- 118 我和我的获奖团队（王琪）
- 121 丘成桐中学数学奖对我的影响（迟浩）
- 123 不泡题海学数学，有意思多了——《钱江晚报》  
对丘成桐中学数学奖获奖学生的报道（娄雨奇，梁建伟）
- 126 对数学竞赛的几点思考（韦东奕）
- 130 “丘成桐大学生数学竞赛”激励我成长（章博宇）
- 135 参加“丘奖”面试（周杨）
- 138 凸集漫谈  
——由第三届丘成桐中学数学奖银奖获奖论文说起（阳庆节）
- 149 从颁奖典礼说起（张英伯）

### 未解决问题

- 154 未解决问题（汇编：刘克峰，译者：尚恒，校订：朱盛茂）



## 读书与做人

丘成桐

丘成桐，当代数学大师，现任哈佛大学讲座教授，1971年师从陈省身先生在加州大学伯克利分校获得博士学位。发展了强有力的偏微分方程技巧，使得微分几何学产生了深刻的变革。解决了卡拉比 (Calabi) 猜想、正质量猜想等众多难题，影响遍及理论物理和几乎所有核心数学分支。年仅 33 岁就获得代表数学界最高荣誉的菲尔兹奖 (1982)，此后获得 MacArthur 天才奖 (1985)、瑞典皇家科学院 Crafoord 奖 (1994)、美国国家科学奖 (1997)、沃尔夫奖 (2010) 等众多大奖。现为美国科学院院士、中国科学院和俄罗斯科学院的外籍院士。筹资成立浙江大学数学科学研究中心、香港中文大学数学研究所、北京晨兴数学中心和清华大学数学科学中心四大学术机构，担任主任，不取报酬。培养的 60 余位博士中多数是中国人，其中许多已经成为国际上杰出的数学家。由于对中国数学发展的突出贡献，获得 2003 年度中华人民共和国科学技术合作奖。

### 前言

本人虽然身为教师，但从未亲身教过中学，所以今天在这里，不是从专家的角度来做演讲，只能够谈谈我当年读书和在教导我的两个小孩时累积得来的经验。我的两个小孩都是男孩，在家中只有我太太是女的，两个孩子在我太太的教育下，都极为出色。她是一女中的毕业生，所以我体会到一女中教导学生成功的地方。

## 东方教育 VS 西方教育

近两年来，在国外常常听到“虎妈”这个名词。有一位 Yale 的女教授写了一本畅销书，叙述她教女儿的经验，我没有看过这本书，却认识作者的父亲，他当然以女儿为傲。事实上我也看过这位女教授从前写过的一本关于中国历史的畅销书。她是在美国长大的，却写出关于中国历史有水平的作品，可见她对东方文化的向往。也难怪她教导女儿时，喜欢用东方式的教育方法，听说她的女儿已经被哈佛大学录取为本科生，可见她的教育方法的确有成功的地方。东方人的教育假定小孩子能力不够，必须要严厉教育，才能上进，又因为家族的面子和父母的光荣，必须由孩子背负这个任务，迫使孩子尽力用功。但是在成长的路上，我们总可见到孩子天真无邪善良的一面，我们应当将这些良好的品质培养起来，让孩子们有浓厚的读书兴趣，自动自觉地去找寻有意义的课题和研究。但是无论如何，人总有惰性，也会骄傲，总须压抑。毕竟我们看到很多学者成名后，工作大不如前，这是同一个道理，需要我们注意。无论东方式或西方式的教育，我们要注重的事情，其实很简单。每一个学生毕业时至少须有基本的知识，一个素质能够与世界先进国家的学生相提并论的基本知识。我们同学不单在知识方面要在同辈面前不会自惭形秽，也要有基本的推理和表达的能力。在全球化的竞争中我们需要有适应的能力，所以也需要有德智体群的训练。我本人认为任何教育方法，只要能够达到上述目标的，都是不错的教育。正如邓小平说的“白猫也好黄猫也好，能捉老鼠的就是好猫。”

