



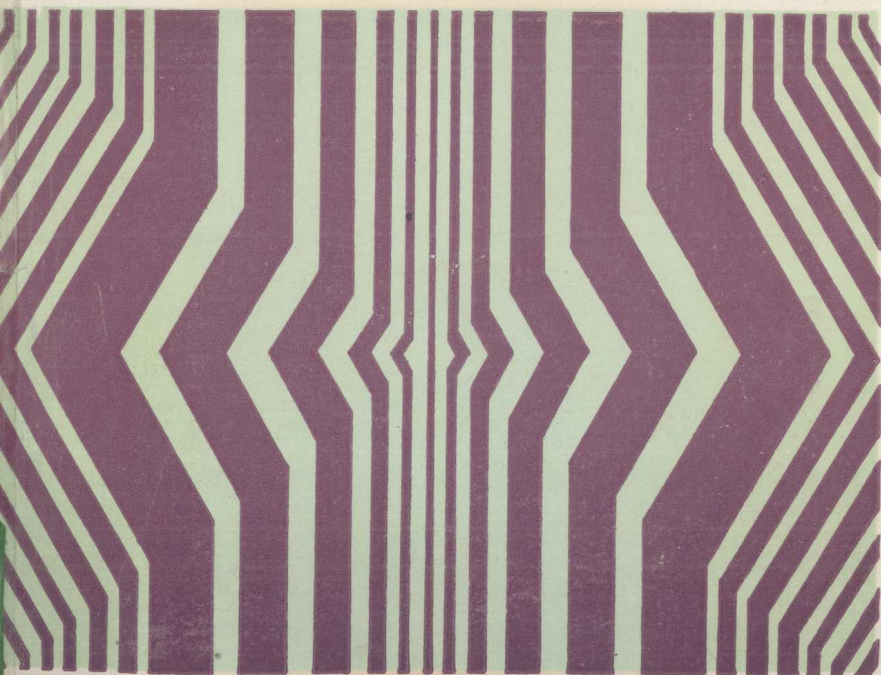
成人中专试用教材

微积分初步

● 安徽省职工电视中等专业学校 编

● 李祥伦 主编

高等教育出版社



● CHENGREN ZHONGZHUAN

SHIYONG JIAOCAI



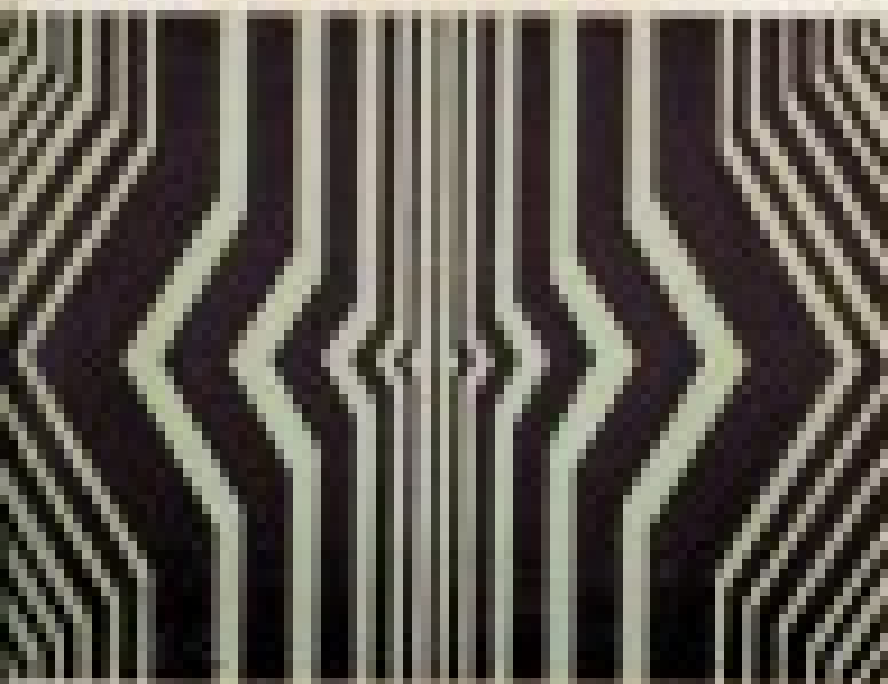
清华大学出版社

微积分初步

◆ 普通高等教育工科数学基础教材

◆ 清华大学出版社

清华大学出版社



清华大学出版社

清华大学出版社

成人中专试用教材

微 积 分 初 步

安徽省职工电视中等专业学校编

李祥伦 主编

高等教育出版社

内 容 简 介

本书是国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社组织编写的成人中专数学系列教材之一。数学系列教材共有六册：数学(基础部分共三册)，微积分初步，线性代数与线性规划和概率与统计初步。其中微积分初步、线性代数与线性规划和概率与统计初步作为有关专业选用。

