



科学家讲的
科学故事

022

韩国最受欢迎的科普读物
销量突破10000000册

通过爬梯子，
找到对应的地点！

2班

3班

1班

休学旅行的地点是？

最经典的科学，最前沿的技术加最通俗、最权威的解读

笛卡尔 讲的故事 函数的故事

郑玩相 著 韩 雪 译



笛卡尔 讲的故事 函数的故事

[韩]郑玩相 著 韩雪 译

图书在版编目(CIP)数据

笛卡尔讲的函数的故事 / (韩) 郑玩相著; 韩雪译. -- 昆明: 云南教育出版社, 2011.11
(科学家讲的科学故事)
ISBN 978-7-5415-5834-4

I. ①笛… II. ①郑… ②韩… III. ①函数-青年读物②函数-少年读物 IV. ①O174-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第212964号
著作权合同登记图字: 23-2010-074号

The Scientist Tells the Story of Science
Copyright © 2008 by JAEUM&MOEUM Co., Ltd
Simplified Chinese translation copyright © 2011 by Yunnan Education
Publishing House
Published by arrangement with JAEUM&MOEUM Co., Ltd, Seoul
through Shanghai All One Culture Diffusion Co., Ltd
All rights reserved

科学家讲的科学故事022

笛卡尔讲的函数的故事

(韩) 郑玩相 著 韩 雪 译

策 划: 李安泰

出 版 人: 李安泰

责任编辑: 李灵溪 方丽华

特约编辑: 赵迪秋

装帧设计: 齐 娜 张萌萌

责任印制: 张 旸 赵宏斌 兰恩威

出 版: 云南出版集团公司 云南教育出版社

社 址: 昆明市环城西路609号

网 站: www.yneph.com

经 销: 全国新华书店

印 刷: 深圳市精彩印联合印务有限公司

开 本: 680mm × 980mm 1/16

印 张: 10

字 数: 120千字

版 次: 2012年1月第1版

印 次: 2012年1月第1次印刷

印 数: 1-10000

书 号: ISBN 978-7-5415-5834-4

定 价: 19.80元

版权所有, 翻印必究

目录

1/ 第一课
什么是函数? 1

2/ 第二课
函数的个数 19

3/ 第三课
点的坐标 29

4/ 第四课
两点之间的距离 47

5/ 第五课
三角形的面积 63

6

第六课

正比例函数的故事 71

7

第七课

反比例函数的故事 81

8

第八课

一次函数的故事 91

9

第九课

利用一次函数解决的问题 105

附录

出租车公司经理克莱 115

科学家简介 144

科学年代表 146

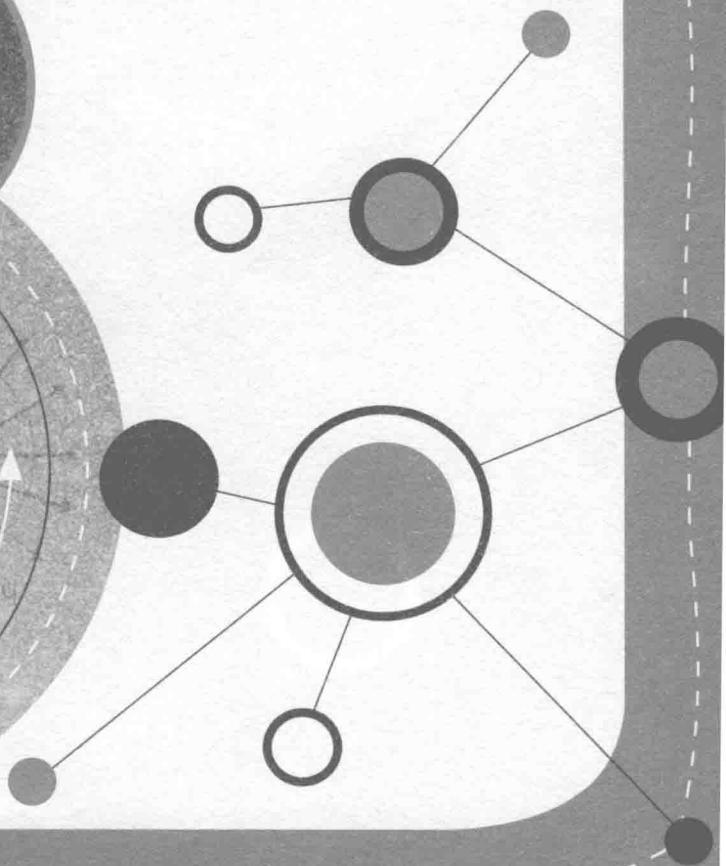
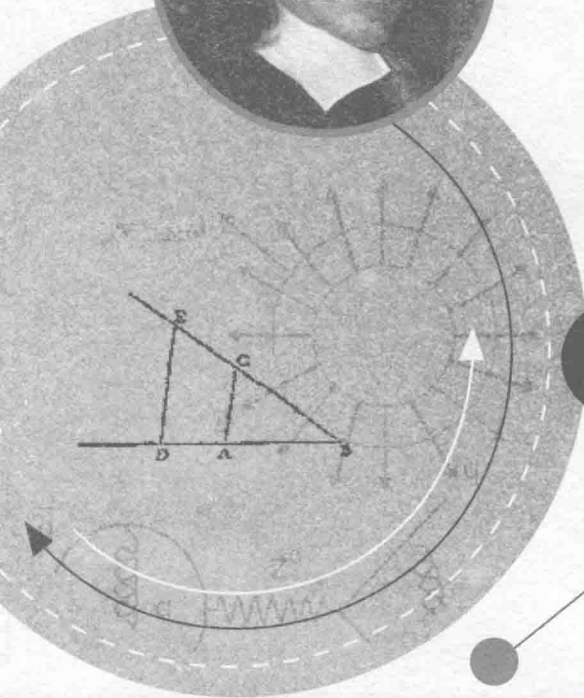
核心内容测试 147

