

Finance  
经济管理类课程教材

金融系列

# 金融计量学

## 时间序列分析视角

张成思 著

人大经济论坛重点推荐书籍



 中国人民大学出版社

经济管理类课程教材·金融系列

# 金融计量学

——时间序列分析视角

张成思 著

中国人民大学出版社

· 北京 ·

**图书在版编目 (CIP) 数据**

金融计量学：时间序列分析视角/张成思著. —北京：中国人民大学出版社，2011.12  
经济管理类课程教材·金融系列  
ISBN 978-7-300-14727-7

I. ①金… II. ①张… III. ①金融学-计量经济学-高等学校-教材 IV. ①F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 232934 号

经济管理类课程教材·金融系列

**金融计量学**

——时间序列分析视角

张成思 著

Jinrong Jiliangxue

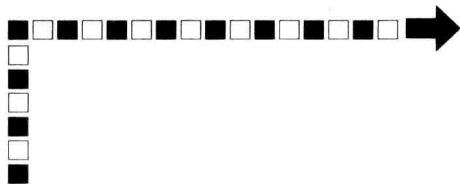
---

出版发行	中国人民大学出版社	
社 址	北京中关村大街 31 号	邮政编码 100080
电 话	010-62511242 (总编室)	010-62511398 (质管部)
	010-82501766 (邮购部)	010-62514148 (门市部)
	010-62515195 (发行公司)	010-62515275 (盗版举报)
网 址	<a href="http://www.crup.com.cn">http://www.crup.com.cn</a>	
	<a href="http://www.ttrnet.com">http://www.ttrnet.com</a> (人大教研网)	
经 销	新华书店	
印 刷	北京宏伟双华印刷有限公司	
规 格	185 mm×260 mm 16 开本	版 次 2012 年 1 月第 1 版
印 张	22	印 次 2012 年 1 月第 1 次印刷
字 数	505 000	定 价 38.00 元

---

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换



# 前 言



张成思，中国人民大学财政金融学院金融学教授、博士生导师，曾执教于香港中文大学。主要研究方向为通货膨胀动态机制、货币政策传导机制以及金融时间序列分析等。近年来以独立作者和第一作者在 JMCB 等国际知名 SSCI 期刊发表论文近 20 篇（其中半数为刊首文或封面文章），在《经济研究》、《金融研究》、《管理世界》、《世界经济》和《统计研究》等中文核心期刊发表学术论文 30 余篇。

近年来，《金融计量学》及《金融时间序列分析》等相关课程逐渐成为国内许多高校金融学、经济学、工商管理等相关专业的必修课，而如何选择合适的教材则成为关键环节。虽然可以考虑直接选用国外教材，但是对于初次接触金融计量学方面知识的学生，选用外版教材可能存在术语不容易理解和翻译中信息传递的缺失问题。因此，广大教师和学生期望能够得到难度适中的中文本版金融计量学和时间序列分析的书籍，作为教材、案头工具书和学习参考资料。

有鉴于此，我结合在英国曼彻斯特大学、香港中文大学和中国人民大学的教学经验，撰写了《金融计量学——时间序列分析视角》一书，旨在作为符合中国学生阅读习惯、又能帮助读者学习最新知识动态的本版教材。本书的第一版出版之后，我收到了来自全国几十所高校同行以及众多学生的积极反馈，他们感觉这本教材写得深入浅出、全面细致，甚

至有同行评价这本书是“目前国内时间序列写得最好的教材”。在一些经济论坛上（如人大经济论坛），本书与国外畅销的时序分析教材（Walter Enders 著的 Applied Econometric Times Series）一道被推荐为“写得很好、简单易读”的时间序列分析教材。

尽管第一版出版后受到各界的认可和好评，但学科发展日新月异，所以以三年这样一个周期对全书进行更新还是非常有必要的。新版对全书各个章节的细节描述部分和数据进行了更新，修正了第一版中的个别笔误，并且增加了第 5 章“预测理论与应用”、第 13 章“资产定价模型与估计”和第 14 章“事件研究方法”等内容。全新改版后，本书更注重金融计量理论与实际应用的紧密结合，理论内容涵盖全面，理论讲解深入浅出，同时特别强调理论知识的实际应用。为提高本书的可读性，我将涉及到的比较繁杂的内容尽量以简单浅显的语言形式和生动活泼的图表形式解读出来，并且结合金融计量软件讲解一些具体数据处理和回归操作过程，形式新颖，期望使读者阅而不烦。

