

# 钢结构非线性分析 与动力稳定性研究

GANGJIEGOU FEIXIANXING FENXI YU DONGLI WENDINGXING YANJIU

王孟鸿 著



中国建筑工业出版社

# 钢结构非线性分析与动力稳定性研究

王孟鸿 著

中国建筑工业出版社

**图书在版编目 (CIP) 数据**

钢结构非线性分析与动力稳定性研究 / 王孟鸿著。  
北京：中国建筑工业出版社，2011.6

ISBN 978-7-112-13165-5

I. ①钢… II. ①王… III. ①钢结构—非线性结构  
分析—研究②钢结构—动力稳定性—研究 IV. ①TU391

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 064172 号

本书阐述了钢结构非线性分析和结构动力失稳的相关内容，分为 10 章。第 1~5 章基于薄壁结构理论的知识建立了用于整体结构稳定分析的单元非线性刚度矩阵，继而以 16 节点相对自由度壳元为基础，考虑了材料非线性和损伤影响，并引入子结构方法推导了用于钢构件局部稳定性分析和节点区变形分析的求解方法。第 6~10 章则以张索刚柔组合结构为例，以周期激励荷载为参考，探讨了张索结构的动力失稳问题，并进行了张索结构振动控制设计方法的研究。本书可供从事钢结构非线性稳定分析的相关人员参考，同时可作为钢结构方向的研究生和高年级本科学生的学习参考书。

\* \* \*

责任编辑：刘瑞霞

责任设计：张 虹

责任校对：陈晶晶 关 健

**钢结构非线性分析与动力稳定性研究**

**王孟鸿 著**

\*

中国建筑工业出版社出版、发行（北京西郊百万庄）

各地新华书店、建筑书店经销

北京千辰公司制版

北京圣夫亚美印刷有限公司印刷

\*

开本：787×1092 毫米 1/16 印张：11½ 字数：290 千字

2011 年 8 月第一版 2011 年 8 月第一次印刷

定价：30.00 元

ISBN 978-7-112-13165-5

(20589)

**版权所有 翻印必究**

如有印装质量问题，可寄本社退换

(邮政编码 100037)

## 序 言

稳定是钢结构研究的一个永恒问题，小至一块板件，大至一个体系；无所不在。钢结构出现已逾百年，百年来无数学者不懈地研究其性能，不懈地探求其机理，不懈地开拓其应用。可以说，对稳定问题的研究贯穿了钢结构领域的整个研究史。老一辈的学者们构建了以计算长度系数法为基础的计算、设计体系，为钢结构的应用奠定了基础，随着计算技术的不断发展，一种能真实反映结构在荷载作用下的内力和变形，准确预测结构极限承载力和破坏模式的计算方法——高等分析法（Advanced Analysis）应运而生，为钢结构稳定领域的研究开拓了新篇章。

本书共分 10 章。第 1~5 章以薄壁理论为基础，建立了以壳元为基本单元的钢结构高等分析方法，第 6~10 章探讨了张索结构的动力失稳问题，并进行了张索结构振动控制设计方法的研究，是对高等分析领域和张索结构研究领域的有益补充。

“文章千古事，得失寸心知”，本书是作者在攻读博士学位阶段和博士后工作期间知识积累之精华，是对高等分析和动力稳定性分析的一次阐释，也是作者多年来的研究心得，一章一节、一字一句无不闪烁着作者的思维火花。每观此书，便忆及作者于西安建筑科技大学攻读博士学位时，古案青灯，对学问孜孜追求之情形。闲云潭影，物换星移，恍然间作者已然学有所成、著书立说，为中国钢结构研究领域增益助力，作为作者博士阶段的导师、研究工作的伙伴、生活中的朋友甚感欣喜。同时希望作者能百尺竿头更进一步，继续坚持自己的学术理想，为我国钢结构事业的进步奉献智慧和力量。

最后，希望读此书的朋友们能有所收获。



2011 年 5 月于西安

# 前　　言

非线性是客观存在的，就像从加载过程考虑荷载的动力效应无处不在一样。而所谓的线弹性只是为了方便应用，从而忽略了二阶效应的一种近似假定，这种近似，其一简化了分析方法，其二设计精度满足工程设计的需要。而稳定问题的实质就是非线性，因此，现阶段各种规范里的稳定设计通过分析和大量的试验，归纳、整理出了各种稳定设计方法，这种方法方便了设计人员的应用，加快了相关专业本科阶段学生的学习过程，其不足之处是会使上述人员对稳定问题领会不深，在遇到超越规范范围的稳定问题时难以处理。

随着计算技术的进步和设计方法的不断改进，近几年逐步发展了以精确的非线性迭代数值解法作为稳定设计的补充，特别是在整体结构的稳定性分析方面也在逐步发挥越来越重要的作用。这种分析方法在钢结构领域有时称作高级分析或高等分析方法（Advanced Analysis）。

本书在钢结构非线性稳定分析的数值计算方面做了一些有益的工作，大部分内容取自作者的博士论文和博士后出站报告。主要内容分十章论述。第一章简单论述了静动力失稳的特点和求解方法；第二章基于薄壁结构理论以拉压构件平衡微分方程解为形函数，应用修正 Lagrangian 构形的增量虚位移原理，推导了空间梁柱单元刚度矩阵；第三章则利用增量迭代法建立起了三维空间整体结构稳定分析方法，并可以求解结构的屈曲模态、施加一致缺陷；第四章则引入弹塑性的开展和损伤的演化推导了含几何非线性、材料非线性耦合损伤发展的非线性分析方法；第五章在前述理论的基础之上引进 16 节点相对自由度壳单元，并考虑节点半刚性连接的影响，分析了钢构件的局部稳定性和节点区的非线性分析；第六章论述了柔性结构的动力失稳问题；第七章利用解析法探讨了索杆结构的动力不稳定区域；第八章建立起了索杆结构动力稳定性分析的非线性动力数值分析方法；第九章研究了张索结构在双向地震波激励下的动力稳定性能；第十章对张索桁架结构振动控制与设计方法进行了探讨。

上述大部分工作是作者在攻读博士学位和在博士后流动站期间完成的，感谢我的博士指导老师郝际平教授多年的关怀和帮助，感谢我的博士后合作导师杨庆山教授的细心指导，感谢西安建筑科技大学和北京交通大学的培养。同时，上述工作也得到了国家自然科学基金资助（项目批准号：51078016），在书籍出版阶段又得到了北京市财政专项（“工程结构抗震新技术学术创新团队”，项目编号：PHR200907126）的支持。在书稿的整理阶段，作者的研究生：李俊萍、邓立奇、秦彦龙、熊保超、房经辉等进行了部分文字校对工作，在此一并表示感谢。