本书主要内容有函数、极限、连续；导数与微分；导数的应用；不定积分和定积分及其应用共五章，书后附有练习题答案或提示；简单积分表。编写时，注意了问题的引入及各章节之间的内在联系，体现了删繁就简、少而精的原则，语言通俗易懂，便于自学。

本书可作为广播电视中专、职工中专、函授中专等各种形式成人中专的教材，也可作为成人自学课本。

(京)112号

成人中专试用教材

微 积 分 初 步

安徽省职工电视中等专业学校编

李祥伦 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店上海发行所发行

上海市印刷十二厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 8.25 字数 168,000

1987年10月第1版 1992年2月第9次印刷

印数 179,901—213,900

ISBN 7-04-000780-0/O·304

定价 2.40 元

出版说明

近几年来,成人中专教育事业发展很快,广播电视中专、职工中专、函授中专等像雨后春笋般地建立起来,并继续发展壮大。为了保证成人中专的办学质量,满足各类成人中专对教材的要求,国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社首先组织编写了成人中专财经类系列教材,由高等教育出版社出版。

成人中专普通课教材两门:语文、数学(文、工科通用)、财经类系列教材二十二门:中国经济法制学(暂定)、国民经济计划学概论、计算机基础及其应用、财经计算技术、数理统计、会计原理、统计学原理、工业企业管理基础知识、商业企业管理基础知识、工业统计、商业统计、工业会计、商业会计、工业企业财务管理、商业企业财务管理、工业企业管理、商业企业经营管理、工业企业经济活动分析、商业企业经济活动分析、财政与信贷、市场学、商业物价等。供会计(工业、商业)、统计(工业、商业)和企业管理(工业、商业)等三个专业选用。

本系列教材在编写时,力求突出成人教育的特点,教材内容以实例引路,深入浅出,应用为主,并注意必要的内容更新,在深浅度上,相当于全日制中等专业学校同类教材的水平,适合初中毕业程度的成人学习。在编排格式上考虑到便于自学的要求,在序言中有学习方法指导或学时安排的内容,每章的

前面有本章学习指导或内容提要,每章末有本章小结,并附有思考题和练习题。

为了保证教材质量,我们在全国各地遴选有丰富教学经验的教师担任编写工作,每本教材在定稿前都召开了编写提纲讨论会和审稿会,请全国各地的专家和有丰富教学经验的教师参加审定。在此我们向为这套教材做出贡献的同志表示衷心地感谢。

本系列教材自1986年秋季起陆续出版,三年内出齐,并陆续配套出版部分课程的学习辅导书,欢迎广大读者选用并提出宝贵意见。

前 言

本套《数学》教材是国家教育委员会成人教育司和高等教育出版社共同组织编写的成人中专教材之一。全书分为六册：数学(基础部分共三册)，微积分初步，线性代数与线性规划，概率与统计初步。安徽省经委、省职教委和省教委直接领导了本套教材的编审工作。

为了保证教材内容达到成人中专的基本要求，并使教学方法融汇于教材内容之中，便于成人自学，我们在编写过程中，作了以下几个方面的努力：

1. 注意从实例引入概念，并以典型例题来巩固和验证所学理论；普遍采取解题前作指导性的思路分析，解题后作归纳性的方法注释，重要内容都作辅导性总结；每章之前给出了简要说明，使读者对这一章的内容和基本要求有一个初步了解；每章之后加以小结，使读者温故而知新；每段后附有练习题，每章后附有复习题，书末附有答案或提示。这样，读者在学习时，就象有一个无声的教师在进行辅导，帮助读者理解和巩固所学知识。

2. 着力于教材内容的削枝强干，贯彻少而精原则，不贪多求全，不攀高求深，文字叙述力求通俗，普遍地注意到以成人易于接受和记忆的方式叙述一些重要结论。由于数学本身内容十分丰富，这样处理教材还是一种尝试，有待进一步

改进.