本书适合金融学、经济学、工商管理、应用数学等专业的高年级本科生或研究生，对于具有计量经济学基础或者正在学习计量经济学基础课程的学生，本书不失为一本很好的学习用书。另外，对于具有一定金融学或经济学基础的从业人员和科研工作者，本书也可以作为一本案头参考书。当然，对于以前没有计量经济学基础的读者，建议先学习一定的基础知识，如参考古扎拉蒂的《计量经济学基础》第 5 版或者伍德里奇的《计量经济学导论——现代观点》（第四版），再来学习本书，效果可能会更好。

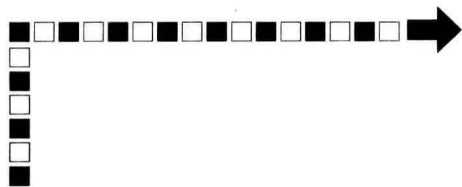
为方便广大教师在选用本套教材时能够根据具体的课程规划和课时安排有针对性地使用，下面就本书的内容设计、结构和各部分的关联加以说明。本书共分为 14 章，第 1 章是金融时间序列分析的概括介绍，包括现代金融计量软件的初步介绍。第 2 章介绍差分方程和滞后运算法。第 3、4、5、6、7 章分别介绍平稳金融时间序列、预测分析方法和非平稳金融时间序列，包括 AR、MA、ARMA 以及非平稳时间序列的检验方法。这五章是金融时序分析的基础与核心之一，教师备课过程中可以适当地详细讲解本部分内容。第 8 章是对向量自回归（VAR）模型的介绍。第 9 章进一步介绍结构向量自回归（SVAR）模型，并说明相关模型的应用思路。第 10 章对协整与误差修正模型进行系统介绍，包括著名的 Engle-Granger 协整分析方法和以向量模型为基础的 Johansen 协整分析方法。第 11 章介绍金融时间序列分析中的条件异方差模型，即 ARCH 和 GARCH 模型。这两章分别运用汇率、通货膨胀率等数据，说明建立模型与实证检验的具体步骤，如果在课时有限的情况下，可以略去实证部分的内容。第 12 章介绍非线性时间序列模型，包括马尔可夫区制转移模型和门限模型等，建议在课时充分的条件下，有重点地详细讲解。第 13 和第 14 章分别对资产定价模型和事件研究方法做了专题介绍。最后，附录部分回顾了学习金融时序分析所需要的背景知识，即矩阵代数和经典线性回归模型。这一部分被刻意安排在最后，主要是考虑到读者背景知识的差别，例如，已经具有计量经济学基础的同学，可以直接阅读本书第 1 章到第 11 章关于金融计量学的核心内容。而对于需要补充背景知识的读者，则可以先学习一下附录部分的内容，为理解前 11 章的内容做好铺垫。

在本书新版的撰写过程中，我得到了曼彻斯特大学、香港中文大学、芝加哥大学、俄亥俄州立大学和中国人民大学众多朋友、同事和学生的大力支持和帮助，在此向他们表示感谢。在本书的写作过程中，我还得益于与诸多世界著名计量经济学家的交流与探讨，包

括哈佛大学的 James Stock、普林斯顿大学的 Mark Watson、麦吉尔大学的 Russell Davidson、纽约大学的 Bai Jushan、耶鲁大学的 Peter Phillips、波士顿大学的 Pierre Perron、威斯康星大学的 Bruce Hansen、南加州大学的萧政、诺丁汉大学的 Paul Mizen、华威大学的 Martin Ellins、香港科技大学的 In Choi 以及曼彻斯特大学的 Denise Osborn，在此对这些直接或间接帮助过我的同行表示感谢。最后，我还要感谢我在曼彻斯特大学、香港中文大学和中国人民大学财金学院的学生，他们对本书部分内容曾经提出的问题和建议帮助我在本书的终稿当中尽量少地出现疏漏，其中成功、李振刚、吴京桦、李龙飞、王丹、赵倩、姜筱欣、井琛、张新秋、姜世俊、隋鹏飞、周佳迪和张丽娜参与了本书部分文稿的校对工作。

