聚骄公司专业策划

文登考研数学系列

全国硕士研究生入学统一考试

2007版

数学四

模拟考场15套

陈文灯 黄先开 曹显兵 施明存 殷先军 编著

陈文灯教授讲数学的七大特点

强调基础

强调系统

强调题型

强调训练

强调速度

强调方法

强调技巧

附赠

- 考研数学基础过关100道好题（现场领取）
- 考研数学冲刺卷（11月30日后领取）

世界图书出版公司

FOCUS 聚焦图书

文登考研数学系列

全国硕士研究生入学统一考试

数学四 2007版

模拟考场15套

陈文灯 黄先开 曹显兵 施明存 殷先军 编著

陈文灯教授讲数学的七大特点

强调基础

强调系统

强调题型

强调训练

强调速度

强调方法

强调技巧

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

数学模拟考场.4/陈文灯等编著.—2版.—北京:世界图书出版公司北京公司,2005.7(2006.7修订)

ISBN 7-5062-6066-2

Ⅰ.2.… Ⅱ.数… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.013

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第070935号

数学四·模拟考场15套

编　　著:陈文灯　黄先开　曹显兵　施明存　殷先军
责任编辑:李根宾
装帧设计:林娜娜　郑宝芬　任关强

出　　版:世界图书出版公司北京公司
发　　行:世界图书出版公司北京公司
(北京朝内大街137号　邮编:100010　电话:010-88861708)
销　　售:各地新华书店
印　　刷:廊坊人民印刷厂

开　　本:787×1092毫米　1/16
印　　张:14.5
字　　数:332千字
版　　次:2006年7月第3版　2006年7月第1次印刷

ISBN 7-5062-6066-2/G·148　　定价:22.60元

服务热线:010-88861708

给读者的话

如何使用本书

“学而不思则罔,思而不学则怠”,本书旨在将《数学复习指南》中的理论概念转化为训练概念,进而转化为条理清晰的技巧训练与模拟演练概念。为此,我们通过对历年考研真题的深入研究和本人多年的辅导经验总结,精编了这15套难度与真题相当、技巧性较强、基本概念较丰富的、题型多样的模拟训练试题。由于各种考研辅导书中选了大量的真题作为例题讲解,所以只有通过模拟试题的训练,才能更真实地检验自己的复习效果,真正起到查缺补漏的作用。

本书中每套试卷完全根据2007年全国硕士研究生入学统一考试样卷比例编写,对每套模拟试卷中的每道题给出了详尽的解析,包括**解题切入点提示、答案详解、知识点的链接及对解题技巧的评注**。对于每套试卷,请读者严格掌握在3个小时内独立完成,然后再看答案解析中的解题过程。通过与答案对照,看看自己在哪些方面还存在不足,及时突破提高。

一、做模拟题失分原因分析

失败是成功之母,研究失败是为了避免重犯错误,通过对近几年大量数学试卷的分析和统计,我们归纳了考生失分的原因,主要有以下四个方面:

对基础知识的记忆不够清晰和准确

数学试题特别注意对基础知识的考查,选择题和填空题所占比例高达45%,而且计算题也特别重视与基础知识的结合。从近年来阅卷后的统计数据来看,考生基础知识不扎实,记忆不准确的问题是相当严重的。

基本技能不够熟练

解题缺乏思路,基本解题方法掌握和运用不熟练,填空题和选择题一般考查考生对基础知识的掌握能力,由于解答没有过程只有答案,准确率要求较高,但很多同学做这两种题时耗时长而准确率低或解题思路正确、方法对头但运算失误,造成无谓失分。

运算能力不强

从历届考试的情况来看,试卷上运算失误过多的原因大致可以归纳为:①使用方法不当;②计算不够缜密;③对错误的运算结果识别、判断的能力差,十分令人痛惜。运算是数学的主要任务,实际上也是一种综合能力,有些试题,只有依据题设条件与正确的分析和推理,以求发现最简捷、合理的巧妙解法,这必将可以避免大量繁琐的推演和盲目的计算,从而减低运算的失误率。