## 谈中学教育

至于教育学生“究天人之际、成一家之言”、“立德、立言、立功”的老师和学校实在不多，这种学者必须在大师汇聚的地方，陶冶性情，养浩然之气。所以只有名校才有能力训练这种学者。可是良好的中学训练却是关键的第一步，贵校的学生历年来出类拔萃的实在不少，值得庆贺。中学训练的对象包括了很多怀有不同志向的学生，有些想从商，有些想做官，有些想做工程师，有些想做医生，有些想在政府或公司做文员、做会计，有些想做学问。种种不同的学生，必须有不同的激励和教导的方法，这就是孔子说的“因材施教”的精神。不幸的是很多学校只照顾到“有教无类”，而忘记了“因材施教”的精髓。有些学校为了公平起见，坚持用同样的教材，同样的教学方法，同时坚持标准答案，又喜欢用选择题，用计算机来打分数，几乎可以说将教学的理念变成流水式作业，大量生产标准的学生。结果学生面对机械式的教学，变得无生气，缺乏对大自然、对科学、对人文的兴趣和好奇，使得有天分的

学生也不容易成材。我认为培养一个好的学者，最重要的事情是要培养他们对学问的兴趣。培养对学问的兴趣，必须建基于基本知识，假如我们不懂得解线性方程，我们就没有能力去欣赏多姿多姿的二次方程和三次方程。假如我们不懂得基本的汉字结构，就没有办法去欣赏唐诗和宋词。

## 自身经验分享

我记得父亲坚持让我背诵古文，在中学时我背诵了六十篇古文，默写每一篇文章，错漏一字则扣五分。当时颇以为苦，却在背诵这些古文时，逐渐爱上了这些文章，而自动去找寻和记忆这些古文了。中学时，有一次生病在家，拿了一篇欧阳修写的祭文来读，觉得很有意思，不觉将全文记了下来。返校上课时，刚好老师前一天已经通知全班要考试，要我们默写。在没有得到预先通知的情形下，我还是将全文写出，只错了三个字，也算不错。这都是兴趣使然，有了兴趣以后，我不以背书为苦。我的两个儿子小时候，我也教导他们背诵唐诗和其他古文，他们也真的背诵了，但是环境不对，他们的朋友都不懂中文，因此我的两个小孩在美国读小学时，提不起读中文的兴趣。所以我和我太太决定到台湾清华大学一年，让小孩子能够感染到中国社会的文化。在台湾他们受到小朋友的影响，开始努力学习中文，在我太太的悉心辅导下，两个月后已经追上班上的学习进度，也开始欣赏中文的妙处。当时他们喜欢玩《三国演义》的计算机游戏，过了一年后，大儿子居然可以自己阅读《三国演义》了。可见兴趣也是需要一定的环境下才能培养成功的。至于读数学，我亦有类似的经验。我读小学时，对数学不甚了了，太简单的数学提不起我的兴趣，但是初中二年级时我开始接触到平面几何和它的公理。它的简洁和优美使我震撼，因此我花了很多工夫去看这些方面的课外书籍，时常到书店或二手书店去看书，一看就是两三个钟头。

## 学习方法

当时老师教数学，容许我们从不同角度来解题目，使我得益良多。在这里我们可以参考一个故事，19世纪有一位历史上最伟大的数学家，叫作 Gauss。他小时候喜欢一个问题，就是用圆规和直尺来构造正多边形，他用了十多种不同的方法来构造正十七边形。为什么他喜欢用不同的方法来解题呢？因为每一个方法都有它的意义，使我们更深入了解题目的内容。Gauss 由此发展了数论的工具，所以我认为老师不应当坚持让学生只能够用标准答案来解题，而学生也应当寻求不同的角度来看一个问题。少时父亲教我背诵古文，第二篇就是陶渊明的《五柳先生传》。读至“好读书，不求甚解，每有会意，便欣

然忘食”时，觉得很高兴，因为读书可以不求甚解。事实上开始读古文时真的不求甚解，但年久日深后，逐渐领悟到其中的味道，反而爱好朗诵这些古文。每有会意，便觉欣然，以后也摸索着写一些古文了。在中学和大学这一段时间，学习以自修为主，当时能找到的书籍也不齐全，程度参差不齐，但我还是花了很多工夫去阅读这些书籍，自得其乐，我的学问很多得益于这种“不求甚解”的学习方法。阅读好的书籍培养了我的兴趣，增广了我的见闻，对我的研究大有裨益。所以我们要多读书多问学，才有长进。我记得我在大学时与一位英国来的数学教授交谈，他是代数群论的专家，刚从伦敦大学毕业。他向我解释他的博士论文内容，当时听来有点莫名其妙，也没有继续追问下去。不料过了两年，我做论文时遇到一个群论的问题，我依稀记得大学时跟这位老师的交流，认识到前人曾经做过这方面的研究。于是花了两天工夫在图书馆，终于找到我需要的文献。当时我在伯克利的导师们都惊讶我会懂得群论，由此可见问学的好处。