虽然作者在著书过程中倾注了全部精力和热情，认真审阅每一部分内容，但是由于自身学识、能力和思考问题的视角可能存在的限制，书中不足之处在所难免，真诚地希望广大读者不吝批评指正，或者通过电子邮件 [zhangchengsi@yahoo.com.cn](mailto:zhangchengsi@yahoo.com.cn) 反馈意见。本书还配有习题答案、教学 PPT 以及全书数据，选用本书作为教材的教师可以与作者联系获取。

张成思



# 目 录

<b>第 1 章</b>	<b>金融计量学初步</b> .....	1
	1.1 金融计量学的范畴 .....	1
	1.2 金融时间序列数据 .....	2
	1.3 金融计量分析中的基本概念 .....	5
	1.4 金融计量软件介绍 .....	11
	练习 1 .....	22
	本章参考文献 .....	23
<b>第 2 章</b>	<b>差分方程、滞后运算与动态模型</b> .....	24
	2.1 一阶差分方程 .....	24
	2.2 动态乘数与脉冲响应函数 .....	28
	2.3 高阶差分方程 .....	31
	2.4 滞后算子与滞后运算法 .....	33
	练习 2 .....	36
	本章参考文献 .....	37
<b>第 3 章</b>	<b>平稳 AR 模型</b> .....	38
	3.1 基本概念 .....	38
	3.2 一阶自回归模型: AR(1) .....	44
	3.3 二阶自回归模型: AR(2) .....	53
	3.4 $p$ 阶自回归模型: AR( $p$ ) .....	56
	练习 3 .....	62
	本章参考文献 .....	63
<b>第 4 章</b>	<b>平稳 ARMA 模型</b> .....	64
	4.1 移动平均过程 (MA process) .....	64

	4.2 自回归移动平均过程 (ARMA processes) .....	71
	4.3 部分自相关函数 (partial autocorrelations) .....	75
	4.4 样本自相关与部分自相关函数 .....	78
	4.5 自相关性检验 .....	82
	4.6 ARMA 模型的实证分析及应用 .....	86
	4.7 实例应用: 中国 CPI 通货膨胀率的 AR 模型 .....	88
	练习 4 .....	91
	本章参考文献 .....	91
<b>第 5 章</b>	<b>预测理论与应用</b> .....	<b>93</b>
	5.1 基本概念与预测初步 .....	93
	5.2 基于 MA 模型的预测 .....	99
	5.3 基于 AR 模型的预测 .....	101
	5.4 预测准确性的度量指标 .....	103
	练习 5 .....	104
<b>第 6 章</b>	<b>非平稳时间序列模型</b> .....	<b>105</b>
	6.1 确定性趋势模型 .....	105
	6.2 随机趋势模型 .....	107
	6.3 去除趋势的方法 .....	111
	练习 6 .....	118
	本章参考文献 .....	119
<b>第 7 章</b>	<b>单位根检验法</b> .....	<b>120</b>
	7.1 DF 单位根检验法 .....	120
	7.2 ADF 单位根检验法 .....	124
	7.3 其他单位根检验法 .....	129
	7.4 各种单位根检验法的应用 .....	138
	练习 7 .....	142
	本章参考文献 .....	142
<b>第 8 章</b>	<b>向量自回归 (VAR) 模型</b> .....	<b>144</b>
	8.1 VAR 模型介绍 .....	144
	8.2 VAR 模型的估计与相关检验 .....	155
	8.3 格兰杰因果关系 .....	161
	8.4 向量自回归 (VAR) 模型与脉冲响应分析 .....	163
	8.5 VAR 模型与方差分解 .....	169
	练习 8 .....	171
	本章参考文献 .....	172
<b>第 9 章</b>	<b>结构向量自回归 (SVAR) 模型</b> .....	<b>173</b>
	9.1 SVAR 模型初步 .....	173
	9.2 SVAR 模型的基本识别方法 .....	177