格式和方法不规范,推理不严谨

解答题中,解答是按步给分的,因此必须规范地写出推理论证过程及运算的步骤,但相当多的考生在解答计算题时,思维不连贯、表达含混、以偏概全,把特例当一般,忽视试题中的限制条件,这必将会增加失误。

二、做模拟题前应做哪些准备

✲熟记书中的定理、结论及公式及其使用的前提条件，注意全面分析。数学中的定理公式都是在一定条件下成立的，要相对地看待问题。而考生往往忽略前提，只记结论，而使论证或解题出现错误。

✲注重平时做题时加强充分和必要条件的训练。充分和必要条件在我们学习中经常遇到，可以从一道题的充分条件进行发散性思维，举一反三，联想到它的必要条件、等价条件等。只有平时多注意这方面的训练，考试时才能准确把握题设的微小差别，避免出现错误。

✲在全面仔细地判断问题时要注意防止思考不全或以特殊代替一般等错误的发生。

三、模拟题该怎么做

模拟题犹如一面镜子。通过做模拟题，考生可以准确的了解自身的水平，以便合理地安排复习时间。本书 15 套模拟题完全依据最新考研大纲编写，考生需在标准时间 180 分钟内完成。为了你更好地完成本书 15 套模拟试卷，你还需掌握以下策略：

✲单项选择题的特点及应对策略

每套试卷中单项选择题一共 10 道，每道 4 分，共 40 分。在单项选择题中，一般为微积分 6 道题，线性代数和概率统计各 2 道。

单项选择题要求准确率高，它主要考查考生的判断分析能力。

选择题如果按照解答题来做，很可能浪费时间。解答选择题应掌握以下技巧：

（1）利用选择项提供的信息，比如是方程的解，可以将解反代回去进行检验等。

（2）排除法。通过否定其他三个选项来选择正确答案。

（3）利用图形的性质。比如做函数的积分类题目时可利用函数图形的对称性，奇偶性等性质；判断函数的图形时可利用单调性、渐近性等性质，而概率可用文氏图等。

✲填空题的特点及应对策略

每套试卷中填空题一共 6 道，每道题 4 分，共 24 分。在填空题中，一般为微积分 4 道题，线性代数和概率统计各 1 道。填空题一般考查考生对基本概念、定理的理解及简单的计算能力，要求计算速度快并且准确。所以考生在做完填空题后，迅速检查一遍，看看计算是否有误或抄写是否正确。

✲解答题的特点及应对策略

每套试卷中解答题一共 8 道题，共 86 分。在解答题中，一般为微积分 4 道题，线性代数和概率统计各 2 道。

解答题包含证明题和综合计算题，下面分别来讲：

①证明题

微积分中的证明题一般会出在中值定理、定积分等式和不等式的证明上；线性代数中的证明题一般出在线性相关、线性无关、线性方程组。二次型及概率方面也可能出证明题，但

都不是重点。

很多学生反映证明题不会做，这其实还是基础知识不牢的缘故。数学中的前后知识有紧密的联系，如果前面的知识掌握得不好，后面就很可能理解不透、甚至不懂。证明题对概念及定理的理解要求较高，考生在这些方面要注意加强训练。

做证明题时，首先审清条件和结论，分析条件和结论的关系，看能否利用相关的定理或结论，如果不能直接使用，就要想能否通过等价转化条件或通过辅助元素转化成自己会做的题。做证明题一定要注意逻辑严密。

②综合计算题的特点及应对策略

现在每年的考研真题中综合题的比重在逐年递增，考查考生对多个知识点的判断、推理和分析的综合能力。做综合题时我们必须认识到基础知识、基本技能是解综合题的基础，解综合题的关键是找出基础知识之间的内在联系。解综合题的方法，常常采取“化整为零”，将综合题转化为基础题，同时要对其实施分析与综合的方法，寻找已知和未知的“连接点”。因此，掌握数学思想方法是解决好综合题的灵魂，下面用几种数学思想方法的运用来举例说明：

(1)**数形结合思想**　通过将函数与图形结合起来或相互转化，比较容易求解。

(2)**转化思想**　在解题时，常把有待解决或难以解决的问题通过某种转化手段，使它转化成已经解决或比较容易解决的问题，从而求得原问题的解答。这种转化思想不止用于解方程的换元，在解几何证明及解综合题也经常用到。

(3)**分类讨论思想**　分类讨论是一种数学思想，是分析问题、解决问题的一种能力体现，其实质是对基础知识的理解。

分类讨论的步骤为：确定对象、分类讨论、归纳综合，比如讨论含参数的方程组的解的情况。

编　者

2006 年 7 月

目录

模拟考场（一）

考生注意：（1）本试卷共24大题，满分150分.