## 阅读习惯

我们中国人阅读课外书的习惯不如欧美，科普的书籍在国外极为畅销，在中国大陆、台湾和香港却不行，年轻人不想看这些书籍，这影响到中国科技不如西方。至于其他文科的读物，除了工商管理的书外，历史、散文、小说和传记也不见得特别流行，尤其缺乏描述西方文化和社会的书籍。其实小说影响很大。我小时候背诵过梁启超的一篇题为“小说与群治之关系”的文章，他说：“欲新道德，必新小说；欲新家教，必新小说；欲新政治，必新小说；欲新风俗，必新小说；欲新学艺，必新小说；欲新人心，欲新人格，必新小说，何以故？小说有不可思议之力支配人道故。”但是这数十年来的中国小说内容却是相当贫乏。以前男孩子喜欢看武侠小说，快意恩仇，似乎可以一泄生活中的一口怨气，但是事实上学习到的都是与家与国与性情无益的事情。司马迁在《游侠列传》中就批评这种游侠，忽视了法治的精神，缺乏群治的概念。有些女孩子则喜欢看琼瑶的小说，亦不过是“镜中花、水中月”的描述，对人生对社会都没有多大意义。我的小孩在美国中学时读荷马的史诗，读莎士比亚的戏剧，读科普，或科学幻想的小说，林林总总，不一而足，都是不错的教育。事实上，“小说者，常导人游于他境界，而变换其常触常受之空气者也。”小说又可以达到“夫子言之，于我心有戚戚焉，感人之深，莫此为甚，小说乃文章之真谛，笔舌之能事”。所以培养青年人的智识，需要讲究小说的选择。无论学习什么，我们必须掌握到这门学问的基本知识，才能够做到“智者不惑”和“勇者不惧”的地步。不惑和不惧以后，才能够对学问有兴趣，才能够做大学问。

## 跨领域学习

综观现代学问有大成就的学者，大致上都能够掌握两门不同学科的基本知识，这样才能够让不同的学科互动而产生火花，才能成就新的学问。但是要懂得两门以上不同的学科，并不容易，往往要苦学才能成功。幸运的是在你们这个年龄，是学习能力最强的时候，集中精力去学，很快就会成功，就如我们学语文，在年轻时精力旺盛，学习得特别快，都是同一个道理。在中学、大学时就要将这些基础学好。在这里，我可以举另外一个例子。一直以来，我都对物理学有兴趣，也常常受到邀请到物理学家聚集的会议演讲，但毕竟我不是“科班出身”，对物理学里面很多重要的概念和技巧都比不上专业的物理学家，只能以我数学所长来补救我物理之短，可说是我引以为憾的事情。记得我 30 多岁时在 Princeton 听大物理学家 David Gross 授课，讲量子场论，讲得很好，但是我没有去做习题，始终没有将这门学问学好。所以我遇到量子场论有关的问题时，总要找专家一同合作，听听他们的意见，才能决定我走的方向是否正确，所以不能达到“智者不惑”的地步。

## 智者不惑 勇者不惧

我们在很多不同场合，总会见到一些老百姓迷信很多不科学的事情，就是因为科学知识不够，而产生疑惑。在中国，科普的教育远远比不上欧美，希望在中学里，我们能够改变学生们的态度。至于“勇者不惧”，我想做研究的学者都知道，学问发展到某一阶段时，我们都会有某种感觉，有某些重要的问题应当可以解决了，但是没有本领的学者就只能坐在那里等人来领导。有些有本领的学者则没有把握时机，或者没有学到新的工具，让时机一瞬即逝。著名的物理学家 Pauli 在临终那年曾说过，“我等了一辈子要做大问题，但是大问题终于来了，我却让它走失了。”大概是他没有把握到当时由 Schwinger 等人发展的新的量子场论重整化的观点，缺乏适当的工具吧。事实上后生可畏，即使工具不全，也可以一面学习一面研究，也可以完成大事业。在 20 世纪 50 年代 Francis Crick 和 James Watson 做 DNA 结构时就是在这种背景下完成的，他们当时只是 20 岁出头，可谓“勇者无惧”矣。“勇者无惧”的后面，其实带有浓厚的文化背景和人文的修养。在这方面，东方的思想可能不如西方，古希腊人希望昂昂然做大丈夫，怜人而不受人怜；而在日本，他们的武士道精神，虽不可取，但是却能做到临事不惧的地步。中国人也有大丈夫的观念：富贵不能淫，贫贱不能移，威武不能屈。但是在做学问时能够“不惧”的学者不多，大概是因为中国家庭都希望孩子们富而且贵吧。孟子说：“天将降大任于斯人也，必先苦其心志，劳其筋骨，饿其体肤，空乏其身，行拂乱其所为，