本书中的所有工作均在 Visual C 语言环境下进行了编程实现，并已调试通过，如果有读者需要书中的部分子程序，可以免费提供，联系邮箱：wangmh@bucea.edu.cn。

由于作者水平有限，对有些问题认识尚待深入，书中难免有疏漏及错误之处，恳请读者批评指正。

王孟鸿

2011 年 1 月于北京

# 目 录

<b>第1章 钢结构分析与设计 .....</b>	<b>1</b>
1.1 钢结构分析与设计方法 .....	1
1.2 结构静力非线性稳定分析 .....	3
1.2.1 非静荷载的求解方法 .....	3
1.2.2 非线性问题的求解方法 .....	4
1.3 结构动力非线性稳定分析 .....	5
<b>第2章 基于薄壁结构理论的三维空间钢构件单元刚度矩阵 .....</b>	<b>7</b>
2.1 非线性切线刚度矩阵的必要性 .....	7
2.2 修正 Lagrangian 构形的增量虚位移原理 .....	8
2.3 几何关系 .....	9
2.4 将截面任意点位移由形心位移表示的修正 Lagrangian 构形的虚位移原理 .....	10
2.5 由弯曲微分方程和扭转微分方程推导的形状函数 .....	11
2.6 单元刚度矩阵的推导 .....	16
2.7 结论与比较 .....	25
<b>第3章 非线性方程的求解与钢结构稳定分析 .....</b>	<b>26</b>
3.1 增量-迭代法 (incremental-iterative) 的计算步骤 .....	26
3.2 单元几何尺寸的修改与单元刚度矩阵的组装 .....	26
3.2.1 单元初始刚度矩阵的转换 .....	26
3.2.2 单元几何尺寸的修改与任意时刻单元刚度转换矩阵 .....	28
3.2.3 任意时刻单元内力的计算 .....	30
3.2.3.1 弯矩的转动特性 .....	31
3.2.3.2 外部刚度矩阵的推导 .....	33
3.3 增量-迭代法求解非线性方程组 .....	36
3.3.1 牛顿-拉斐逊法 (Newton-Raphson) .....	37
3.3.2 位移控制法 .....	37
3.3.3 弧长控制法 .....	37
3.3.4 做功控制法 .....	38
3.4 广义位移 (General displacement) 控制增量-迭代法 .....	39
3.5 广义位移控制增量-迭代法的求解过程 .....	40
3.6 增量-迭代法解非线性方程极值点的处理技术 .....	41
3.7 软件设计中的几个问题 .....	41
3.8 振动模态和屈曲模态的求解 .....	43
3.9 几何缺陷分布 .....	44

3.10 程序框图和主菜单 .....	44
3.11 算例分析 .....	46
<b>第4章 考虑各向同性损伤塑性区分布模型的弹塑性分析 .....</b>	<b>48</b>
4.1 考虑各向同性损伤的结构弹塑性分析 .....	48
4.2 弹塑性本构模型的建立 .....	49
4.2.1 弹性本构关系与相关流动法则 .....	49
4.2.2 混合强化模型 .....	50
4.2.3 Zeigler 混合强化模型的弹塑性本构关系 .....	51
4.3 Ramberg-Osgood 单轴应力-应变模型 .....	53
4.4 单元应变和应力矩阵的推导 .....	54
4.5 考虑材料非线性的空间三维薄壁构件单元弹塑性刚度矩阵的推导 .....	56
4.6 各向同性损伤的发展演化方程 .....	58
4.7 考虑各向同性损伤的空间三维薄壁构件单元弹塑性刚度矩阵的推导 .....	61
4.8 弹塑性和损伤状态的决定及其弹塑性部分应力的积分 .....	62
4.8.1 弹塑性和损伤状态的决定 .....	63
4.8.2 弹塑性部分应力的积分 .....	64
4.9 主菜单及编程框图 .....	65
4.10 算例分析 .....	67
4.11 结论 .....	69
<b>第5章 考虑局部失稳、节点区变形和半刚性连接的三维空间钢结构非线性分析 .....</b>	<b>70</b>
5.1 节点区的非线性 .....	70
5.2 半刚性节点模型 .....	70
5.3 板壳单元分析模型 .....	75
5.3.1 16 节点相对自由度壳元分析 .....	76
5.3.2 钢结构节点区分析的子结构单元模型 .....	82
5.4 程序执行主菜单及主框图 .....	86
5.5 算例分析 .....	88
5.5.1 局部变形分析 .....	88
5.5.2 节点区变形分析 .....	89
5.6 结论 .....	89
<b>第6章 张索结构的动力稳定性 .....</b>	<b>90</b>
6.1 张拉索结构由初始几何态确定零放样几何状态的逆迭代法 .....	91
6.2 参数共振 .....	92
6.2.1 变长度摆的参数共振 .....	92
6.2.2 周期性纵向力作用下直梁的横向振动 .....	93
6.3 动力失稳与静力失稳概述 .....	94
6.4 张索结构动力稳定性研究的相关内容 .....	95
<b>第7章 张索结构动力平衡微分方程的建立与动力不稳定区域的确定 .....</b>	<b>98</b>
7.1 空间张索结构体系的单元分析 .....	98

