



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

数字信号处理

(第2版)

◆ 李力利 刘兴钊 编著

Electronic Information
Science and Engineering



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
电子信息科学与工程类专业规划教材

数字信号处理

(第2版)

李力利 刘兴钊 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本书介绍离散时间信号处理的基本理论和方法。内容包括：离散时间信号和系统的基本概念、 z 变换、傅里叶变换、线性时不变系统的变换域分析、连续时间信号的采样、离散傅里叶变换及快速实现、离散时间滤波器的设计与实现。附录内容包括：有限字长效应，离散时间随机信号的基本概念及谱估计，离散傅里叶变换的其他快速计算方法，离散余弦变换，连续时间滤波器的设计，IIR 滤波器设计的频率变换和最小均方误差设计。

本书可作为信息与通信工程、电子科学与技术等电子或电气信息类专业的本科生教材，也可作为其他专业本科生和研究生的选修课教材，还可供从事信号与信息处理的科技工作者参考。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目 (CIP) 数据

数字信号处理/李力利, 刘兴钊编著. —2 版. —北京: 电子工业出版社, 2016. 4

电子信息科学与工程类专业规划教材

ISBN 978-7-121-28312-3

I. ① 数… II. ① 李… ② 刘… III. ① 数字信号处理-高等学校-教材 IV. ① TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 048947 号

责任编辑: 韩同平 特约编辑: 李佩乾 邹凤麒 段丹辉

印 刷: 三河市兴达印务有限公司

装 订: 三河市兴达印务有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编: 100036

开 本: 787 × 1092 1/16 印张: 16 字数: 512 千字

版 次: 2010 年 7 月第 1 版

2016 年 4 月第 2 版

印 次: 2016 年 4 月第 1 次印刷

定 价: 39.80 元

凡所购买电子工业出版社的图书, 如有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

第2版前言

随着数字信号处理学科理论和方法的发展,以及应用领域的日益广泛,数字信号处理课程在国内外各个大学的本科教学中广为开设,并涵盖了越来越多专业的学生。

本书编者在长期主讲该课程的过程中,感受到不同层次的学生对该课程的不同程度的需求,所以本书在写作风格上力求做到言简意赅,深入浅出。在内容安排上,遵循由浅入深的学习过程,为了使初学者不被复杂的理论及公式推导所吓倒,本书将有限字长效应等较难掌握、一般主张在研究生课程中学习的内容放在附录中介绍,本科生可以根据自己的兴趣和能力有选择地学习。另外,考虑到已经有很多书籍专门介绍 MATLAB 编程,并且越来越多的专业教材中加入了 MATLAB 的编程指导和示例,所以本教材对 MATLAB 不做专门的阐述。

本书并不是数字信号处理学科的百科全书,它只包含了该领域最基本的概念、理论和方法。其中正文部分又是这些基础中的基础,仅仅包括本科生必须了解的知识,全书共9章。绪论部分力图给学生一个总体概念,其内容完全脱离数学推导,用通俗浅显的方式给出本书的主题,使学生建立感性认识,并激发对该学科的兴趣。第1~4章是离散时间信号和系统的基本理论,即离散时间信号和系统基础、 z 变换、傅里叶变换,以及线性时不变系统的变换域分析。第5章讨论连续时间信号的采样。第6~7章是离散傅里叶变换及其快速实现。第8~9章是离散时间滤波器设计与实现。一些不太常用但也可能在工程实践中遇到的方法,比如离散傅里叶变换的其他快速计算方法等;一些无须深入理解就可借助 MATLAB 工具实现的技术,比如连续时间滤波器的设计、IIR 滤波器的频率变换及最优设计;一些实践性比较强的问题,比如有限字长效应等,都被安排在附录中介绍。另外,附录还有供学生开拓视野的离散随机信号的谱估计及离散余弦变换方面的简单介绍。附录内容可以根据需要有选择地放入课堂教学中,也可留做课外阅读。这也就意味着学生在这些章节中是没有习题负担的。

为了使学生能通过解题对本课程的基本理论和方法加深理解并进一步开阔眼界,本书在习题方面花了大量精力,在题目形式和内容上均有所创新。习题部分分成选择题、填空题、计算题和证明题,以及 MATLAB 上机题四种类型,其中加“*”号的习题是加深题,同学们可以根据情况选做。有些知识点,比如希尔伯特变换和戈泽尔算法等概念,被放在习题中让学生了解。前三类习题全部附有最终答案,对第四类习题在题目后面给出可以调用的工具箱函数,教师布置的实验上机题也可从中选取。这些习题题量较大,难易结合,除了考查学生的解题能力,特别注重基本概念的理解。其中选择题特别有助于纠正学生容易出现的错误概念。