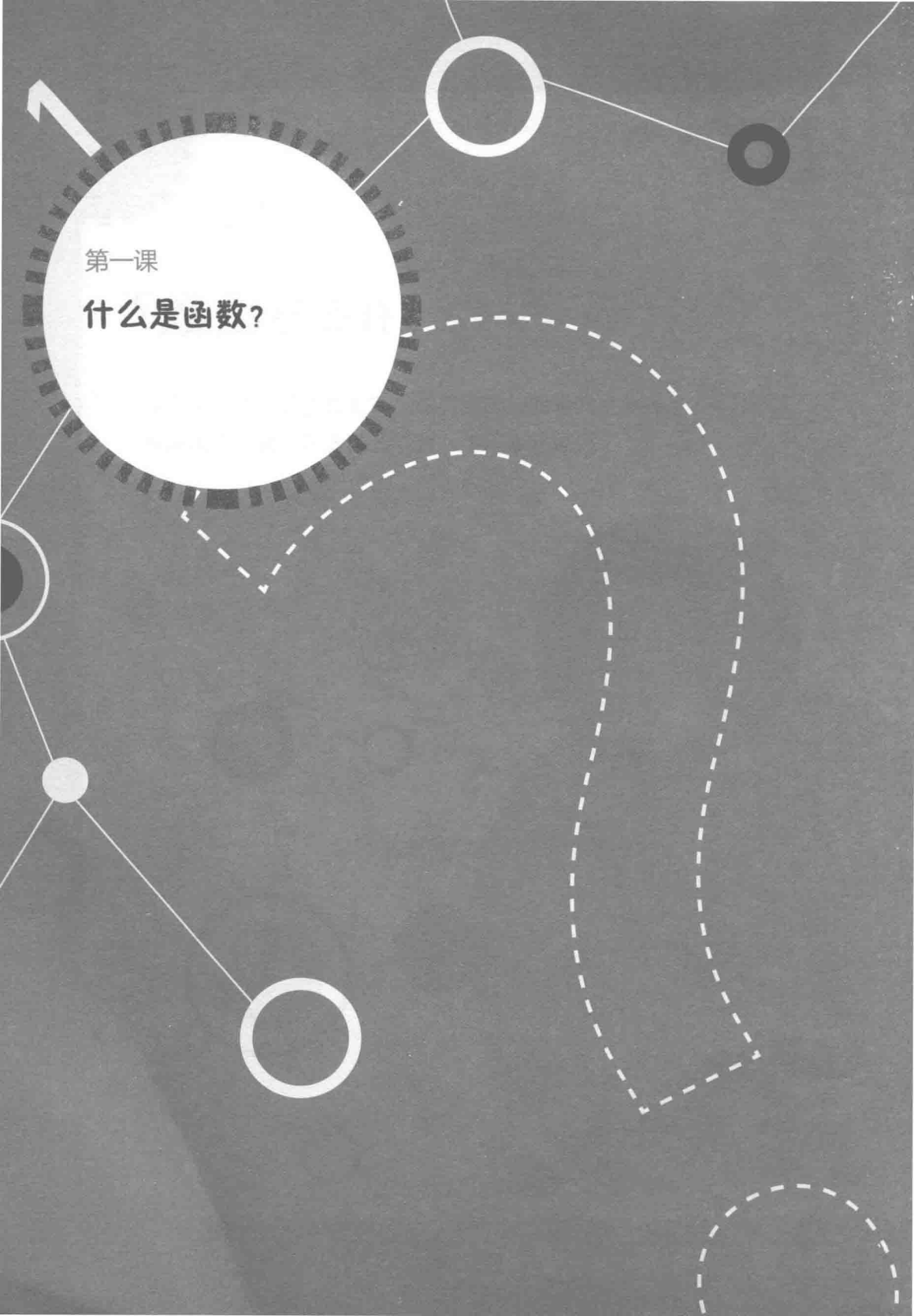
现代科学辞典 148



什么是函数？

三名女同学和三名男同学之间会有怎样的对应关系呢？
要想知道答案，就让我们先来了解一下函数吧！





第一课

什么是函数？



为了引发同学们对函数的兴趣， 笛卡尔开始了他的第一课。

今天，我要讲一下函数的有关内容。想要了解函数，首先应该了解集合的有关知识。

大家知道比4小的自然数是什么吗？

——是0，1，2，3。

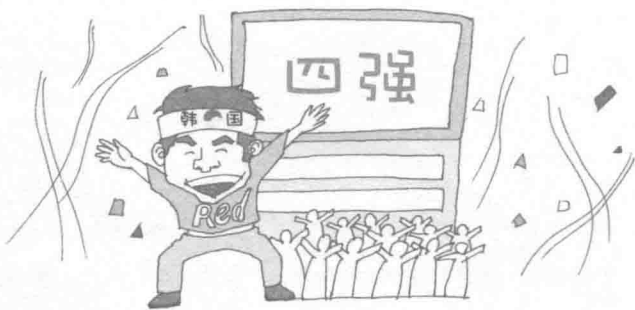
谁都知道比4小的自然数是0，1，2，3。像这样，我们把满足某种条件的对象的总体称为集合，而这些对象被称为集合的元素。集合一般用大写字母表示，若设定比4小的自然数的集合为A，那么0，1，2，3就是A的元素。此时，A集合可以写成如下形式：