---

7.2 动力平衡微分方程的建立 .....	98
7.3 空间结构动力不稳定区域的确定 .....	103
7.3.1 利用矩阵摄动法确定无阻尼系统的不稳定区域 .....	104
7.3.2 利用傅里叶级数展开法确定有阻尼系统的不稳定区域 .....	109
<b>第8章 张索结构动力稳定性分析的有限元数值积分法 .....</b>	<b>115</b>
8.1 Wilson-θ 法 .....	115
8.2 Newmark 法 .....	117
8.3 质量矩阵和阻尼矩阵 .....	118
8.4 空间张索结构动力稳定性分析程序的编制 .....	119
8.5 张索桁架结构的动力稳定性分析 .....	122
8.5.1 松弛索张索桁架在周期激励下的动力失稳特性 .....	123
8.5.2 预应力张索桁架使用阶段在周期激励下的动力失稳特性 .....	124
<b>第9章 张索桁架结构在双向地震激励和近断层脉冲波作用下的动力稳定性分析 .....</b>	<b>128</b>
9.1 张索桁架结构在远场双向地震波激励下的动力稳定性分析 .....	128
9.1.1 张索桁架在 Bld 波激励下的动力反应 .....	130
9.1.2 张索桁架在 Eur 波激励下的动力反应 .....	132
9.1.3 张索桁架在 Taf 波激励下的动力反应 .....	134
9.2 张索桁架结构在近断层脉冲型双向地震波激励下的动力稳定性分析 .....	136
9.2.1 张索桁架在 Dze 地震波激励下的动力反应分析 .....	138
9.2.2 张索桁架在 Len 地震波激励下的动力反应分析 .....	141
9.2.3 张索桁架在 Tcu075 地震波激励下的动力反应分析 .....	144
9.3 本章总结 .....	146
<b>第10章 张索桁架结构振动控制与设计方法的研究 .....</b>	<b>147</b>
10.1 粘弹性阻尼器的工作原理 .....	148
10.2 粘弹性阻尼器的有限元计算模型 .....	150
10.3 粘弹性阻尼器的优化设计方法 .....	153
10.4 施加粘弹性阻尼器后振动控制分析程序的编制 .....	154
10.5 算例 .....	155
10.6 结构主动控制对张索桁架在近断层脉冲波作用下的控制效果分析 .....	157
10.6.1 主动变刚度控制系统 .....	157
10.6.2 主动变阻尼控制系统 .....	158
10.7 模拟主动变刚度和主动变阻尼控制动力分析程序的编制 .....	160
10.8 算例 .....	160
10.9 本章总结 .....	161
<b>参考文献 .....</b>	<b>162</b>

# 第1章 钢结构分析与设计

## 1.1 钢结构分析与设计方法

众所周知，目前的钢结构设计通常分两阶段进行，第一阶段：内力分析，通过结构力学的方法，计算出结构各个构件的内力，这一阶段一般只认为结构是线弹性的。第二阶段：结构验算，也就是经常所说的，结构设计过程是一种不断重复进行的结构验算过程，这一阶段整体结构分为两部分：节点设计和构件设计。节点设计主要包含焊缝群计算和螺栓群计算。构件设计控制三方面：首先满足截面强度的要求，其次为了构件具有一定的刚度，需满足长细比的要求，第三就是满足构件的整体稳定和组成构件板件的局部稳定性要求。其设计过程如图 1.1 所示。

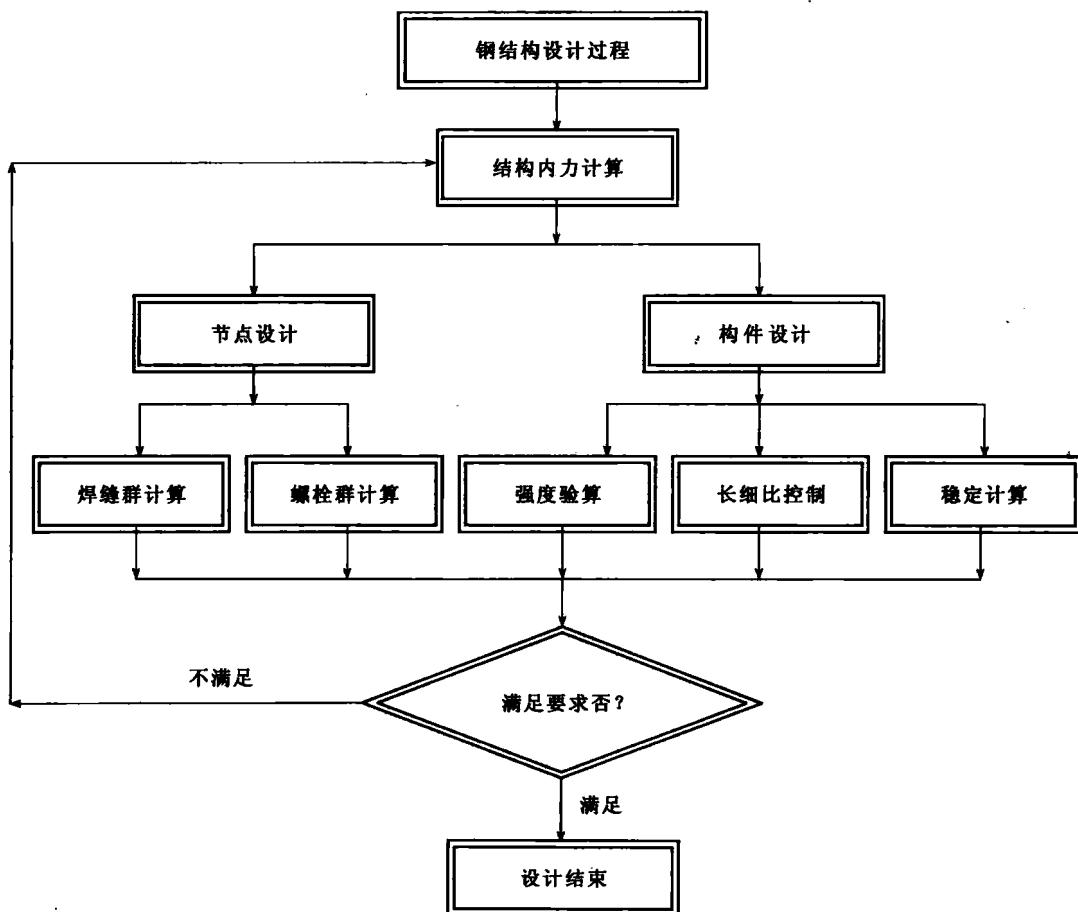


图 1.1 钢结构设计过程

强度验算是为了保证钢构件满足材料的应力控制要求；长细比控制是为了使钢构件不产生过大的挠度或变形，以满足结构正常使用的功能要求。而稳定设计就显得稍微复杂一些，在大学本科教科书和《钢结构设计规范》(GB 50017—2003)中，通常将钢结构稳定分为整体稳定和局部稳定，这种分类是由于钢构件的组成特点所决定的，一般说来钢构件都是经过轧制或焊接组合而成的各种板件型钢，因此不但存在着钢构件本身的失稳——整体稳定性，而且组成构件的板件也有可能产生翘曲变形——局部稳定性。局部稳定性是通过板件的宽厚比来保证的，而整体稳定性则通过长细比 $\lambda$ 查得的稳定系数 $\varphi$ 来进行构件的稳定验算，长细比 $\lambda$ 的计算通常会涉及由相对刚度比值 $K_1$ 、 $K_2$ 控制的计算长度系数 $\mu$ 来确定。除上述构件的整体稳定和局部稳定之外，还存在第三种稳定性——整体结构的失稳(图1.2)，整体结构的稳定求解在1.2.2节及后续章节中论述。