如果采用本书做教材并且不打算课堂讲授附录部分的内容,则可以考虑减少课内学时数,增加实验课和习题课的课时,给学生更多的时间和空间自主学习。

本书由李力利、刘兴钊编著,由胡光锐教授审稿。

最后,对本书的参考文献中的作者们表示感谢,并感谢在本书编写过程中担任录入工作的研究生们。

由于编者水平有限,书中难免会有一些错误和不足,恳请广大读者批评指正。

编著者

于上海交通大学

(li3li4li4@126.com)

目 录

绪论	(1)	响应间的关系	(79)
第1章 离散时间信号和系统基础 ...	(9)	4.3.1 差分方程与系统函数间的关系	(79)
1.1 离散时间信号——序列	(9)	4.3.2 有理系统函数的频率响应 ...	(81)
1.1.1 表示和分类	(9)	4.4 广义线性相位系统的变换域分析	(86)
1.1.2 基本运算	(10)	4.4.1 定义	(86)
1.1.3 基本序列	(13)	4.4.2 充分条件	(87)
1.1.4 周期性	(15)	4.4.3 因果广义线性相位 FIR 系统	(88)
1.1.5 对称性	(16)	4.5 小结	(92)
1.2 离散时间系统	(18)	习题	(93)
1.2.1 离散时间系统的表示和分类 ...	(18)	第5章 连续时间信号的采样	(98)
1.2.2 线性时不变系统	(20)	5.1 理想采样	(98)
1.2.3 线性常系数差分方程	(24)	5.2 理想重构	(101)
1.3 小结	(26)	5.3 采样定理	(102)
习题	(27)	5.4 连续时间信号的离散时间处理	(104)
第2章 z 变换	(31)	5.5 离散时间信号的连续时间处理	(107)
2.1 z 变换的定义	(31)	5.6 模拟信号的数字处理	(108)
2.2 z 变换的收敛域性质	(32)	5.7 利用离散时间处理改变采样率	(110)
2.3 z 反变换	(36)	5.7.1 采样率按整数因子降低	(111)
2.4 z 变换的性质	(38)	5.7.2 采样率按整数因子升高	(112)
2.5 小结	(43)	5.7.3 采样率按非整数因子变化	(114)
习题	(44)	5.7.4 变采样率信号处理的应用	(115)
第3章 傅里叶变换和离散傅里叶级数 (DFS)	(47)	5.8 小结	(117)
3.1 傅里叶变换的定义	(47)	习题	(118)
3.2 傅里叶变换与 z 变换的关系	(51)	第6章 离散傅里叶变换 (DFT) ...	(122)
3.3 傅里叶变换的性质	(52)	6.1 DFT 的定义	(122)
3.4 DFS 的定义	(59)	6.2 DFT 与 DFS 的关系	(123)
3.5 周期信号的傅里叶变换表示 ...	(61)	6.3 频域取样	(125)
3.6 DFS 的性质	(62)	6.4 DFT 的性质	(128)
3.7 小结	(66)	6.5 用 DFT 实现信号傅里叶变换分析	(136)
习题	(67)		
第4章 LTI 系统的变换域分析	(71)		
4.1 系统函数	(71)		
4.2 频率响应	(73)		
4.3 差分方程、系统函数和频率			

6.5.1 短时傅里叶变换	(137)	9.3 FIR 滤波器的基本 实现结构	(191)
6.5.2 用 DFT 实现短时 傅里叶分析	(138)	9.4 小结	(196)
6.6 小结	(143)	习题	(197)
习题	(144)	附录 A 离散时间随机信号	(200)
第 7 章 快速傅里叶变换 (FFT) ...	(149)	附录 B 有限字长效应	(203)
7.1 时域抽选基 2 FFT 算法	(149)	B.1 实数的表示及运算	(203)
7.2 频域抽选基 2 FFT 算法	(153)	B.2 模数转换中的量化误差 ...	(206)
7.3 实现中的具体问题	(155)	B.3 FFT 实现中的有限 字长效应	(207)
7.4 实序列的 FFT 算法	(157)	B.4 离散时间滤波器实现中的 有限字长效应	(208)
7.5 IDFT 的快速算法	(158)	附录 C 随机信号的谱估计	(216)
7.6 小结	(158)	C.1 经典谱估计	(216)
习题	(159)	C.2 近代谱估计	(217)
第 8 章 离散时间滤波器的设计 ...	(162)	附录 D DFT 的其他计算方法	(221)
8.1 技术指标	(162)	D.1 基 4 FFT 算法	(221)
8.2 由连续时间滤波器设计离散 时间 IIR 滤波器	(164)	D.2 分裂基 FFT 算法	(223)
8.2.1 脉冲响应不变法	(164)	D.3 线性调频变换算法	(226)
8.2.2 双线性变换法	(167)	附录 E 离散余弦变换 (DCT) ...	(228)
8.3 窗函数法设计 FIR 滤波器 ...	(171)	附录 F 连续时间滤波器的 设计简介	(230)
8.3.1 设计思想	(171)	F.1 巴特沃思低通滤波器	(230)
8.3.2 布莱克曼窗族	(173)	F.2 切比雪夫低通滤波器	(231)
8.3.3 凯泽窗族	(175)	F.3 椭圆低通滤波器	(232)
8.4 FIR 滤波器的等波纹最佳 逼近设计	(177)	附录 G IIR 滤波器设计的 频率变换	(233)
8.5 小结	(181)	附录 H IIR 滤波器的最小均方 误差设计	(235)
习题	(181)	习题答案	(237)
第 9 章 离散时间滤波器的实现 ...	(186)	参考文献	(248)
9.1 信号流程图表示	(186)		
9.2 IIR 滤波器的基本实现 结构	(187)		