$$A = \{0, 1, 2, 3\}$$

现在，大家明白集合是什么了吧？但是集合里的元素不一定只是数字。例如，若设定2002年韩日世界杯四强的集合为B，则集合B如下所示：

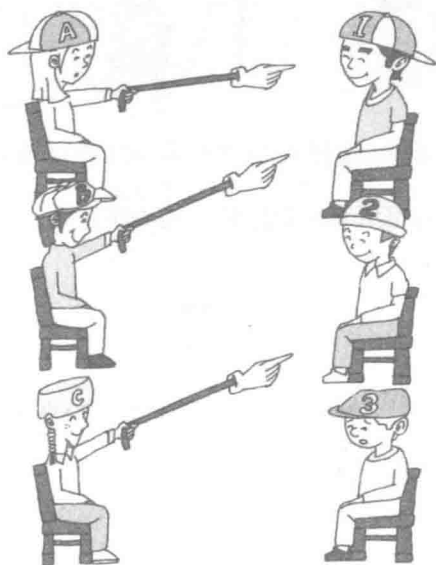
$$B = \{\text{韩国, 土耳其, 德国, 巴西}\}$$



函数的定义

现在同学们已经知道了什么是集合，下面我们就要继续学习函数的相关内容。

笛卡尔叫来三名女同学，并让她们坐在椅子上，然后让她们各自戴上分别写有A、B、C字样的帽子。她们的对面坐着三名男同学。为了跟三名女同学加以区分，笛卡尔让男同学各自戴上分别写有1、2、3字样的帽子。女同学们的手里都拿着玩具手，笛卡尔让女同学们用它指向任意一名男同学。



设定女同学的集合为 X ，男同学的集合为 Y ，那么：

$$X = \{A, B, C\}$$

$$Y = \{1, 2, 3\}$$





女同学A和B都指向了1号男同学，女同学C则指向了2号男同学。像这样，集合X中的元素与集合Y中的元素相对应的关系就被我们称为函数。

此时，把女同学的集合X称为定义域，男同学的集合Y称为陪域，这个函数则被称为从X到Y的函数。如下所示：

$$f: X \rightarrow Y$$

此时，将女同学A选择的男同学称做A的象或函数值，写做 $f(A)$ 。因此，若写出所有函数的值，则如下所示：

$$f(A) = 1$$

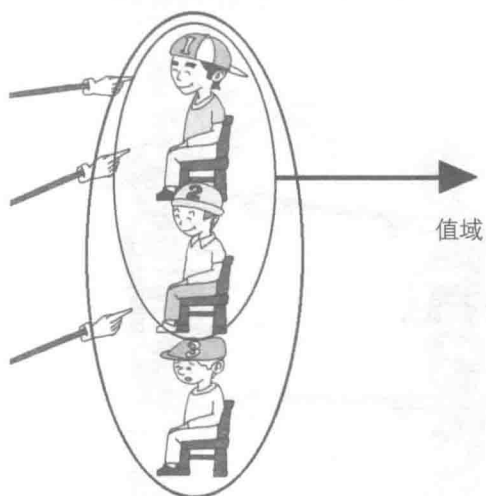
$$f(B) = 1$$

$$f(C) = 2$$

此时陪域的元素中，女同学所指向的男同学是1号和2号，我们将他们组成的集合称为值域，写做 I 。

$$I = \{1, 2\}$$

若用圆将陪域中的值域圈起来，则如下所示：



——啊哈！原来值域是陪域的一部分啊！

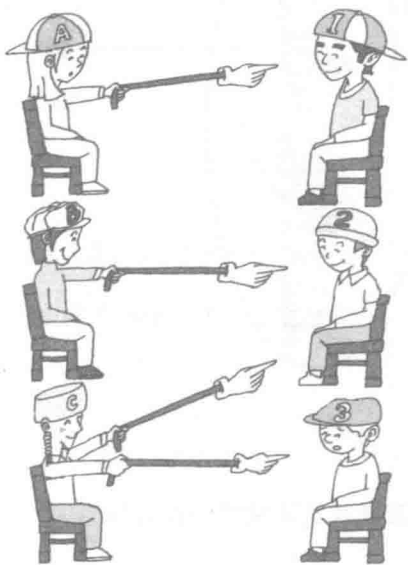
成为函数的条件

所有的对应关系都是函数吗？不是的，若想成为函数，必须满足一定的条件。





笛卡尔再次让A、B、C三名女同学坐在椅子上，让1、2、3三名男同学坐在她们对面。然后他分别给A、B两名女同学一只玩具手，给女同学C两只玩具手，并让她们同时指向男同学。

