



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学代数与几何

王殿军 张贺春 胡冠章 编著

清华大学出版社

0151.2
W142



郑州大学 *04010744936 *



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学代数与几何

王殿军 张贺春 胡冠章 编著



清华大学出版社
北京

0151.2
W142

内 容 提 要

本书包括线性代数、解析几何和向量代数. 具体内容有: 矩阵理论和计算方法, 线性方程组理论和解法, 向量空间和向量代数, 线性空间和线性变换, 矩阵特征值问题及其计算方法, 二次型和二次曲面的标准化等问题. 把线性代数和解析几何紧密结合起来, 既重视基本概念, 也注重计算方法和技巧. 每一讲一个专题, 每讲后有思考练习题用于读者加深理解本讲内容, 每讲后的习题用于读者检验是否学懂, 需认真书写.

本书适合大学理、工科各专业教学之用, 亦可作为工程技术人员自学之用.

版权所有, 侵权必究. 侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

大学代数与几何/王殿军, 张贺春, 胡冠章编著. —北京: 清华大学出版社, 2012.1

ISBN 978-7-302-26344-9

I. ①大… II. ①王… ②张… ③胡… III. ①线性代数—高等学校—教材 ②解析几何—高等学校—教材 IV. ①O151.2 ②O182

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 155428 号

责任编辑: 佟丽霞

责任校对: 赵丽敏

责任印制: 李红英

出版发行: 清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机: 010-62770175

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编: 100084

邮 购: 010-62786544

印 刷 者: 三河市君旺印装厂

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 170mm×230mm 印 张: 22 字 数: 390 千字

版 次: 2012 年 1 月第 1 版

印 次: 2012 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 1~4000

定 价: 33.00 元

前言

大学代数与几何

——给教师和学生的建议

本书有以下特点：(1)按讲编排，一方面便于教师备课，免于花精力在组织和挑选每讲的内容和习题上，把主要精力放在如何讲透每讲的核心内容上；另一方面，便于学生预习和复习，知道下一讲的内容。(2)内容比较丰富，有很多补充的知识，让学生增加见识，使学有余力的学生有用武之地。例如几乎所有的线性代数书都有例子：奇数阶反对称矩阵的行列式为0，但很少提到偶数阶反对称矩阵的行列式如何计算，本书详细讨论了此问题。(3)在习题上做了精心的安排。为每一讲配备了两类题：第一类是思考练习题，主要是一些概念检验题，简单套公式或套方法题，这类题只要会做就行，没必要详细书写，也不必交给教师批改；第二类是习题，必须认真书写并交给教师批改。这样做的目的是提高效率，减轻负担。(4)每一章都有总结与复习。其中有的重要章的总结与复习列为必讲内容，其余章的总结与复习可作为自学内容。(5)本书的适应面较宽。有必讲的内容也有一些选讲的内容，既适合那些对线性代数要求比较低的专业，也适合那些对线性代数要求比较高的专业。(6)力求语言通俗，有时代气息，体现与时俱进。使读者一看就觉得与以前的教材有所不同。当然以上几点是我们的主观愿望，是否做得很好，还有待实践的检验，欢迎使用本教材的教师和同学提出宝贵意见和建议，我们将会不断改进。

对教师的建议：

(1) 本书的特点是以讲为单位，便于教学。每一讲为2学时，但并非所有内容都要在课堂上讲，而是应把每一讲的核心

内容讲透,有些内容可留给学生自学. 所以教师必须搞清每一讲的核心内容是什么,如何讲得透彻.

(2) 本书的内容是以矩阵为线索,把代数与解析几何串起来,所以在讲代数的概念与计算时注意与几何背景相联系;在讲几何问题时要充分利用矩阵这个工具和代数的分析方法.

(3) 全书共 30 讲,3 个选讲,3 个附录. 在 30 讲中有两讲是复习,也可安排成自学. 因此教学安排有很大的灵活性,适合最少 64 学时的课程. 教师可根据学时的多少来决定讲多少讲.

对学生的建议:

(1) 学生在听课前最好预习一下该讲的内容,哪怕浏览一下也好,带着问题去听讲,可提高听讲的效率.

(2) 课后要复习课堂上所讲的内容和自学未讲的内容,并先做“思考练习题”,会做就可,不必详细书写. 然后做“习题”,认真书写后交给教师批改.

(3) 在复习与做题过程中提倡同学之间互相讨论,互相启发,但上交的作业必须自己独立书写.

本书由王殿军完成初稿,由张贺春、胡冠章进行修改及整理.