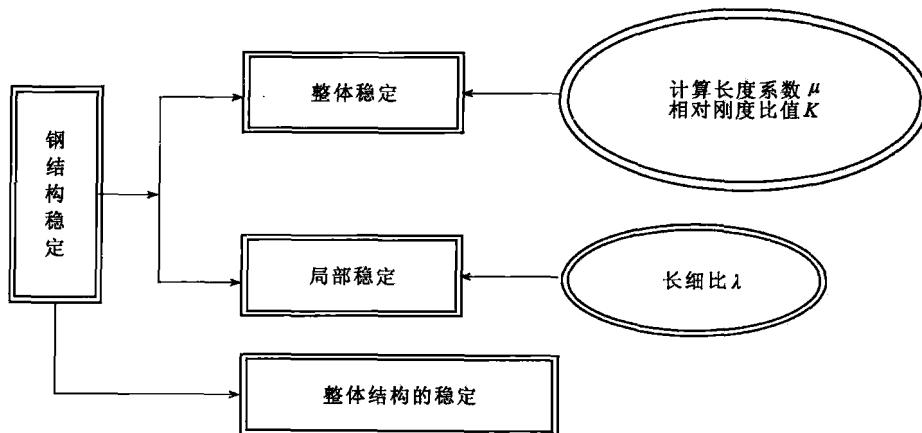


图 1.2 钢结构稳定设计

上述传统的设计方法，根据第一阶段的内力，通过长细比 $\lambda$ 查得的稳定系数 $\varphi$ 来进行构件的稳定验算，用以考虑钢构件的二次效应 $P-\delta$ 的影响，通过相对刚度比值 $K_1$ 、 $K_2$ 换算的计算长度系数 $\mu$ 来考虑结构的侧移 $P-\Delta$ 和杆端约束的影响，通过控制钢构件各个板件的宽厚比值控制钢构件的局部失稳。实质上是通过两阶段设计，用线性分析方法通过引入稳定系数的方法考虑了非线性因素的影响，包括通常所说的“二阶效应”，各种稳定系数和板件的宽厚比限制来源于理论结果的对比分析和试验结果。

而在《高层民用建筑钢结构技术规程》(JGJ 99—98)第5.2.11条同时规定了：“对于无支撑的结构和 $\Delta\mu/h > 1000$ 的有支撑的结构，应按能反映二阶效应的方法验算结构的整体稳定”。同时，在一些空间单层网壳结构方面，稳定分析的重要性和该类结构对几何缺陷的敏感性影响，都需要对大型三维空间钢结构进行精确的非线性稳定分析，这类稳定分析应该称之为整体结构的稳定分析。在现有钢结构设计规范里没有对该类整体稳定进行简化计算，换而言之：对整体结构的稳定性分析不能通过两阶段分析，先进行线性内力分析，再进行稳定设计，两阶段设计已不能满足要求，必须进行非线性跟踪分析才能对整体结构的失稳形态有所了解，从而确定整体结构的临界荷载。

随着计算技术的不断发展和计算理论的不断完善，为完善精确的计算钢结构稳定问题，世界著名力学与结构权威 W. F. Chen 等教授 (W. F. Chen 和 S. Toma, 1994) 在《Advanced Analysis of Steel Frames》一书中提出了“钢结构高等分析”的设计方法。它的

定义是：通过精确的结构的非线性分析，完善地考虑结构的二阶效应及其他非线性因素的影响，通过一次性结构非线性分析完成由传统两阶段设计所做的工作。

高级分析技术是指通过一次性结构分析，完善地考虑了强度和稳定性的要求，从而不需要进行按规范规定的构件承载力校核。运用高级分析技术不进行单独构件承载力验算的原因在于：高级分析技术本身能够保证整体结构系统和各个构件的强度及稳定性的要求。因此，钢结构高级分析技术简化了钢结构设计过程，然而，就目前各国的规范而言，目前只有欧洲标准《EC3》—1991 和澳大利亚的极限状态设计规范《AS4100》—1990 做了相应规定，允许假定合理完善地考虑了各种非线性因素影响之后，可以不进行单独构件的梁柱承载力验算。钢结构高级分析不同于常规设计之处在于首次将强度设计、稳定设计和塑性设计合并在总体结构分析之中，而常规设计则将三者的要求分开来进行，通过有效计算长度系数考虑结构构件的稳定性、通过相关方程考虑结构构件的弹塑性状态、通过规定结构构件各个板件的宽厚比值控制钢构件的局部失稳，因此，钢结构高级分析更加优化了钢结构设计过程。

故探索一种通过一次性的结构分析，完善地考虑结构的强度、整体稳定和局部稳定验算的高级分析理论成为各国理论分析和工程技术人员追求的目标。

## 1.2 结构静力非线性稳定分析

结构的加载过程或称之为受力过程，最简单的方法也是最实用的方法基于两点：其一，结构的变形与荷载的关系，以及应力与应变的关系称之为“线性”；其二，所施加的荷载是确定的“静载”。静载和线性确实为结构分析带来了很大的方便，然而科学技术总是不断地追求着完美和精确，科学方法更能反映现实世界的真实状况，随着研究的深入，上述两点假定至少不能反映现实世界的真实物理现象，只能称之为近似计算。

### 1.2.1 非静荷载的求解方法

荷载的“静”与“动”之区别在于加载时间与作用于结构上的时间相比较而言的。加载时间反映出了荷载对结构影响的大小，作用时间反映了冲量大小，也决定着对结构的动力效应，所以说第一种“静荷载”应该是作用时间无限长，所谓“轻拿轻放”。第二种“静荷载”则应该是一次性加载，其作用效应会随时间在阻尼的作用之下而衰减为“零”。严格来说，上述两种纯粹的“静荷载”是不存在的，所以说“静”是相对的，而“动”是绝对的。