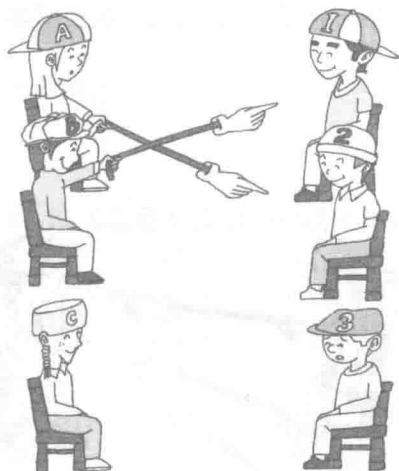


女同学C指向了两个男同学啊！像这样，如果定义域的一个元素与两个以上陪域的元素相对应，那么它就不是函数。

我们再来看一个不能成为函数的情况。

这次笛卡尔分别给了A、B两名女同学一只玩具手，没有给女同

学C玩具手，然后让她们指向男同学。



由于女同学C手中没有玩具手，所以她无法指向男同学。像这样，若定义域中有不与陪域中的元素相对应的元素存在，则它也不是函数。

即有两个集合 X 与 Y ，从 X 到 Y 的对应若想成为函数，必须满足下面两个条件：

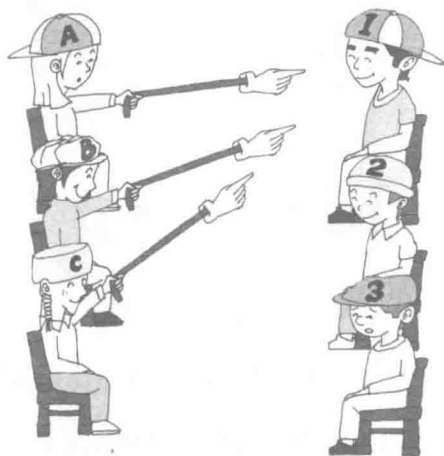
- (1) X 中的元素不能与 Y 中两个以上的元素相对应。
- (2) X 中的任一元素在 Y 中都能找到与之对应的元素。





特殊的函数

这次，笛卡尔分别给了A、B、C三名女同学一只玩具手，并让她们指向个子最高的男同学。



她们都指向了1号男同学。若将此函数称为 f ，那么其函数值如下所示：

$$f(A) = 1$$

$$f(B) = 1$$

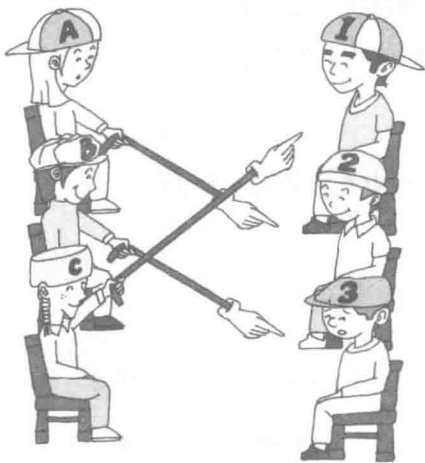
$$f(C) = 1$$

——函数值都是相同的数啊！

如果定义域中的所有元素都与陪域中的一个元素相对应，我们就把这样的函数称为常数函数。常数函数的值域中只有一个元素。

现在，我们来看下面的函数。

笛卡尔分别给了A、B、C三名女同学一只玩具手，并让她们分别指向不同的男同学。



三名女同学都分别指向了不同的男同学。此时集合X中的某一个元素与集合Y中的某一个元素相对应，这种函数叫做双射函数（即一一对应）。





若想一一对应，定义域中元素的个数必须与值域中元素的个数相同。

此时陪域与值域相同。

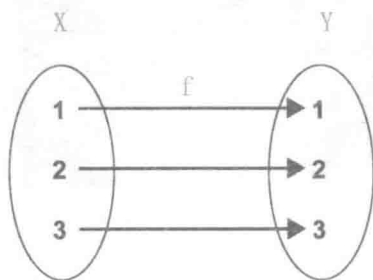
数的集合中所定义的函数

现在，我们来考虑一下定义域或陪域是数的集合时的情况吧！

——好的，老师。

例如，请看下面的函数 $f: X \rightarrow Y$ （函数的名字一般用 f , g , b 来表示）。

看一下定义域中各元素的函数值。



$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 2$$