	9.3 SVAR 模型的三种类型	180
	9.4 SVAR 模型的估计方法总结	189
	9.5 SVAR 与缩减 VAR 模型的脉冲响应及方差分解比较	190
	练习 9	192
	本章参考文献	193
<b>第 10 章</b>	<b>协整与误差修正模型</b>	194
	10.1 协整与误差修正模型的基本定义	194
	10.2 Engle-Granger 协整分析方法	202
	10.3 向量 ADF 模型与协整分析	209
	10.4 向量误差修正模型 (VECM)	213
	10.5 确定性趋势与协整分析	216
	10.6 Johansen 协整分析方法	219
	10.7 VECM 的估计与统计推断	222
	10.8 Johansen 协整分析方法的应用	223
	练习 10	225
	本章参考文献	226
<b>第 11 章</b>	<b>GARCH 模型</b>	228
	11.1 背景介绍	228
	11.2 ARCH 模型	232
	11.3 GARCH 模型	237
	11.4 非对称 GARCH 模型: TGARCH 与 EGARCH	250
	11.5 其他 GARCH 模型	256
	练习 11	259
	本章参考文献	260
<b>第 12 章</b>	<b>非线性金融时间序列模型</b>	262
	12.1 非线性时间序列模型背景介绍	262
	12.2 马尔可夫区制转移模型	263
	12.3 门限模型	274
	12.4 应用	277
	练习 12	281
	本章参考文献	281
<b>第 13 章</b>	<b>资产定价模型与估计</b>	283
	13.1 CAPM 理论回顾	283
	13.2 CAPM 实证检验方法	285
	13.3 多因素资产定价模型	288
	13.4 CAPM 应用	290
	练习 13	298
	本章参考文献	298

<b>第 14 章</b>	<b>事件研究方法</b> .....	299
	14.1 事件研究概述 .....	299
	14.2 收益率估计 .....	301
	14.3 统计检验 .....	303
	14.4 事件研究方法应用 .....	306
	练习 14 .....	320
	本章参考文献 .....	320
<b>附 录</b>	<b>矩阵代数与经典线性回归模型</b> .....	321
	A.1 矩阵代数 .....	321
	A.2 经典线性回归的基本假设 .....	329
	A.3 经典线性回归模型的普通最小二乘估计 .....	329
	练习 A1 .....	336



## 第 1 章

# 金融计量学初步

### 本章导读

近年来金融学科快速发展，极大地推动了金融领域计量模型的发展与应用，从而使金融计量学（Financial Econometrics）成为金融学科不可或缺的专业方法课。虽然金融计量学的大部分内容是基于计量经济学的基本理论和方法，但是由于专业分工的日益精细化，金融领域的计量方法和计量模型具有学科特殊性。并且从教学角度考虑，一门《计量经济学》课程可能无法满足金融专业学生的方法论需要，所以有必要单独开设《金融计量学》或者《时间序列分析》等类似的金融学专业方法课。国内许多高校在这方面已经走在了前面。本章从金融计量学的范畴入手，介绍了金融模型与金融计量模型的精细区别和联系，并且以金融时间序列数据为例，介绍金融计量分析中经常涉及的基本概念。最后，本章对金融计量分析中常用的金融计量软件做了入门式的介绍，以期使读者更快地掌握应用理论处理实际问题的能力。

## 1.1 金融计量学的范畴

谈起金融计量学的范畴问题，让我想起黄达先生在其经典著作《金融学（货币银行学）》中开篇提到的“金融学”的范畴问题。关于金融学的范畴问题似乎存在争议，有人认为金融学主要是关于货币银行方面的“宏观金融”内容，也有人提出金融学应该是以资产定价等微观分析为核心的“微观金融”，并经常以国外的经验佐证。事实上，正如黄达先生在其书中指出的那样，任何学科的发展都应该是一个包容并蓄的过程，而不是非此即彼的过程，国内国外概莫能外。所以，微观金融与宏观金融都是现代金融学的核心，缺一不可。

由此，金融计量学的范畴也相应地涵盖了微观和宏观两个层面。资产定价模型（CAPM）、行为金融分析中的事件研究方法等属于微观金融领域的计量分析，而动态时间序列模型更多地用在宏观金融领域。当然，随着学科的发展，金融计量方法的微观与宏观分析也不是绝对泾渭分明的，微宏观分析的结合也是金融计量分析中经常遇到的现象。

从具体内容上看，金融计量学涵盖了宏微观金融理论检验、资本资产定价、金融变量相关关系的假设检验、经济状态对金融市场的影响分析以及金融变量预测等多方面的内容。当然，一本教材很难大而全地囊括所有这些内容，因此，本书以金融时间序列分析为主线，介绍金融计量分析中常用的一维和多维计量模型。值得一提的是，本书不仅介绍现代金融计量方法中的理论模型，比如随机游走模型、金融时序波动模型和协整模型等，而且更注重理论模型的实际应用讲解。这样，我们希望本书能为金融学与经济学专业的学生和金融领域的研究人员提供理解并从事金融计量分析的必要方法。