首先在地震作用和机械设备振动荷载作用之下的荷载，如果再看作大小不变的静荷载显然不再适用，于是首先从振动平衡微分方程的求解出发：

$$[M]\{u\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \quad (1.1)$$

利用振型的正交性，采用解耦的方法获得了各个振型的最大反应，然后将各振型的反应进行叠加的方法，求得结构的最大振动效应，称之为振型分解反应谱法。对各个振型进行解耦是为了使得耦合的微分方程可解，这种方法也是早期的一种可以手工求解的方法，可以理解为振动分析的解析方法，对于大型振动方程通常首先采用子空间迭代的方法缩减自由度到有限的子空间，然后采用广义雅可比法（Jacobi）求解。

随着计算机技术的不断发展，在结构工程领域发展了大量的数值计算方法，这种计算方法通过大量的数值迭代算法逐步逼近真实解，重复计算工作量大，正好适合计算机计算

速度快的特点，在动力分析领域是通过振动增量平衡微分方程：

$$[M]\delta\{\ddot{u}\} + [C]\delta\{\dot{u}\} + [K]\delta\{u\} = \delta\{f\} \quad (1.2)$$

通过数值积分的方法求得有限时刻的动力反应，而右端的动力增量在地震作用下可以代替为地震加速度与质量的乘积  $[M]\delta\{a\}$ ，加速度时程可以是真实的地震波记录，也可以是根据现场情况模拟的人工波，求解方法有线性加速度法，以及在此基础上发展的威尔逊θ法、纽马克β法等方法。

### 1.2.2 非线性问题的求解方法

力学问题的线性化处理也是如此，线性化假定简化了分析过程，同时，又遇到了线性化假定解决不了而又不得不面对的问题：

问题之一：是在描述材料屈服以后的物理性能时显然已不适用，需要用塑性力学的能够反映材料屈服以后的非线性本构关系的方法处理，这种方法也只能适用材料的硬化阶段以前，随着荷载的增加，材料会产生裂纹，描述裂纹开展又需要用断裂力学的知识处理，而描述裂纹开展以前材料破坏过程需要用基于物理热力学理论的损伤力学处理，因此就本构关系而言，简单的线性假定显然已经不适用物理现象的描述。

问题之二：结构分析过程中，结构的几何形态和尺寸总是以初始形态来描述的，也就是总认为结构的变形很小。这种假定在只能认为是在小变形时的一种近似计算，基于此假定的无缺陷结构永远不会失稳，所以，小变形的线性假定不能解决结构稳定问题。结构失稳的实质是在初始缺陷影响下由于几何变形所产生的二阶效应所导致的结构失效过程。而稳定问题在结构设计当中是不可逾越的，因此在线性力学分析之上对稳定问题的处理只能是半理论半实验归纳的方法，而实验证明：不同的截面形式其失稳临界荷载是不同的，据此需要把钢结构截面分为A、B、C三类，后又增加了D为第四类截面。稳定系数φ则来源于临界荷载与强度失效的比值。为考虑边界条件的影响又引进了计算长度系数μ。上述种种不便的根源在于力学分析的不完善性，就结构的本质而言，非线性或者二阶效应的存在是绝对的，而线性是相对的，只是在小变形时候的一种近似。钢结构稳定分析有如下几种方法：

#### (1) 单个构件平衡微分方程的解析方法：

对于受压杆件平衡方程：

$$EIy'' + \sum M = 0 \quad (1.3)$$

和受压板平衡方程：

$$D\left(\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4}\right) + N_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (1.4)$$

分别求解可以解得一系列临界荷载，其最小值即为构件的稳定承载力。这种分析方法为求得微分方程的解，通常需要假定失稳的形态，以方便方程的求解。

#### (2) 整体结构的特征值屈曲分析：

对于整体结构而言，通常求解如下特征值问题，所求得的特征值即为结构的临界荷载，特征向量称为结构失稳的屈曲模态——失稳变形形态：

$$(K_e + \lambda K_g)X = 0 \quad (1.5)$$

式中： $K_e$  为结构线性刚度矩阵； $K_g$  为结构几何刚度矩阵； $\lambda$  为特征值，参考荷载的增量系数； $X$  为特征向量，结构的屈曲模态。

#### (3) 整体结构几何非线性全过程跟踪分析：

基于修正 Lagrangian 构形的增量虚位移原理：

$$\int_V S_{ij} \delta_1 \epsilon_{ij}^{-1} dV + \int_V t_{ij} \delta_1 \eta_{ij}^{-1} dV = {}^2 R - {}^1 R \quad (1.6)$$

可以导得结构增量平衡方程：

$$[K_{j-1}^i] \{ \Delta U_j^i \} = \{ P_j^i \} - \{ F_{j-1}^i \} \quad (1.7)$$

式中： $[K_{j-1}^i]$  为第  $i$  级荷载增量第  $j-1$  次迭代的结构总体刚度矩阵；

$\{ \Delta U_j^i \}$  为第  $i$  级荷载增量第  $j$  次迭代的结构位移增量；

$\{ P_j^i \}$  为第  $i$  级荷载增量第  $j$  次迭代的结构的外加荷载；

$\{ F_{j-1}^i \}$  为第  $i$  级荷载增量第  $j-1$  次迭代的结构单元内力在每一节点的总和。

方程 (1.7) 可以通过非线性方程的迭代方法，求得结构的荷载-位移曲线，从而获得结构在整个加载过程中强度、刚度和极限承载力。上述迭代求解方法可以：

- 1) 通过杆系梁-柱单元求解整体结构的稳定承载力；
- 2) 通过多个梁-柱单元的刚接求解构件的整体稳定承载力；
- 3) 通过板壳单元求解构件的局部稳定和相关屈曲、节点区局部变形；
- 4) 可以考虑材料的弹塑性性能，进行几何非线性和材料非线性分析双重分析；
- 5) 引入损伤变量，在考虑几何、材料非线性之下，分析结构损伤的演化过程。

上述工作将在 2~5 章的相关章节中加以论述。钢结构稳定对缺陷非常敏感，缺陷的施加一般有两种方法：随机缺陷和一致缺陷。缺陷的产生具有随机性，随机缺陷的施加方法需要对一定数量的随机缺陷进行迭代分析才能评价结构的稳定承载力，因此计算工作量较大。因此，在现阶段普遍采用一致缺陷施加方法，首先通过式 (1.5) 的特征值分析，获得结构的屈曲模态，以最低屈曲模态或最低几阶屈曲模态作为缺陷分布，相对于随机缺陷而言通过有限次计算即可获得满意的缺陷分布，从而得到结构合理的稳定承载力。