3. 各部分基本内容, 力求讲明它们的应用, 并为读者应用所学知识解决实际问题提供思路、模型和方法. 因此, 我们尽可能在不增大篇幅的前提下, 兼顾了一般工科和财经类的一些最基本的应用问题.

4. 书中带有*号的内容和习题供工科各专业使用, 财经类各专业学有余力的读者也可选用.

本套教材由安徽省职工电视中专李祥伦担任主编, 聘请合肥工业大学潘麟生、周传瑞和安徽财贸学院陈永庆编写.

数学: 第一、二章由潘麟生、李祥伦执笔; 第三章由李祥伦、陈永庆执笔; 第四章由周传瑞执笔; 第五章由陈永庆、李祥伦执笔; 第六、七、八章由李祥伦、陈永庆执笔

微积分初步: 由周传瑞、潘麟生、李祥伦执笔.

线性代数与线性规划: 由陈永庆、李祥伦执笔.

概率与统计初步: 由潘麟生、周传瑞执笔.

本套教材由安徽省数学会副理事长、合肥工业大学教授张智珊主审, 朱功勤教授、卢树铭副教授审稿, 并邀请梁克庸、孙纪堂同志参加了本册书的审稿会. 对于他们所提宝贵意见, 我们表示衷心感谢. 并感谢王宗植同志为本册书绘制了全部插图.

由于编者水平有限, 时间紧迫, 错误和不妥之处在所难免, 恳请广大教师和读者批评指正.

编 者

1986年12月于合肥

目 录

前言	1
第一章 函数 极限 连续	1
§ 1.1 函数概念	1
练习题 1.1	15
§ 1.2 初等函数	17
练习题 1.2	21
§ 1.3 极限的概念	21
练习题 1.3	32
§ 1.4 极限的四则运算法则	33
练习题 1.4	38
§ 1.5 两个重要极限	38
练习题 1.5	44
§ 1.6 函数的连续性	45
练习题 1.6	54
小结	54
复习题一	58
第二章 导数与微分	60
§ 2.1 导数概念	60
练习题 2.1	70
§ 2.2 几个基本初等函数的导数公式与求导运算法则	71
练习题 2.2	81
§ 2.3 复合函数的导数	82
练习题 2.3	90
§ 2.4 高阶导数	91

练习题 2.4	93
§ 2.5 导数在经济研究中的应用举例.....	93
练习题 2.5	96
§ 2.6 微分概念.....	97
练习题 2.6	105
小结	105
复习题二	107
第三章 导数的应用	109
§ 3.1 微分中值定理	109
练习题 3.1	111
§ 3.2 罗必达法则	112
练习题 3.2	115
§ 3.3 函数单调增减性的判定法	115
练习题 3.3	118
§ 3.4 函数的极值、最大值、最小值问题	119
练习题 3.4	131
§ 3.5 曲线的凹向及拐点	132
练习题 3.5	136
§ 3.6 函数图形的描绘	137
练习题 3.6	143
小结	143
复习题三	145
第四章 不定积分	147
§ 4.1 不定积分的概念与性质	147
练习题 4.1	159
§ 4.2 换元积分法	160
练习题 4.2	169
§ 4.3 分部积分法	169
练习题 4.3	174
§ 4.4 积分表的使用	175

练习题 4.4	179
小结	179
复习题四	181
第五章 定积分及其应用	183
§ 5.1 定积分概念	183
练习题 5.1	196
§ 5.2 牛顿-莱布尼兹公式	197
练习题 5.2	200
§ 5.3 定积分的计算	201
练习题 5.3	208
§ 5.4 定积分的应用	209
练习题 5.4	216
§ 5.5 积分区间为无穷的广义积分	217
练习题 5.5	221
小结	221
复习题五	224
练习题答案及提示	226
简单积分表	242

第一章 函数 极限 连续

本章通过实例引入函数概念、极限概念和函数连续性的概念,在基础数学有关内容的基础上,为后继课程的需要,引深了必要的内容.