（2）根据国家标准，试卷中的正切函数，余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 $\tan x$、$\cot x$、$\arctan x$ 和 $\operatorname{arccot} x$ 表示.

一、选择题（本题共8小题，每小题4分，满分32分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

（1）设函数 $f(x)$ 是在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续的单调增加的奇函数，$F(x)=\int_0^x(2t-x)f(x-t)dt$，则 $F(x)$ 是

（A）单调增加的非奇非偶函数.　　（B）单调减少的非奇非偶函数.

（C）单调增加的奇函数.　　（D）单调减少的奇函数.　　【　】

（2）设在全平面上有 $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}<0$，$\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}>0$，则在下列条件中使 $f(x_1,y_1)<f(x_2,y_2)$ 成立的是

（A）$x_1<x_2$，$y_1<y_2$.　　（B）$x_1<x_2$，$y_1>y_2$.

（C）$x_1>x_2$，$y_1<y_2$.　　（D）$x_1>x_2$，$y_1>y_2$.　　【　】

（3）设 $f(x,y)$ 为连续函数，则使 $\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}f(x,y)dxdy=4\int_0^{\pi/2}d\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)rdr$ 成立的充分条件是

（A）$f(-x,-y)=f(x,y)$.

（B）$f(-x,-y)=-f(x,y)$.

（C）$f(-x,y)=f(x,-y)=-f(x,y)$.

（D）$f(-x,y)=f(x,-y)=f(x,y)$.　　【　】

（4）设函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 的某邻域内连续，在 $x=x_0$ 处可导，则函数 $f(x)|f(x)|$ 在 $x=x_0$ 处

（A）可导，且导数为 $2f(x_0)f'(x_0)$.　　（B）可导，且导数为 $2f(x_0)|f'(x_0)|$.

（C）可导，且导数为 $2|f(x_0)|f'(x_0)$.　　（D）不可导.　　【　】

（5）设 α 是实数，$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^\alpha}\cos\dfrac{1}{1-x} & x>1\\ 0 & x\le 1\end{cases}$

$f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，则 α 的取值为

（A）$\alpha<-1$　　（B）$-1\le\alpha<0$

（C）$0\le\alpha<1$　　（D）$\alpha\ge 1$　　【　】

（6）设 D 是由直线 $x=-1$，$y=1$ 与曲线 $y=x^3$ 围成的平面区域，D_1 是 D 在第一象限的部分，则 $I=\iint\limits_D(xy+\cos x\sin y)\mathrm{d}\sigma$ 等于

(A) $2\iint\limits_{D_1} xy\mathrm{d}\sigma$;　　(B) $2\iint\limits_{D_1} xy + \cos x\sin y\mathrm{d}\sigma$;

(C) $4\iint\limits_{D_1} (xy + \cos x\sin y)\mathrm{d}\sigma$　　(D) 0.　【　】

(7) 若$\dfrac{x^2+ax+b}{(1+x)^2(1+x^2)}$的原函数$f(x)$的表达式中不包含对数函数,则常数$a,b$的取值为

(A) $a=1,b$任意.　　(B) a任意,$b=2$.