### 1.3 结构动力非线性稳定分析

结构除存在着静力失稳外，同样也可能动力失稳。静力失稳属于结构几何非线性的范畴，动力失稳则属于动力非线性研究的范畴。

结构动力失稳可以解释为在外部激励荷载远小于强度极限承载能力时，随着激励的进行，结构振动幅值无限增大以至于发散的现象。在求解动力稳定性问题时，影响结构动力失稳的因素除了外部激励荷载的大小以外，激励周期与结构参数也起着至关重要的作用，同时，稳定本身就是二阶效应-几何非线性的影响，因此，研究结构动力稳定性也必须从结构动力非线性出发。

通常采用两种方法研究结构的动力稳定性，无论何种方法，研究动力问题总是由下面的动力增量平衡方程出发：

$$[M] \delta \{ \ddot{u} \} + [C] \delta \{ \dot{u} \} + [K^e] \delta \{ u \} = \delta \{ f \} \quad (1.8)$$

或改写为：

$$[M] \delta \{ \ddot{u} \} + [C] \delta \{ \dot{u} \} + [K^e] \delta \{ u \} + p_i [K_{fx}^e] \delta \{ u \} = \delta \{ f \} \quad (1.9)$$

式中， $[K^e] \delta \{ u \}$  为结构刚度的线性项； $p_i [K_{fx}^e] \delta \{ u \}$  为结构刚度的非线性项。

- (1) 解析分析法：在解析法确定结构动力不稳定区域中，通常采用傅里叶级数法和矩

阵摄动法（又称为小参数法）（陈塑寰，1999；刘延柱，2001），本章后续内容将首先利用矩阵摄动法确定无阻尼系统的不稳定区域，而后利用傅里叶级数法确定有阻尼系统的不稳定区域，确定空间结构的失稳临界频率方程。通过动力平衡微分方程求解动力失稳荷载和周期，由于涉及荷载幅值和周期两个参数，因此，表现为平面上的一个区域。

(2) 数值跟踪分析法：精确的几何非线性有限元法，通过增量非线性动力分析方法跟踪某一种激励的位移时程，确定结构的动力稳定性，往往通过多次计算才能确定结构在整个求解域上的失稳区域（James F. Doyle, 2001；符·华·鲍洛金，1960；铁摩辛柯，1958）。动力稳定性属于非线性振动的相关内容（James F. Doyle, 2001；Wojciech Glabisz, 1998；褚德超，2004；刘延柱，2001）。