通过学习,要求:

1. 函数是微积分研究的对象,因此,对于函数的定义(主要是对于函数的两个要素),函数的几个特性,复合函数和初等函数要有正确理解.

2. 极限是微积分研究的基本工具,因此,对于极限概念,无穷小与无穷大的概念要有正确理解. 对于极限的运算法则和两个重要极限要能熟练掌握.

3. 连续函数是微积分研究的主要内容,因此,对于函数连续性的讨论,间断点的判别和初等函数的连续性的讨论要得到基本训练,此外还要了解闭区间上连续函数的主要性质.

本章的重点是:函数概念、极限概念、无穷小概念、极限的四则运算法则和函数的连续性.

§ 1.1 函 数 概 念

一、函数的定义

世间一切事物总是在不停顿地运动变化着,在同一变化

过程中，常常有几个变量依照一定规律变化，它们相互联系、相互依赖构成了整个变化过程。我们只研究相互联系的两个变量的变化过程，先举几个例子。

例1 假设某商品单价0.5元，则商品销售量 x 和总收入 y 之间的关系是

$$y=0.5x.$$

如果每件商品的成本是 A 元，则销售100件商品的利润 P 是

$$P=100(0.5-A)(\text{元}).$$

例2 由平面几何知，半径为 r 的圆的面积 S 由如下公式计算

$$S=\pi r^2,$$

这个公式表示了圆面积 S 和半径 r 之间的依存关系。

对以上两例，我们作如下分析：

第一，销售量 x 确定之后，总收入 y 由关系式 $y=0.5x$ 完全确定。成本 A 知道后，销售100件商品的利润 P 可由关系式 $P=100(0.5-A)$ 求出。半径 r 的值给定后，圆面积 S 的值由公式 $S=\pi r^2$ 也完全确定。这就说明，同一个变化过程中，相互联系的两个变量，当其中一个变量给定某一值之后，按照它们之间的依赖关系，另一个变量就有确定的值与之对应。通常我们就是这样来理解这种变量之间的依赖关系的。

第二，“一个变量给定某一值”的意思是什么呢？是不是随便乱给定呢？当然不是的，这要根据各个问题本身的实际需要和可能而定。例如，商品的销售数量 x 只能取非负值，即 $x \geq 0$ ；每件商品的成本 A 只能取尽可能小的正值，可表示为

$0 < A < a$; 圆半径 r 只能取正值, 即 $r > 0$. 这就说明, 这个变量“给定某一值”是有一定范围的, 这个范围由问题本身的实际意义来确定.

具有这两个共同特点的例子我们还可以举出很多, 它们遍及各个学科领域. 我们从这些问题的共性出发, 研究两个变量之间的依赖关系, 由此概括出下面的定义.

设有两个变量 x 和 y , 如果当变量 x 在其变化范围内任意取定一个确定数值后, 变量 y 按照一定的对应法则都有确定的数值和它对应, 则变量 y 叫做变量 x 的函数, 记作

$$y = f(x),$$

其中 x 叫做自变量, y 叫做因变量.

为了能加深对函数定义的理解, 下面几点是需要注意的:

1. 确定函数的两个要素

确定函数的两个要素是两变量之间的对应法则和自变量的取值范围.

这里有两层意思. 一层是两变量的对应法则和自变量取值范围确定之后, 这个函数就完全确定; 另一层是如果两个函数, 它们的两个要素不同或两个要素中有一个不同, 那么, 这两个函数就不同. 例如

$$y = x + 1 \quad \text{和} \quad y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

表示两个不同的函数, 因为前者自变量的取值范围是 $-\infty < x < +\infty$, 而后者自变量的取值范围是 $-\infty < x < 1$ 及 $1 < x < +\infty$.

自变量的取值范围又称为定义域. 由于自变量 x 取定义

域中每一个值, 函数 y 都有确定值与之对应, 所以定义域就是使函数有定义的数的集合. 定义域中每一个值所对应的函数值构成的集合称为函数的值域.

2. 定义域的求法

在实际问题中, 定义域要由实际问题的意义确定. 如例 1 所述的利润和成本的关系

$$P=100(0.5-A)$$

中, 成本 A 应取小于 0.5 的正值, 否则利润为负值或者无利润.

在数学中, 有时不考虑函数的实际意义, 只研究用算式表达的函数. 这时我们规定: 函数的定义域是使函数表达式有意义时自变量所取的实数值的全体.