(C) a任意,$b=1$.　　(D) $a=0,b=2$.　【　】

(8) 设A与B是n阶方阵,齐次线性方程组$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$与$\boldsymbol{Bx}=\boldsymbol{0}$有相同的基础解系$\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_3$,则在下列方程组中以$\boldsymbol{\xi}_1,\boldsymbol{\xi}_2,\boldsymbol{\xi}_3$为基础解系的是

(A) $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$.　(B) $\boldsymbol{ABx}=\boldsymbol{0}$.　(C) $\boldsymbol{BAx}=\boldsymbol{0}$.　(D) $\begin{pmatrix}\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{B}\end{pmatrix}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$.　【　】

(9) 设两事件A,B,已知$AB=\overline{A}\overline{B}$,则必有

(A) A与B独立.　(B) $A\supset B$.　(C) $A=B$.　(D) A与B对立.　【　】

(10) 已知随机变量X的密度函数$f(x)=\begin{cases}Ae^{-x}, & x>\lambda\\ 0, & x<\lambda\end{cases}$($\lambda>0$,$A$为常数),则概率

$P\{\lambda<X<\lambda+a\}(a>0)$.

(A) 与a无关,随λ的增大而增大.

(B) 与a无关,随λ增大而减小.

(C) 与λ无关,随a的增大而增大.

(D) 与λ无关,随a的增大而减小.　【　】

二、填空题(本题共6小题,每小题4分,满分24分.把答案填在题中横线上)

(11) 设$a>0$,则$\int_{-a}^{a}\sqrt{a^2-x^2}\ln\dfrac{x+\sqrt{1+x^2}}{3}\mathrm{d}x=$______.

(12) 设$D:x^2+y^2\leqslant 1$,则二重积分$\iint\limits_{D}(\dfrac{x^2}{4}+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$______.

(13) 设$f(x)$有一个原函数为e^{x^2},则$\int_0^1 x^3f'(x^2)\mathrm{d}x=$______.

(14) 已知方程组$\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 2 & a+1 & 3\\ -1 & 1 & a\end{bmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ -2\end{pmatrix}$具有无穷多个解,则$a=$______.

(15) 设三阶实对称矩阵A有三个不同的特征值$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$. λ_1,λ_2所对应的特征向量分别为$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,a,1)^T$,$\boldsymbol{\alpha}_2=(a,a+1,1)^T$,则$\lambda_3$所对应的特征向量$\boldsymbol{\alpha}_3=$______.

(16) 已知(X,Y)的联合分布函数为$F(x,y)$,$F_X(x)$,$F_Y(y)$分别为关于X,Y的边缘分布函数,则用$F(x,y)$,$F_X(x)$,$F_Y(y)$表示概率$P\{X>x_0,Y>y_0\}$为______.

三、解答题(本题共8小题,满分86分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤).

(17)(本题满分10分)

设$f(x)$是可导的偶函数,它在$x=0$的某邻域内满足关系式$f(e^{x^2})-3f(1+\sin x^2)=2x^2+o(x^2)$,求曲线$y=f(x)$在点$(-1,f(-1))$处的切线方程.

(18)(本题满分11分)

对一切实数t,$f(t)$连续,且$f(t)>0$,$f(-t)=f(t)$,对于函数

$$F(x)=\int_{-a}^{a}|x-t|f(t)\mathrm{d}t(-a\leqslant x\leqslant a),$$

回答下列问题:

(1)证明$F'(x)$单调增加;

(2)当x为何值时,$F(x)$取得最小值;

(3)若$F(x)$的最小值可表示为$f(a)-a^2-1$,求$f(t)$.

(19) (**本题满分 10 分**)

设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可导,且 $f(1)=0,\int_0^1 xf'(x)dx=1$.

证明:至少存在 $\xi\in(0,1)$,使 $f'(\xi)=2$.

(20) (**本题满分 11 分**)

证明:不等式 $0<\dfrac{x}{2}\ln\dfrac{x+1}{x-1}-1<\dfrac{1}{3(x^2-1)}$,当 $x>1$ 时成立.

(21)(本题满分 11 分)

已知 2 维非零向量 $\boldsymbol{x}$ 不是 2 阶方阵 $\mathbf{A}$ 的特征向量.

(1) 证明:$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ 线性无关.

(2) 若 $\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{x} + \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} - 6\boldsymbol{x} = 0$,求 $\boldsymbol{A}$ 的特征值并讨论 $\mathbf{A}$ 可否相似对角化.