本书的出发点试图通过深入、完善的结构静、动力非线性分析，来满足工程设计的需要。主要理论工作和程序的编制如图 1.3 所示。

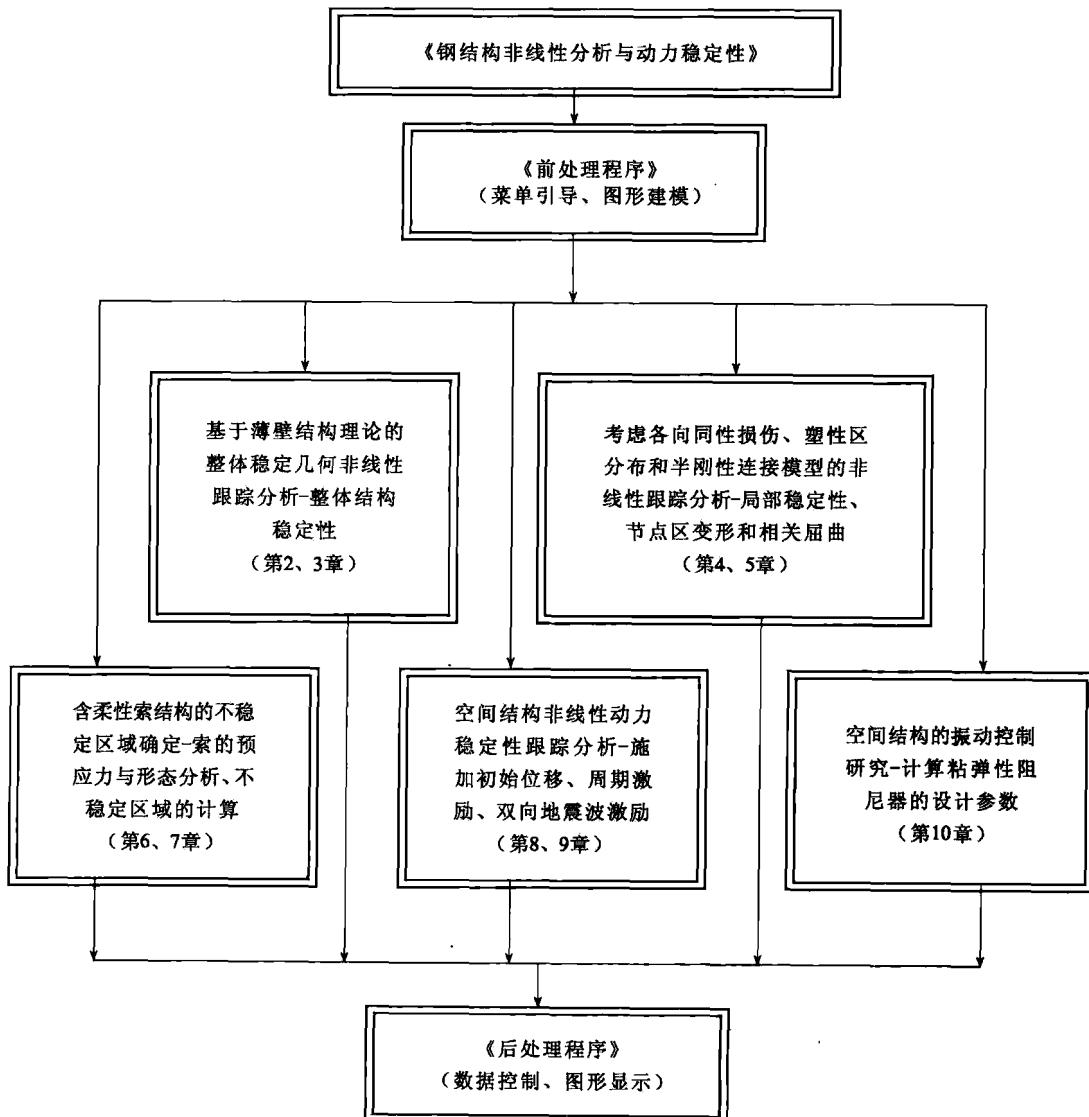


图 1.3 程序框图

## 第2章 基于薄壁结构理论的三维空间钢构件单元刚度矩阵

为对三维空间杆系结构进行非线性大位移受力分析，需要寻找一种适合钢结构的梁-柱单元，因此本章将基于薄壁结构理论，从修正 Lagrangian 构形的增量虚位移原理出发，分别以拉弯、压弯、纯弯构件的微分方程的解作为形状函数，推导三种不同的三维空间薄壁构件单元的切线刚度矩阵。单元刚度矩阵的推导紧密结合钢构件的特性，考虑了截面翘曲正应力和剪应力的影响，本章所推导的空间薄壁构件单元切线刚度矩阵，既可以用来分析普通空间梁柱构件，也可以用来分析空间薄壁钢构件单元，铰接杆单元将通过单元内部消元形成。

### 2.1 非线性切线刚度矩阵的必要性

钢结构设计中，结构的稳定性通常起控制作用。常规的稳定分析是先进行线性内力计算，再通过稳定系数考虑结构的二阶效应，稳定系数来源于构件的临界承载力与强度承载力的比值，同时通过截面分类考虑了截面形状和孔制条件的影响、通过计算长度的变化体现边界条件的不同影响，上述控制条件在解析解里是直接通过边界条件影响微分方程的解而体现的（陈骥，2001）。这种设计方法也是《钢结构设计规范》（GBJ 17—88）所推荐采用的方法。同时，《高层民用建筑钢结构技术规程》5.2.11 条要求对不满足 5.2.10 条的结构需要用考虑二阶效应的方法进行整体稳定验算，即要求进行大位移几何非线性分析。

通常几何非线性稳定分析是将梁-柱构件简化为平面结构，每端考虑两个平动自由度和一个转动自由度，或者在三维空间考虑三个平动自由度和三个转动自由度，而钢构件的特点通常是由板件焊接而成。本文针对钢结构稳定分析的特点，考虑构件在三维空间六个自由度的基础上，增加了两方面的工作：(1) 采用基于薄壁结构理论的空间薄壁构件，应用修正的 Lagrangian 构形的增量虚位移原理，考虑了钢构件截面翘曲的影响。(2) 针对通常的有限元分析总是假定杆件的形函数为 Lagrange 或 Hermite 型插值函数 (Yeong-Bin Yang, 1986)，不能精确地反映构件的真实变形，甚至误差将影响增量虚位移原理成立的情况 (J. Y. Richard Liew, 2000)，本文的形状函数采用薄壁结构微分方程的解，从而使推导结果能更加精确地满足增量虚位移原理。这种能充分考虑结构的翘曲正应力和剪应力的单元切线刚度矩阵可适用于钢结构构件的非线性分析，建立模型时尽量多地考虑了钢结构的设计需要也是本章的特色之一。

## 2.2 修正 Lagrangian 构形的增量虚位移原理

本文以下的推导皆以  $C_0$  表示初始未变形的构形,  $C_1$  表示已知的变形后的某一参考构形,  $C_2$  表示变形后的构形。构件考虑四种截面: 工字形、双工字形、矩形、圆管截面。由于全部为双对称截面, 因此其形心与剪心是重合的, 局部坐标系遵守右手螺旋法则, 以形心轴为  $X$  轴, 两个主轴作为  $Y$  轴和  $Z$  轴, 如图 2.1 所示。

基于  $C_1$  构形修改的虚位移原理可以表示为:

$$\int_V^2 S_{ij} \delta_1 \varepsilon_{ij}^{-1} dV = {}_1 R, \quad (R \text{——平衡态外力所做的功})$$

将  ${}^2 S = {}_1 t + {}_1 S$ ,  $\delta_1 \varepsilon_{ij} = \delta_1 e_{ij} + \delta_1 \eta_{ij}$ , 代入并加以整理

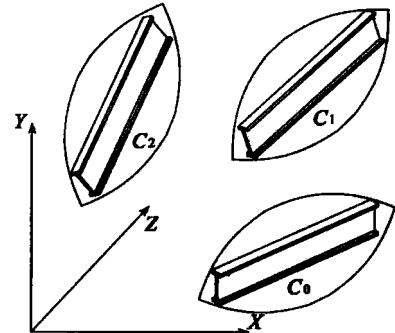


图 2.1 物体运动构形

$$\text{得修正 Lagrangian 构形的增量虚位移原理: } \int_V {}_1 S_{ij} \delta_1 \varepsilon_{ij}^{-1} dV + \int_V {}_1 t_{ij} \delta_1 \eta_{ij}^{-1} dV = {}_1 R - {}_1 R \quad (2.1)$$

其中:

$${}_1 R = \int_V {}_1 t_{ij} \delta_1 e_{ij}^{-1} dV$$

将增量本构方程:  ${}_1 S_{ij} = {}_1 C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$  代入式 (2.1) 有:

$$\int_V {}_1 C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \delta_1 \varepsilon_{ij}^{-1} dV + \int_V {}_1 t_{ij} \delta_1 \eta_{ij}^{-1} dV = {}_1 R - {}_1 R \quad (2.2)$$

修改的 Green 应变增量分为线性与非线性部分, 即:  ${}_1 \varepsilon_{ij} = {}_1 e_{ij} + {}_1 \eta_{ij}$ , 于是:

$$\begin{aligned} & \int_V {}_1 C_{ijkl} e_{kl} \delta_1 \varepsilon_{ij}^{-1} dV + \int_V {}_1 C_{ijkl} \eta_{kl} \delta_1 \varepsilon_{ij}^{-1} dV + \int_V {}_1 C_{ijkl} e_{kl} \delta_1 \eta_{ij}^{-1} dV \\ & + \int_V {}_1 C_{ijkl} \eta_{kl} \delta_1 \eta_{ij}^{-1} dV + \int_V {}_1 t_{ij} \delta_1 \eta_{ij}^{-1} dV = {}_1 R - {}_1 R \end{aligned} \quad (2.2a)$$