例 3 求下列函数的定义域:

$$(a) y = \sqrt{1-x^2}; \quad (b) y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(c) y = \lg(x-1) + \sqrt{3-x}.$$

解 (a) 因为函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 只有当 $1-x^2 \geq 0$ 时才有意义, 这时 $x^2 \leq 1$, 即 $-1 \leq x \leq 1$, 所以函数的定义域为闭区间 $[-1, 1]$.

(b) 因为函数 $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 只有当 $1-x^2 > 0$ 时才有意义 (这是因为作为分母的 $\sqrt{1-x^2}$ 不能取零值), 这时 $x^2 < 1$, 即 $-1 < x < 1$, 所以函数的定义域为开区间 $(-1, 1)$.

(c) 对于函数 $y = \lg(x-1) + \sqrt{3-x}$ 来说, 只有两个函数 $\lg(x-1)$ 和 $\sqrt{3-x}$ 同时有意义, 它才有意义. 这就要求 $x-1 > 0$ 和 $3-x \geq 0$ 同时成立, 使这两个不等式同时成立的实数应满足 $1 < x \leq 3$, 所以函数的定义域为区间 $(1, 3]$.

3. 函数的记号和函数值

函数的定义中把变量 y 是变量 x 的函数这一事实记作 $y=f(x)$ 。这里记号“ f ”表示变量 y 和变量 x 之间的对应法则，“ $f(x)$ ”是一个整体记号，不可误认为是 f 与 x 相乘。

在同一个问题中，若遇到几个函数，为了避免混淆，可用不同的记号，例如

$$y=g(x), y=F(x), y=\varphi(x)$$

等等

自变量 x 取定某个值 a 时，函数 y 有确定的值与之对应，这个值就是函数值，记作 $f(a)$ ，或记作 $y|_{x=a}$ 。例如求函数

$$y=x^2-2x+3$$

当为 $x=2$ 时的值时，只要把式中 x 用 2 代替并计算得

$$y|_{x=2}=2^2-2\times 2+3=3.$$

当自变量在定义域中任取一个确定值时，函数都只有一个确定值和它对应，这种函数称为单值函数，否则就称为多值函数。例如，在直角坐标系中，半径为 r 、圆心在原点的圆的方程

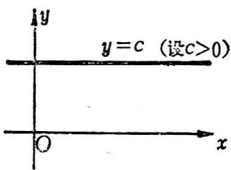
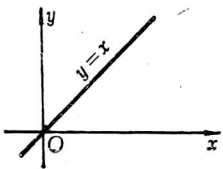
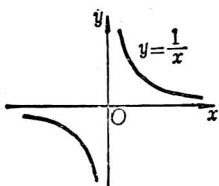
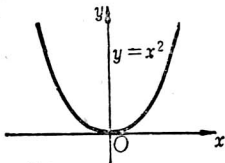
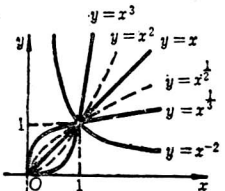
$$x^2+y^2=r^2$$

当 $x=\pm r$ 时， y 只有一个确定值和它们对应，而当 $-r<x<r$ 时， y 有两个确定值和它对应。所以 y 是 x 的多值函数。由于对多值函数的研究总是分解成单值函数进行的，所以今后如无特别说明，我们研究的函数都是指单值函数。

4. 函数的表示方法

函数的表示方法常用的有三种：解析法、列表法、图示法，在第一册第二章中已有详细说明。三种方法各有其优缺点，

表 1-1

函数	表达式	图 形	定义域及主要性质
幂 函 数	$y=C$		$-\infty < x < +\infty$ 图形平行于 x 轴
	$y=x$		$-\infty < x < +\infty$ 图形通过原点
	$y=\frac{1}{x}$		$-\infty < x < 0$ 及 $0 < x < +\infty$ 图形关于原点对称
	$y=x^2$		$-\infty < x < +\infty$ 图形关于 y 轴对称
数	$y=x^\alpha$ (α 为实数)		定义域由 α 的取值而定, 但不论 α 取值如何, 幂函数 $y=x^\alpha$ 在 $(0, +\infty)$ 内总有定义. 图形通过点 $(1, 1)$