虽然本书对资本资产定价模型等金融市场计量模型也有所涉及，但重点放在相关理论的金融时间序列分析方法和应用上面，而关于微观金融市场的计量分析内容，建议读者参阅坎贝尔等人（1997）的专著《金融市场计量经济学》，以便最大化读者的读书、获知的效用，也避免资源的浪费。

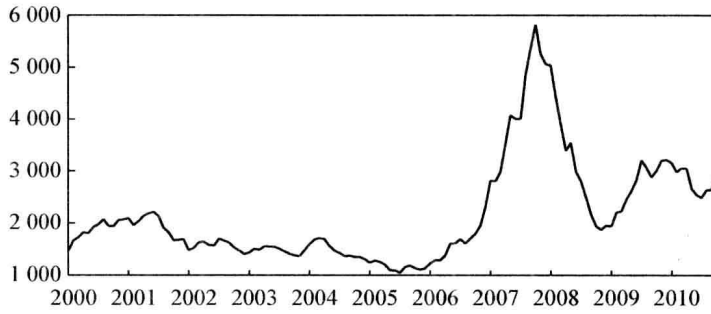
为给读者以更好的启发，第1章的1.2节将介绍金融时间序列数据的相关内容，帮助读者初步识别金融时序变量的图示特征；1.3节介绍金融计量学中常用的概念和相关统计学知识。在本章的最后一小节，我们简单介绍了常用的金融计量软件，WinRATS、MATLAB和GAUSS等，并详细介绍了现代金融时序分析领域最为流行的软件之一EViews的使用方法。

## 1.2 金融时间序列数据

广义地讲，将某种金融随机变量按出现的时间顺序排列起来称为金融时间序列。从现实世界的角度看，金融时间序列就是指在一定时期内按时间先后顺序排列的金融随机变量。如果我们暂时不去深究这里提到的“随机”概念（随机变量的概念将在下一小节中阐述），并假定变量的排序总是按时间先后排列的，那么金融时间序列最显著的特征就是其与“时间”紧密相关。一般来说，金融时间序列变量，有时也简称为金融时序变量，由两个明显的要素组成，即时间跨度和序列的频率。

例如，图1—1（a）中刻画了上海证券交易所编制的上海证券综合指数2000年1月至2010年10月期间的月度数据。显然，该上海证券综合指数的时间跨度为2000年至2010年，频率为月度。而图1—1（b）中描绘了上海证券综合指数2004年7月1日至2010年10月29日期间的日度数据，这一时序变量的时间跨度为2004年至2010年，频率为日度。

为进一步了解不同金融时间序列数据的特点，深入理解金融时间序列定义，图1—2至图1—5分别描绘了人民币/美元汇率、美元/英镑汇率、中国消费者价格指数（CPI）通货膨胀率以及中国货币总量（M1）的增长率时间序列图示。



(a)2000年1月—2010年10月



(b)2004年7月1日—2010年10月29日(5天/周)