目 录

大
学
代
数
与
几
何

引言	1
第一章 矩阵和行列式	3
第 1 讲 矩阵的概念和运算	5
1.1 矩阵的定义	5
1.2 矩阵的加法	8
1.3 矩阵的数乘	8
1.4 矩阵的乘法	9
1.5 矩阵的转置	13
思考练习题 1	14
习题 1	16
第 2 讲 行列式的概念	17
2.1 二阶和三阶行列式	17
2.2 排列与逆序	18
2.3 n 阶行列式的定义	21
思考练习题 2	25
习题 2	26
第 3 讲 行列式的性质	28
3.1 行列式的性质	28
3.2 方阵乘积的行列式	34
思考练习题 3	37
习题 3	37
第 4 讲 行列式展开定理	39
4.1 行列式按一行展开的公式	39

4.2 行列式计算的例	43
4.3 按某几行展开定理——拉普拉斯定理	48
思考练习题 4	50
习题 4	51
第 5 讲 矩阵的逆和初等变换	54
5.1 逆矩阵的概念	54
5.2 矩阵的求逆公式	57
5.3 矩阵的初等变换和初等矩阵	60
思考练习题 5	64
习题 5	65
第 6 讲 矩阵的相抵标准形和矩阵求逆的初等变换法	66
6.1 矩阵的相抵与相抵标准形	66
6.2 求逆矩阵的初等变换法	70
6.3 分块矩阵的初等变换	72
思考练习题 6	75
习题 6	75
第 7 讲 解线性方程组的克拉默法则和高斯消元法	77
7.1 解线性方程组的克拉默法则	77
7.2 解线性方程组的消元法	81
7.3 齐次线性方程组的解	86
思考练习题 7	87
习题 7	88
第 8 讲 第一章复习与补充	89
8.1 矩阵乘积的可交换性	89
8.2 矩阵乘积的行列式	91
8.3 行列式的计算技巧总结	94
8.4 伴随矩阵的公式	96
8.5 矩阵的三角分解	97
习题 8	99
复习题 1	100

第二章 几何空间与线性空间	103
第 9 讲 几何空间和向量的线性运算	105
9.1 几何空间的性质和向量的线性运算	105
9.2 直角坐标系	107
9.3 若干几何问题	108
9.4 一般坐标系(仿射坐标系)	111
思考练习题 9	112
习题 9	113
第 10 讲 几何空间中向量的数量积和向量积	114
10.1 向量的数量积(内积,点积)	114
10.2 向量的数量积的计算方法	117
10.3 向量的向量积(外积,叉积)	118
附录 A 向量积的分配律的证明	120
思考练习题 10	121
习题 10	121
第 11 讲 三维空间中的向量的混合积和平面方程	123
11.1 向量的混合积	123
11.2 平面方程	125
11.3 几个平面的位置关系	128
附录 B 向量的复合积	130
思考练习题 11	132
习题 11	132
第 12 讲 三维空间中的直线方程	134
12.1 直线方程	134
12.2 直线与平面的位置关系	136
12.3 两直线的位置关系	137
12.4 点到直线的距离	140
思考练习题 12	142
习题 12	142

第 13 讲 n 维向量空间	144
13.1 n 维向量和 n 维向量空间	144
13.2 向量组的线性组合与线性表出	146
13.3 向量组的线性相关性	147
13.4 基与坐标,坐标变换与过渡矩阵	149
思考练习题 13	153
习题 13	154
第 14 讲 向量组的线性相关性和秩	155
14.1 关于向量组的线性相关性的一些补充	155
14.2 两个向量组的关系	156
14.3 向量组的极大线性无关组和秩	158
14.4 子空间的维数和基	162
思考练习题 14	162
习题 14	163
第 15 讲 矩阵的秩	164
15.1 矩阵的秩的概念	164
15.2 矩阵的秩和向量组的秩的关系	166
15.3 矩阵的运算对秩的影响	168
思考练习题 15	171
习题 15	172
第 16 讲 线性空间	173
16.1 线性空间的定义	173
16.2 基与坐标,坐标变换与过渡矩阵	175
16.3 线性空间与向量空间的同构	177
附录 C 关于多项式的概念	179
思考练习题 16	180
习题 16	180
第 17 讲 欧氏空间	181
17.1 内积与欧氏空间	181

17.2 内积的性质	182
17.3 标准正交基和正交矩阵	184
17.4 施密特标准正交化方法	185
17.5 可逆矩阵的 QR 分解	187
思考练习题 17	189
习题 17	189
 选讲 I 第二章复习与补充	191
I.1 空间概念及有关问题	191
I.2 几何空间中向量之间的乘积,平面与直线方程	193
I.3 向量组的线性相关性,秩	194
第二章复习题	198
 第三章 线性方程组的解的结构	201
第 18 讲 齐次线性方程组的解的结构	203
18.1 齐次线性方程组的解的性质	203
18.2 齐次线性方程组的基础解系	204
思考练习题 18	210
习题 18	210
第 19 讲 非齐次线性方程组的解的结构	212
19.1 非齐次线性方程组有解的条件	212
19.2 非齐次线性方程组有解时解的结构	213
19.3 矩阵方程的求解	219
思考练习题 19	221
习题 19	221
 选讲 II 矛盾线性方程组的近似解	223
II.1 近似解的标准——最小距离	223
II.2 最小二乘法的应用	226
附录 D 最小二乘法的分析推导	229
习题 II	230
第三章复习题	230