绪 论

1. 信号的定义和分类

我们的生活离不开信息, 我们被淹没在信息的海洋里。那么什么是信息呢? 信息是客观世界中各种事物的状态和特征的反映, 是消息中包含的有意义的内容。我们把信息的载体和表现形式称为**信号**。在我们的生活中到处都有信号存在, 例如我们能看到的电视图像信号、交通灯信号, 能听到的声音信号, 还有不能直接感觉到的电磁波信号, 等等。数学上信号可以用一个或多个自变量的函数来表示, 例如声音信号可以表示成时间的函数 $x(t)$, 图像信号可以表示成二维空间的函数 $f(x, y)$ 。

我们可以从不同的角度对信号进行分类。信号可以分成电信号、磁信号、声音信号、光信号、机械信号和热信号等; 也可以分成一维、二维和多维信号; 或者分成周期信号和非周期信号; 还可以分成确定信号和随机信号, 等等。对信号的一种重要的分类方法是根据表示信号的函数的形式, 即自变量和函数(信号幅值)的取值是连续数值还是离散数值进行分类。下面详细说明。

在我们日常生活中到处可见连续型和离散型这两种不同形式的数值。比如水银温度计能显示连续型的温度值, 其特点是可以连续地表示任何一个温度值; 电子体温计显示的则是离散型的温度值, 它只能给出温度的跳变值。又如, 指针式钟表或数显式钟表给出的时间, 以及用连续旋转的旋钮或跳变按钮控制的电灯的亮度, 等等, 也分别对应连续型和离散型两种数值形式。

相应地, 根据信号的自变量和幅值的连续或离散可以将信号分成四类。自变量和幅值均连续的信号称为**模拟信号**, 如图 0-1(a) 所示。自变量和幅度均离散的信号称为**数字信号**, 如图 0-1(d) 所示。自变量连续而幅值连续或离散的信号统称为**连续时间信号**, 如图 0-1(a) 和(b) 所示。自变量离散而幅值连续或离散的信号统称为**离散时间信号**, 如图 0-1(c) 和(d) 所示。我们将自变量都称作时间, 尽管它不一定是时间。显然, 在这四种信号中, 只有数字信号才可以用有限数量的有限精度的数表示, 才适合于用计算机等数字设备进行存储和处理。

2. 数字信号的采集、存储和传输

自然界产生的信号一般都是模拟信号, 数字信号由数字设备直接产生或从模拟信号转换得到。下面举例说明这两种类型的声音信号。自然界的声音信号是模拟信号, 我们可以利用麦克风将之转换成电信号, 电流的幅度大小与声音的大小成正比, 这种电信号也是模拟信号。该模拟电信号又可以进一步被转换成磁信号或机械信号等其他类型的信号, 以模拟或数字信号的形式存储在不同的介质上。比如磁带是用磁性的强弱、乙烯树脂唱片是用波状沟纹的深浅记录声音信号随时间的连续变化情况的, 它们存储的是模拟形式的信号。而磁盘则用微粒被吸引至两个不同的方向、光盘用铝层表面的凹和凸(CD 和 CD-R)或磁性物质的两个极性(CD-RW)记录“0”或“1”的, 每个“0”或“1”称为一个二进制位(比特), 若干连续比特

合起来表示一个特定的数值，它们存储的是数字形式的信号。

除了麦克风可以捕捉模拟的声音信号以外，照相机可以捕捉模拟的光信号，根据最终存储的信号类型分成模拟相机和数码相机。另外，温度、湿度、气压、流速、红外线强度等各种模拟信号也都可以被不同的检测器所捕捉。如果最终输出的是数字信号，则在捕捉（即采集）过程中需要一个模拟到数字的转换过程，称为**模数转换 (AD: Analog to Digital)**。在某些情况下，还需要将数字信号转换成模拟信号，称为**数模转换 (DA: Digital to Analog)**。比如存储在光盘上的数字音乐信号必须转换成模拟电信号，才能驱动扬声器供人们欣赏。在 AD/DA 过程中会出现图 0-1(b) 和(c)所示的两类信号。