图 1—1 上证综合指数时间序列数据

资料来源：国泰安数据库。

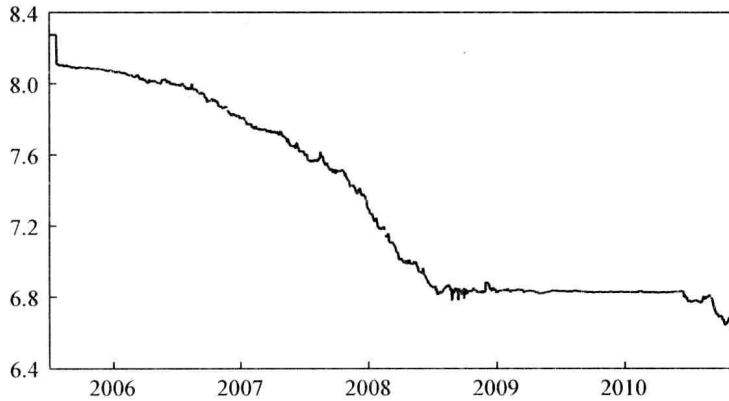


图 1—2 人民币/美元汇率：2005 年 7 月 1 日—2010 年 11 月 12 日

资料来源：Federal Reserve Bank of St. Louis。

从这几幅图中可以看到，不同的金融时间序列变量展示出各种各样的变动轨迹，经济学者经常把金融时间序列变量的这种随时间变化的轨迹称为“动态路径”，其中“动态”一词的含义实质上就是指“随时间变化”。我们知道，在 2005 年 7 月之前，人民币汇率政策施行的是钉住美元的政策（pegged exchange rate），如果将 2000 年至 2004 年的人民币/美元汇率的时间序列图示画出来，那么我们观察到的将是一条近乎平坦的水平线。而 2005

年7月以后，出于各方面因素考虑，我国开始施行有管理的浮动汇率制度，因此，我们可以从图1—2中清楚地看到人民币不断升值的趋势。由于图1—2对应的是采用直接报价法（1美元兑换的人民币数值）的汇率，所以我们观察到了一条向下倾斜的曲线，反映的是人民币不断升值的动态路径。

而同样是汇率的时间序列图示，图1—3描绘的美元/英镑的汇率时序图展示的却是一幅截然不同的动态趋势。简单地说，我们看到美元/英镑的汇率走势呈现上下波动的态势，而不是单一的下降或上升趋势。我们将在本书的第3~6章学习到，这两种不同的时序图表现的是具有不同统计特性的时间序列变量，在金融计量学中通常使用“平稳时间序列”和“非平稳时间序列”来区分它们的本质属性。

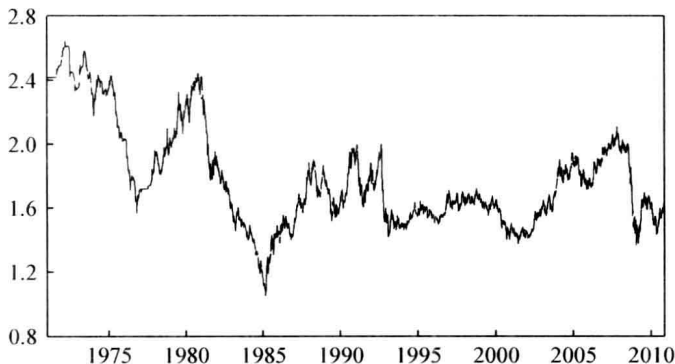


图1—3 美元/英镑汇率：1971年1月4日—2010年11月12日

资料来源：Federal Reserve Bank of St. Louis。

图1—4和图1—5描绘的分别是我国通货膨胀率和货币总量增长率情况。不难看出，这两个金融时间序列变量的动态走势也表现出相当大的差异。所以，似乎很难找到某一种金融计量模型，能够完全捕捉或刻画各种不同的金融时间序列变量的不同特征。对于不同演进路径特征的时序数据，对应着不同的计量模型选择，我们将在后续章节陆续介绍。