第四章 矩阵的特征值问题和相似对角化问题	233
第 20 讲 矩阵的特征值与特征向量	235
20.1 方阵的特征值与特征向量	235
20.2 方阵的特征多项式及其性质	238
20.3 特征向量的性质与特征子空间	241
20.4 特征多项式的哈密尔顿-凯莱定理	243
思考练习题 20	244
习题 20	245
第 21 讲 矩阵的相似与对角化	246
21.1 矩阵的相似	246
21.2 矩阵的对角化问题	247
21.3 矩阵对角化的应用与例	251
思考练习题 21	254
习题 21	254
第 22 讲 实对称矩阵的对角化	256
22.1 实对称矩阵的特征值与特征向量的性质	256
22.2 实对称矩阵的对角化	258
22.3 实对称矩阵对角化的计算方法	259
思考练习题 22	261
习题 22	262
第 23 讲 线性变换	263
23.1 线性变换的概念	263
23.2 线性变换的矩阵	265
23.3 线性变换在不同基下的矩阵	267
思考练习题 23	268
习题 23	269
第 24 讲 正交变换与正交矩阵	271
24.1 正交变换	271
24.2 正交变换的运算和分类	273

24.3 正交变换(正交矩阵)的特征值	276
思考练习题 24	278
习题 24	278
选讲Ⅲ 第四章复习与补充	280
第四章复习题	284
第五章 二次型与二次曲面	287
第 25 讲 三维空间中的二次曲面	289
25.1 空间曲面方程与平面截割法	289
25.2 三维空间中的二次曲面	291
25.3 三维空间中的曲线方程	294
思考练习题 25	296
习题 25	296
第 26 讲 二次型与它的标准形	297
26.1 二次型及其矩阵表示	297
26.2 二次型的线性替换和矩阵的合同	298
26.3 二次型的标准形和化二次型为标准形的配方法	299
思考练习题 26	303
习题 26	303
第 27 讲 化简二次型的正交基变换法, 惯性定理	305
27.1 化简二次型的正交基变换法	305
27.2 化简二次型的初等变换法	308
27.3 二次型的规范形和惯性定理	309
思考练习题 27	311
习题 27	312
第 28 讲 二次型的正定性	313
28.1 正定二次型的概念	313
28.2 正定二次型的行列式判断方法	315
28.3 正定矩阵的运算	317
思考练习题 28	318

习题 28	319
第 29 讲 二次型与二次曲面的分类	320
29.1 二次型的分类	320
29.2 几何空间中的二次曲面的分类	321
29.3 二次型的若干应用	324
思考练习题 29	326
习题 29	326
第 30 讲 总复习	328
30.1 矩阵与行列式	328
30.2 线性方程组求解问题	330
30.3 二次型与二次曲面	331
期末考试举例	332
参考文献	338

引 言

本书所要讲解的大学代数与几何是中学代数和几何的自然发展,并把代数和几何结合得更加紧密,成为一门课.那么这门课有哪些内容呢?如果我们把这门课比喻为上演一出武打戏,那么首先要有一件兵器,大刀或长矛,耍得很是了得.我们的兵器就是“矩阵”,要把它耍得娴熟.其次是要有一个舞台,我们的舞台是“线性空间”,非常广阔和玄妙.再就是戏要分几场来演.我们分三场:一是线性方程组的理论和解法,二是矩阵特征值问题,三是二次函数和二次曲面.第一章是解决兵器问题,第二章是解决舞台问题,后三章就是演这三场“戏”.

首先从熟悉兵器开始,从矩阵入手.

矩阵和行列式

第一章

大学代数与几何

矩阵在科学和工程技术中有广泛的应用,是线性代数中最基本的东西,也是用代数方法解决实际问题的基本工具,因此,本章内容非常基础,把矩阵“耍”得熟练了,不仅是学好本课的关键,而且在科学和工程技术中有许多直接的应用.

- 第 1 讲 矩阵的概念和运算
- 第 2 讲 行列式的概念
- 第 3 讲 行列式的性质
- 第 4 讲 行列式展开定理
- 第 5 讲 矩阵的逆和初等变换
- 第 6 讲 矩阵的相抵标准形和矩阵求逆的初等变换法
- 第 7 讲 解线性方程组的克拉默法则和高斯消元法
- 第 8 讲 第一章复习与补充