所以动心忍性，增益其所不能……然后知生于忧患而死于安乐也。”这真是至理名言，朝代家族的兴衰，都与年轻人在这方面的训练有极密切的关系。我 14 岁时父亲去世，这一段艰苦的日子对我就有很大的影响。当然我们不能将忧患人工化地放在孩子的身上，但是我们要鼓励他们去经历贫苦大众的痛苦和经验，才知道处世为人的道理，也要经得起失败，甚至无数次的失败，才晓得成功的喜悦。20 世纪清华大学有四大导师，其中两位叫作王国维和陈寅恪。王国维沉湖而死，陈寅恪做祭文，里面提到“自由的意志，独立的精神”。这两点的确是我们做学问的精要地方，有了自由的意志和独立的精神才能勇者无惧，才能“不戚戚于贫贱，不汲汲于富贵”，才不会为分数、为经费、为虚名来找寻人生的真谛、大自然的奥秘。在这一点上，我得感激我父亲教我的第一篇古文《礼记·檀弓下》：“齐大饥，黔敖为食于路，以待饿者而食之。有饿者蒙袂辑屣，贸贸然来。黔敖左奉食，右执饮，曰：‘嗟！来食。’扬其目而视之，曰：‘予唯不食嗟来之食，以至于斯也。’从而谢焉；终不食而死。”在我 14 岁父亲去世时，母亲在极其艰苦的情形下，也能够不吃“嗟来之食”，使孩子们坚强地继续学业，这种精神使我一生受益。“嗟来之食”在现代的社会，在不同的场合都会出现，一个世纪以来，中国的科技依赖于西方，实在是无可奈何的事实，有些学者在学问上尽量依靠留洋回国的留学生，丧失了独立的精神，而吃“嗟来之食”。但是在 21 世纪，我们已经积储了足够的文化、足够的能力和经济来创造、来走自己的路线了。“为有牺牲多壮志，敢教日月换新天”，我相信 21 世纪的中国学术界会有极大的变化，这当然是好的变化。

## 结语

我在哈佛大学这三年来做系主任，深深感受到美国东北区清教徒的作风，他们为自己的主张而坚持，却不大在乎自己的生活品质，他们的学问都是第一流的。中国人喜欢说“无欲则刚”，希望同学们能够保持清心寡欲的态度，养孟子说的浩然之气，保持赤子之心，求知向学，我相信你们都有机会成材，成为有学问的人。我们年轻的时候都有一股勇气，为国家为社会做些事，但是长大后，有些人却渐渐受到社会不良风气的感染，越走越远。正如屈原说的：“何昔日之芳草兮，今直为此萧艾也！岂其有他故兮？莫好修之害也。”愿我们永久保持赤子之心，为自己为社会保留一片净土。儒家说“仁者无忧”，我想一个怀有赤子之心的学者，也会是无忧无虑的。