(22)(本题满分 11 分)

已知 $\boldsymbol{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ a+2 \\ -3a+1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\alpha}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -b-2 \\ a+2b \end{pmatrix}$ 及 $\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$,

问 a,b 取何值时,

(1) $\boldsymbol{\beta}$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 惟一线性表示.

(2) $\boldsymbol{\beta}$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示,但表示方式不惟一.

(3) $\boldsymbol{\beta}$ 不能由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示.

在可表示的情况下,求出相应的表示式.

(23)(本题满分 11 分)

一条自动生产线连续生产 n 件产品不出故障的概率为$\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}(n=0,1,2,\cdots)$,假设产品为优质品的概率为$p(0<p<1)$,如果各件产品是否为优质品相互独立.

(1) 求生产线在两次故障间生产 k 件优质品的概率.

(2) 若已知在某两次故障间该生产线生产了 k 件优质品,求它共生产 m 件产品的概率.

(24)(本题满分 11 分)

设 Y_1,Y_2,Y_3 独立,且都服从参数为 p 的 0 - 1 分布. 令 $X_k=\begin{cases}1, Y_1+Y_2+Y_3=k\\ -1, Y_1+Y_2+Y_3\neq k\end{cases}$, $k=1,2$.

求:(1)(X_1,X_2) 的联合分布律. (2)p 为何值时,$E(X_1X_2)$ 最小.

模拟考场（二）

考生注意：（1）本试卷共 24 大题，满分 150 分.

（2）根据国家标准，试卷中的正切函数，余切函数、反正切函数、反余切函数分别用 $\tan x$、$\cot x$、$\arctan x$ 和 $\operatorname{arccot} x$ 表示.

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内）

（1）设函数 $f(x)$ 有连续导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+f'(x)}{1-e^{-x}}=1$，则 当 $f(0)=0$ 时，

（A）$f(0)$ 是 $f(x)$ 的极大值.

（B）$f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值.

（C）$f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值.

（D）不能判定 $f(0)$ 是否为 $f(x)$ 的极值.　　【　】

（2）设 $f(x)$ 是在 $(-\infty,+\infty)$ 上以 T 为周期的连续函数，则下列函数中也是以 T 为周期的是

（A）$\int_0^x f(t)dt$.　　（B）$\int_{-x}^0 f(t)dt$.

（C）$\int_0^x f(t)dt-\int_{-x}^0 f(t)dt$.　　（D）$\int_0^x f(t)dt+\int_{-x}^0 f(t)dt$.　　【　】

（3）设 $D: x^2+y^2\leqslant 1, y\geqslant 0$；$D_1: x^2+y^2\leqslant 1, x\geqslant 0, y\geqslant 0$，则

（A）$\iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y=2\iint\limits_{D_1}xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

（B）$\iint\limits_D y\mathrm{d}x\mathrm{d}y=2\iint\limits_{D_1}x\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

（C）$\iint\limits_D x\mathrm{d}x\mathrm{d}y=2\iint\limits_{D_1}y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

（D）$\iint\limits_D (x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=2\iint\limits_{D_1}(x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.　　【　】

（4）设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_0^{x^2}(x^2-t)\sin t\mathrm{d}t}{x^k} & x\neq 0,\\ 0 & x=0\end{cases}$　若 $f'(0)$ 存在且不为零，则 k 为

（A）3.　　（B）4.　　（C）5.　　（D）6.　　【　】

（5）设 $f(x)$ 具有二阶连续导数，且 $f'(1)=0$，$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f''(x)}{(x-1)^2}=\dfrac{1}{2}$，则

（A）$f(1)$ 是 $f(x)$ 的极大值

（B）$f(x)$ 是 $f(x)$ 的极小值

（C）$(1,f(1))$ 是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标

(D) $f(1)$ 不是 $f(x)$ 的极大值，$(1,f(1))$ 也不是曲线 $f(x)$ 的拐点坐标．　【　】

(6) 设 $f(x)$ 是连续函数，且 $f(0)=f'(0)=0$，$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f''}{|x|}=-2$，则以下结论正确的是