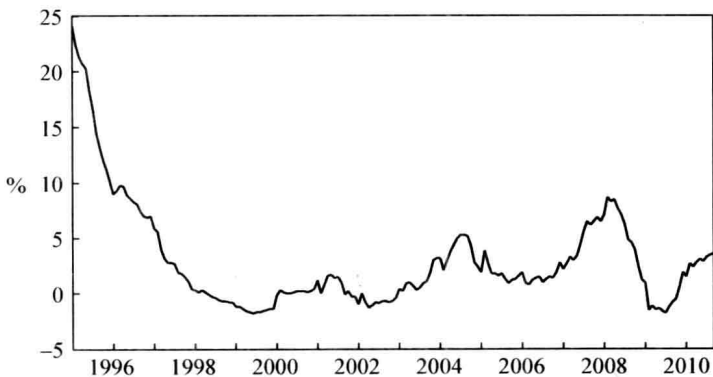


图1—4 中国CPI通货膨胀率：1995年1月—2010年9月

资料来源：中国国家统计局、经济景气月报。

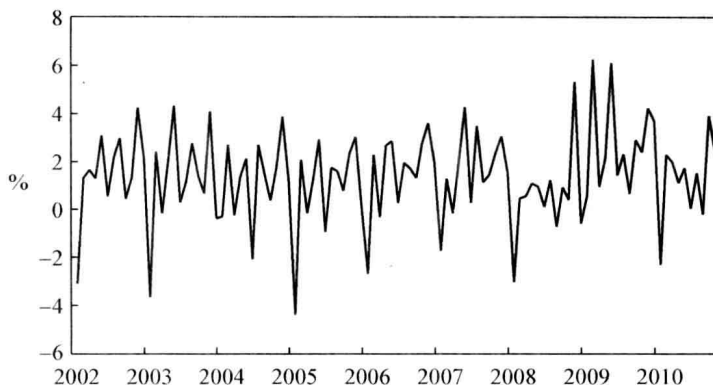


图 1—5 中国 M1 增长率 (环比): 2002 年 1 月—2010 年 11 月

资料来源: 中国人民银行 (经作者计算)。

## 1.3 金融计量分析中的基本概念

### 1.3.1 增长率与收益率

在金融计量分析中, 我们经常会遇到“价格”的概念, 例如, 股票价格、债券价格、资产价格、人民币的美元价格以及和我们生活休戚相关的商品价格等。然而, 金融计量学家可能更加关注的是价格的增长率或者是金融产品的收益率。之所以如此, 最重要的一条原因是增长率要比价格变量具有更吸引人的统计特性。如果我们使用更为专业和更正式的语言来明确解释这种统计特性, 那么可以表述为: “价格的时间序列一般都含有时间趋势 (time trend) 成分, 而其增长率通常为平稳时间序列 (stationary time series)。”需要指出的是, 如果读者现在对金融时间序列分析的理论知识还了解得不多, 不必被不熟悉的定义和概念所困扰, 随着本书各章的循序渐进, 相信很快就会习惯各种金融计量学中的所谓的术语 (jargons)。

我们再回到上面讨论的增长率概念, 即在许多情况下的收益率概念。为方便说明, 使用  $P_t$  代表某一金融产品时刻  $t$  的价格, 同时假定与该金融产品相关的红利忽略不计, 那么该金融产品的简单净收益率 (the simple net return)  $R_t$  定义为

$$R_t = 100\% \times \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (1.1)$$

式 (1.1) 是大家熟悉的增长率计算公式, 而在金融时间序列分析中经常会用到另外一个相关的但不完全相同的概念, 即连续复合收益率 (continuous compounding return)。对于单期连续复合收益率, 定义为

$$r_t = 100\% \times \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (1.2)$$

其中,  $\ln$  代表自然对数运算符号。对于多期 (multi-period) 来说, 比如  $k$  期, 连续复合收益率定义为

$$r_t(k) = \ln \left[ \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \left( \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \right) \cdots \left( \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} \right) \right] = r_t + r_{t-1} + \cdots + r_{t-k+1} \quad (1.3)$$

所以, 多期连续复合收益率是单期的加总。在金融计量分析中, 使用连续复合收益率不仅简化了数学计算 (即把乘积形式转化为求和形式), 而且简化了收益率统计特性的计量建模分析过程。有关这方面更多的阐释, 可以参阅 Campbell et al. (1997)。

同时, 在处理实际问题过程中, 我们经常需要把各种不同频率的增长率转化为具有统一可比性的增长率或收益率形式, 而“年化增长率” (annualized growth rate) 便是最常见的概念之一。年化增长率反映的是在单期增长率不变情况下, 一个变量在一年的跨度期间内发生变化的幅度。近年来, 随着中国金融市场的不断发展和完善以及资本市场的迅速成长, “年化”一词在各大银行营业厅的金融产品如基金、股票等的宣传材料中屡见不鲜。例如, 某一 6 个月的理财产品“年化收益率为 4.2%”, 其意思实质是半年期到期收益率对应的是 2.1%, 切勿理解为 6 个月到期 100 元面值该产品可获得  $100 \times 4.2\% = 4.2$  元的收益, 事实上只有 2.1 元的收益, 关键就在于“年化”概念的使用。因此, 这一概念已经不仅仅是出现在金融计量教材中的学术名词, 而且已经与人们的生活联系得相当密切了。

那么, 如何计算不同频率金融时间序列的年化增长率或收益率呢? 这与研究的数据频率紧密相关。例如, 对于季度价格指数数据, 年化增长率计算公式可以近似写成

$$100\% \times \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^4 = 400\% \times \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (1.4)$$