通常将修正的 Green 应变增量以线性部分代替全部, 也就是:  ${}_1 S_{ij} \approx {}_1 C_{ijkl} e_{kl}$ 、 $\delta_1 \varepsilon_{ij} \approx \delta_1 e_{ij}$  代入式 (2.2), 得:

$$\int_V {}_1 C_{ijkl} e_{kl} \delta_1 e_{ij}^{-1} dV + \int_V {}_1 t_{ij} \delta_1 \eta_{ij}^{-1} dV = {}_1 R - {}_1 R \quad (2.2b)$$

式中,  ${}_1 e_{ij}$  和  ${}_1 \eta_{ij}$  分别表示修正的 Green-Lagrange 应变增量的线性和非线性部分;  ${}_1 \tau_{ij}$  为 Cauchy 应力。

由于工程应变  $\varepsilon_{ii} = e_{ii}$ ,  $\gamma_{ij} = 2e_{ij}$  以及虎克定律  $\sigma_{ii} = E\varepsilon_{ii}$ ,  $\tau_{ij} = G\gamma_{ij}$ , 通常假定  ${}^1 t_{yy} = {}^1 t_{zz} = {}^1 t_{xx} = 0$ , 并考虑到  $e_{ij} = e_{ji}$ ,  $\eta_{ij} = \eta_{ji}$ , 因此修正 Lagrangian 构形的增量虚位移原理式 (2.2) 可以改写为下式 (为清晰起见, 以下全部指已知变形后参考构形  $C_1$ , 其左标 “1” 取消):

由式 (2.2a) 得:

$$\begin{aligned} & \int_V (E e_{xx} \delta e_{xx} + 4G e_{xy} \delta e_{xy} + 4G e_{xz} \delta e_{xz}) dV + \int_V (E \eta_{xx} \delta e_{xx} + 4G \eta_{xy} \delta e_{xy} + 4G \eta_{xz} \delta e_{xz}) dV + \\ & \int_V (E e_{xx} \delta \eta_{xx} + 4G e_{xy} \delta \eta_{xy} + 4G e_{xz} \delta \eta_{xz}) dV + \int_V (E \eta_{xx} \delta \eta_{xx} + 4G \eta_{xy} \delta \eta_{xy} + 4G \eta_{xz} \delta \eta_{xz}) dV + \end{aligned}$$

$$\int_V (^1t_{xx}\delta\eta_{xx} + 2^1t_{xy}\delta\eta_{xy} + 2^1t_{xz}\delta\eta_{xz}) dV = ^2R - ^1R \quad (2.2c)$$

由式 (2.2c) 得:

$$\int_V (Ee_{xx}\delta e_{xx} + 4Ge_{xy}\delta e_{xy} + 4Ge_{xz}\delta e_{xz}) dV + \int_V (^1t_{xx}\delta\eta_{xx} + 2^1t_{xy}\delta\eta_{xy} + 2^1t_{xz}\delta\eta_{xz}) dV = ^2R - ^1R \quad (2.2d)$$

本文的推导将基于式 (2.2c), 运用线性化的虚位移原理推导空间薄壁结构梁-柱单元的结构单元刚度矩阵。

## 2.3 几何关系

假定截面形心为  $C$ 、剪切中心为  $T$ , 以  $(u, v, w)$  表示截面形心的位移, 以  $(u_t, v_t, w_t)$  表示剪切中心的位移,  $(a_y, a_z)$  表示截面形心到剪切中心的距离, 基于 Vlasov 的扭转理论和 Bernoulli 平截面弯曲假定,  $p$  ( $u_x, u_y, u_z$ ) 表示截面任意点的位移,  $\omega, \omega_t$  分别为相对于形心和剪切中心的扇性坐标 (图 2.2)。

$$\begin{cases} u_x = u_t - yv'_t - zw'_t - \omega_t\theta'_x \\ u_y = v_t - (z - a_z)\theta_x \\ u_z = w_t + (y - a_y)\theta_x \end{cases} \quad (2.3)$$

式中,  $a_z$  为剪心与形心  $Z$  方向的间距;  $a_y$  为剪心与形心  $Y$  方向的间距, 当双对称截面形心与剪切中心重合时:

$$\begin{cases} u_x = u - yv' - zw' - \omega\theta'_x \\ u_y = v - z\theta_x \\ u_z = w + y\theta_x \end{cases} \quad (2.3a)$$

$$\text{定义: } {}^1F_x = \int_A {}^1t_{xx} dA, {}^1F_y = \int_A {}^1t_{xy} dA, {}^1F_z = \int_A {}^1t_{xz} dA, {}^1M_x = \int_A ({}^1t_{xx}y - {}^1t_{xy}z) dA,$$

$${}^1M_y = \int_A {}^1t_{xx}zdA, {}^1M_z = - \int_A {}^1t_{xy}ydA \quad (2.4)$$

$$\text{定义: } {}^2F_x = \int_A {}^2S_{xx} dA, {}^2F_y = \int_A {}^2S_{xy} dA, {}^2F_z = \int_A {}^2S_{xz} dA, {}^2M_x = \int_A ({}^2S_{xx}y - {}^2S_{xy}z) dA,$$

$${}^2M_y = \int_A {}^2S_{xx}zdA, {}^2M_z = \int_A ({}^2S_{xy}y) dA \quad (2.4a)$$

式中,  ${}^2S_{ij}$  为修改的 Kirchhoff 应力张量。

由修改的 Green 应变增量 (UpdAted Green strain increment) 公式:

$${}_1\varepsilon_{ij} = {}_1e_{ij} + {}_1\eta_{ij} \quad (2.5)$$

$$\text{其中: } {}_1e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial {}^1x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial {}^1x_i} \right) \quad (2.6)$$

$${}_1\eta_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_k}{\partial {}^1x_i} \frac{\partial u_k}{\partial {}^1x_j} \quad (2.7)$$

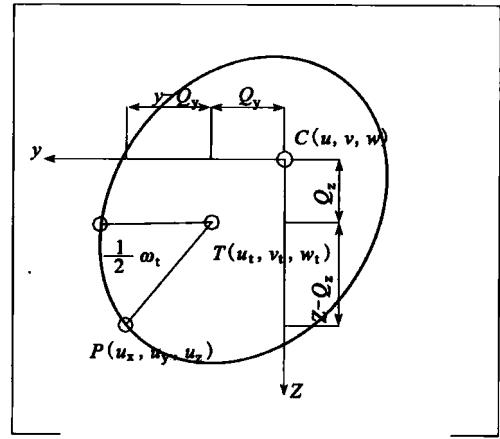


图 2.2 截面几何关系