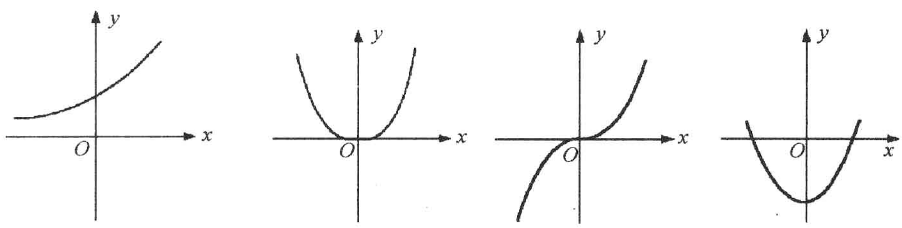
(A) 存在实数 $\delta>0$，使得 $\int_{-\delta}^{\delta}f(x)dx>0$

(B) 存在实数 $\delta>0$，使得 $\int_{-\delta}^{\delta}f(x)dx<0$

(C) 存在实数 $\delta>0$，使得 $\int_{-\delta}^{\delta}f(x)dx=0$

(D) 对于任意实数 $\delta>0$，使得 $\int_{-\delta}^{\delta}f(x)dx$ 的符号不能确定　【　】

(7) 设 $f(x)$ 二阶可导，如果函数 $y=f(x)$ 有极值，且曲线 $y=f(x)$ 有拐点，则曲线 $y=f'(x)$ 的图形可能为



(A)　(B)　(C)　(D)　【　】

(8) 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 是四维非零列向量组，$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4)$，$\boldsymbol{A}^*$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，已知方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系为 $k(1,0,2,0)^T$，则方程组 $\boldsymbol{A}^*\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$ 的基础解系为

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$.

(B) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_1$.

(C) $\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$.

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_4+\boldsymbol{\alpha}_1$.　【　】

(9) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$，$Y=2X^2+X+3$，则 X 与 Y 的相关系数为

(A) $\dfrac{1}{2}$.　(B) $\dfrac{1}{3}$.　(C) $\dfrac{1}{4}$.　(D) -1.　【　】

(10) 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其分布函数为 $F(x)$，随机变量 $Y=F(X)$，则 $P\{Y\leqslant\dfrac{1}{2}\}$ 的值

(A) 与参数 μ 和 σ 有关.

(B) 与参数 μ 有关，但与 σ 无关.

(C) 与参数 σ 有关，但与 μ 无关.

(D) 与参数 μ 和 σ 均无关.　【　】

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分. 把答案填在题中横线上）

(11) 函数 $y=f(x)$ 在点 $(1,0)$ 处有 $\Delta y=\Delta x+o(\Delta x)$，则极限 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\int_1^{e^x}f(t)dt}{\ln(1+x^2)}=$ ________.

(12) 设函数f,g均可微,$z=f(xy,\ln x+g(xy))$,则$x\dfrac{\partial z}{\partial x}-y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$______.

(13) 设$D:x^2+y^2\leqslant a^2,y\geqslant 0$,则$\iint\limits_D |x|\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$______.

(14) 设$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$为三阶相似矩阵,且$|2\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}|=0,\lambda_2=1,\lambda_3=-1$为$\boldsymbol{B}$的两个特征值,则行列式$|\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{AB}|=$______.

(15) 设$\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{3\times3}$为三阶实对称矩阵,且满足$a_{ij}=A_{ij}$($i,j=1,2,3,A_{ij}$为$a_{ij}$的代数余子式),$a_{33}=-1$,$|\boldsymbol{A}|=1$,则方程$\boldsymbol{A}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$的解为______.

(16) 设随机变量X与Y相互独立,且均服从正态分布$N(0,1)$,则概率$\boldsymbol{P}\{\max(X,Y)\geqslant 0\}=$______.

三、解答题(本题共8小题,满分86分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤).

(17)(本题满分11分)

设曲线$C:y=px^2+qx(p<0,q>0)$在第一象限内与直线$x+y=\dfrac{4}{\pi}a$相切,其中$a=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1}{1+\tan^\alpha x}\mathrm{d}x$($\alpha$是实数),问$p,q$为何值时,$C$与$x$轴围成的平面图形$D$的面积最大?