## 诗两首

丘成桐

### 课中感怀

静坐课中，接朝华信，适岳母病重，又忆杨乐夫人黄且园之逝。感世事之难料，戚人生之多愁，遂作此诗：

人老病死，可痛如斯。英雄何恨，水长流东。  
功名利禄，翠袖红衫。缘生缘灭，风雪千山。

丘成桐

二零一二年九月六日

### 学士之哀

读寅恪老人晚年身世，又哀观堂老人沉湖之悲。遂作此诗：

湖上污泥瘞国魂，衣冠犹奉清华园，  
人间碧血殷红甚，卜鉴殷商证史源，  
学士之衰已四世，岭南尚有泪封存，  
河东有幸留青史，羞煞当时谄媚人。

丘成桐

二零一二年九月十三日

## 直面大师

季理真整理

译者：童纪龙

2013年6月4日至8日，首次数学大师讲坛在三亚举行。由下述五位大师做邀请报告，他们是：

David Mumford（布朗大学），纯粹与应用数学的伙伴关系；

Richard Schoen（斯坦福大学），微分几何中的极小子流形；

Wilfried Schmid（哈佛大学），李群中的调和分析；

Stanislaw Smirnov（日内瓦大学），离散复分析与概率；

丘成桐（哈佛大学），从黎曼到爱因斯坦并面向弦理论。

这五位数学家在任何意义上都是全球数学界真正的大师。他们对数学研究和数学教育两者皆有高屋建瓴的视角。他们当中的三位获得过杰出的菲尔兹奖。

为了体现向大师学习的主题，也为了鼓励参会的年轻学子，6月7日傍晚举办了一个“直面大师”的小组讨论。下面是当晚谈话的整理稿。

### 问题 1

季理真：在世界上最著名的书中有这么一句话：你们祈求，就给你们。因此，就让我以向大师们提问题的方式作为开始吧。正如我们所了解的，例子在数学和日常生活中都很重要。我想如果由我开始来抛砖引玉，你们也许会问得更多。正因为例子非常重要，因此我想请大师与我们分享一个在他们的生活中或者在数学中起着非常特殊作用的例子。让我们从 David Mumford 教授开始吧。

Mumford：我对代数几何的着迷源于我选修过的一门代数曲线课程。那时，我研读了一篇关于如何吹开（blow up）射影平面以便将平面曲线奇点消去的文章。以最简单的奇异平面曲线  $y^2 = x^3$  为例，我们所做的就是考虑这



条曲线的奇点，并在这点处将射影平面吹开。换句话说，我们把这个奇点替换为参数化奇点上所有方向的那条直线，即所谓的例外轨迹。通过这种变换，奇点便突然地转化为一类更加简单的奇点了。因此，（为了将奇点消解）这个想法就是要不停地对（曲线所在的）空间运用前面这一重要的代数过程。这一切是如此令人着迷，我也因此爱上了代数几何这一学科。

Schmid：我不太确定自己在这里应该说些什么。我想，在成为数学家的这一过程中，我在德国读中学那段经历有着重要的影响。在德国，孩子们10岁进入中学学习。我的父亲是一名拉丁语教授，因此，我进入了一所拉丁语见长的中学。但实际上那时我对数学更加感兴趣。大概在我14岁的时候，我向父母抱怨说学校里所教授的数学内容非常有限。当时德国最具影响力的数学家 Friedrich Hirzebruch 恰巧是我们的邻居，因此我的父亲便向他说起了这件事情。他回答道：“没问题，我可以作你孩子的私人教师。”就这样，在14岁的时候，我就得到了当时德国最著名的数学家的言传身教。

Smirnov：是什么让我选择数学作为职业？实际上，这是一个循序渐进的过程，所以，我很难说出一个确切的原因。我是由我的祖父母抚养长大的。我的祖父毕业于数学系，但在他毕业之后就爆发了第二次世界大战。因而他成为了一名工程师，甚至拿到了工程学方面的第二学历。在此后的一生中，他总是工作在应用数学和工程学之间。当我小的时候，对于未来我幻想更多的是成为一个制造飞机和飞船的工程师，而不是数学家。这种想法大概源于中学时代，那时我认为数学是古人的科学，它在几百年前就已经完备，因此也就不会再有新的定理出现了。尽管在学习物理和生物的时候，老师们会提到一些关于数学的现代发展。后来到了高中阶段，在旁听了一些大学课程之后，我才意识到先前的想法是错误的。此后，我便逐步地被数学所吸引。

至于选择哪个研究领域，我想对于数学来说，目前正是一个激动人心的时期。当然，和100年前甚至是40年前的情况相比，如今的情形已大不相同：为了达到学科前沿，你必须学多得多的东西。但是，这也不是那么高不可攀，仍然还有很多没有解决的问题我们甚至在大学阶段就可以开始考虑了。现在有意思的是数学不同领域之间的相互联系，甚至其他学科，例如物理、生物、经济，数学也开始与它们结合在一起。这一切，都让我觉得非常地兴奋。

丘成桐：我对数学的兴趣源于我对几何学的学习。记得第一次接触欧氏几何公理时，我就觉得非常激动。再后来，我的兴趣转向了微分方程。这个转变是因为我感觉到我们能够用微分方程来刻画控制世间万物的一般规律，这一点让我觉得很兴奋。此后，我意识到在几何中，很多复杂的方程实际上都有一些简单得多的描述：我们只需把这个方程看成是定义在一个流形上。但在那时，这种观点并没有完全建立起来。因此，我开始在这一问题上展开工作，对此我感到振奋。同时，这也使得我能够在后来做了很多有意思的事情。