依此类推, 对于月度频率的数据, 年化增长率计算公式是

$$100\% \times \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^{12} = 1200\% \times \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (1.5)$$

需要注意的是, 上面介绍的年化增长率计算公式从严格意义上讲是一种近似计算, 对应的严格意义上的计算公式应该分别是

$$100\% \times \left[ \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^4 - 1 \right]$$

和

$$100\% \times \left[ \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right)^{12} - 1 \right]$$

但是从基本的数学知识我们知道, 在一般情况下, 这两种算法给出的值非常相近。由于自然对数在金融计量和经济计量中应用方便快捷, 所以计量学家经常使用前者来计算金融时间序列近似的年化增长率。在本书中如果未作特别说明, 年化增长率均使用含有自然对数的计算公式计算。



### 1.3.2 随机变量与随机过程

如果从统计学角度来定义随机变量，我们可以从概率（欧几里得）空间的定义出发，利用波莱尔集合（Borel set）对随机变量进行定义。例如，Spanos（1986，2000）在其经典的初级统计学教材中，对随机变量给出了严格的统计定义。当然，在其他高级数理和概率理论教材中，如 Shiryaev（1996）在金融数学领域很著名的教材等，都给出了随机变量以及随机过程的复杂定义。

但是，我们这里避免让读者陷入繁难晦涩的定义中，而是从金融计量学角度出发采用更为直观的方式来对随机变量和随机过程进行定义。我们可以考虑一个非常简单的经典一元线性回归方程

$$y_t = c + \beta x_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (1.6)$$

其中  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$  表示  $\varepsilon_t$  服从均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的正态分布。注意，在很多教材中，经常把正态分布也称为高斯分布（Gaussian distribution），读者在阅读不同资料时应注意二者之间的等同性。

从以前的学习中我们知道，在回归方程（1.6）中，误差项  $\varepsilon_t$  就是一个随机变量，这里假设这一随机误差变量服从正态分布。在更多的情形下，随机变量  $\varepsilon_t$  被假设服从独立一致性分布（independently and identically distributed），或者简记做 i. i. d.。

对于 i. i. d. 假设，其含义是，无论随机项  $\varepsilon_t$  是否服从正态分布，在各个时刻点该随机变量服从完全一致的分布特征，并且彼此互相独立。

在上面的例子中，我们刻意使用了下标  $t$  来标识时间序列变量  $y$  和  $x$ 。因为  $y_t$  序列是随机误差项的线性函数，所以也应该视为一个随机变量。这里我们提示读者，没有任何理由不可以把  $y_t$  看作一个现实中的金融时间序列变量，如股票收益率、利率等。但是，从回归方程（1.6）来观察  $y_t$ ，如果进一步假设方程中的各个系数给定或已知，我们已经把这样一个时序变量看做一种数据生成过程（data generating process, DGP）的产物。所谓数据生成过程，就是对被解释变量统计特性的一种完全刻画，本书第 3 章 3.1 节将会进一步涉及并阐释金融计量学中经常用到的数据生成过程的概念。

注意，与随机变量紧密相关但又有区别的一个概念就是随机过程。当我们希望对一个金融时间序列进行分析时，通常把  $\{y_t\}_1^T = (y_1, y_2, \dots, y_t, y_{t+1}, \dots, y_T)$  看做一个随机过程的实现（realization）。宽泛地说，随机过程就是定义在一定概率空间的一组具有相同特性的随机变量。为了方便说明，在金融计量分析中，通常可以使用  $y_t$  既表示随机变量也代表相应的随机过程。为了不造成理解和说明上的混淆，本书中将采用这种传统。对于随机过程更严格的定义在本书第 3 章 3.1 节有详细阐述。

### 1.3.3 随机分布

在金融计量分析中，除了常用的随机变量和随机过程的概念之外，还经常会涉及随机分布的概念。要介绍这个概念，我们首先假定读者已经具有一定的统计学基础知识。再次，假设以向量形式组织的随机变量  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$ ，用  $\Pr(\mathbf{X} \subset \mathbb{R}^m, \mathbf{Y} \subset \mathbb{R}^n)$  表示  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{Y}$  在欧几里得空间  $\mathbb{R}^m$  和  $\mathbb{R}^n$  上分别对应的概率向量。再定义  $x \in \mathbb{R}^m$  是  $\mathbb{R}^m$  上的一点，同理定