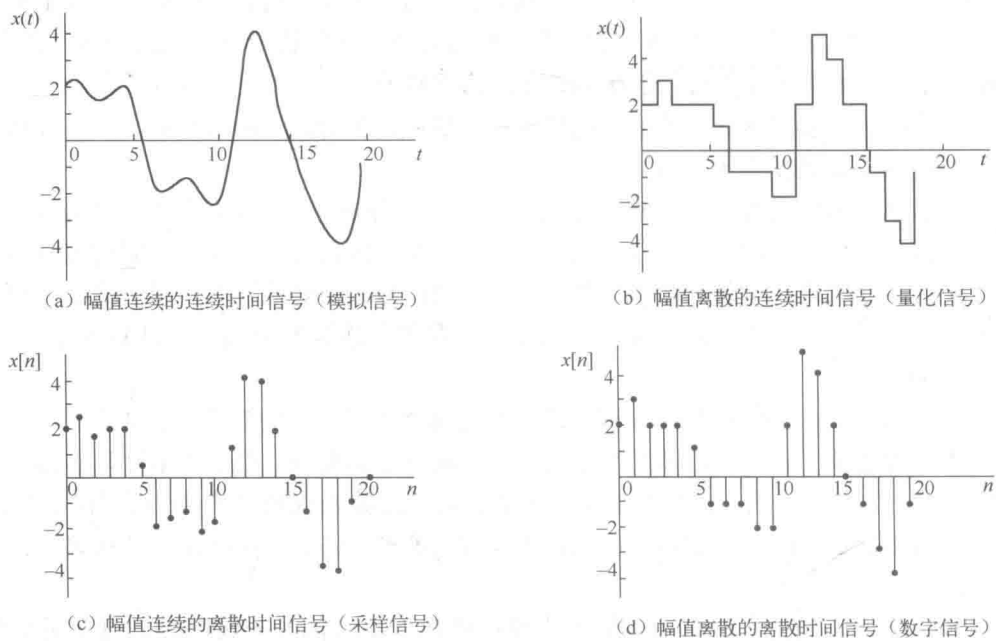


图 0-1 信号的分类

除了数字信号的存储采用二进制数表示以外，在各种数字电子设备（例如计算机和数字信号处理器）中，数字信号的表示和运算都采用二进制数。相比于十进制数，二进制数的表示方法比较简单，在数字设备中容易实现。比如二极管的通和断，三极管的饱和和截止，电容上电荷的有和无，脉冲信号的有和无，等等，只要存在两个截然相反的状态，就可以用这两个状态分别表示“0”和“1”。另外，二进制数的运算也较十进制数简单。

数字信号的传输与模拟信号的传输也不同（信号的复制可以看成是一种特殊的传输过程）。传输距离不太远且容量不太大时（例如计算机网络中的信号传输），数字基带信号可以直接传送，称为**基带传输**。而在另外一些信道，比如电话线和电视电缆这样的普通线路，以及无线信道和光信道中，数字基带信号必须经过调制将信号频谱搬移到高频才能在信道中传输，称为**频带传输**。图 0-2 给出了数字信号的基带信号和二进制频移键控(2FSK)调制信号。其中，图(d)是基带信号在传输过程中因各种因素的影响而产生失真后的信号。可以看出，无论哪种传输方式，数字通信传输的信号状态都只有差别很大的若干种（图 0-2 中就只有两种），只要各状态的失真没有超过临界状态，接收方就能正

确识别。所以在数字通信中可以利用中继再生器接收、识别、重新生成并发送信号，以修复失真，消除噪声累积。例如，古代人们用“点火”和“无火”两种状态表示“有敌人入侵”和“无敌人入侵”两种信息就属于数字通信，每隔一段距离设置的烽火台就相当于通信中的中继再生器。此外，数字通信还可以利用差错控制编码以及其他各种数字技术提高传输信噪比，还具有可

加密即保密性强等各种优势。可见，由于数字信号采用二进制数表示，“0”和“1”两种状态差别明显，在复制和传输过程中，不需要严格地保证信号的原始形状，就能正确识别或修复。相比起来，模拟信号的传输中，由于信号有无穷多取值连续的状态，一旦某个时刻的信号失真了，则读取时是无法纠正的，所以噪声干扰不易消除，失真是累加的，抗干扰能力较差。这就是为什么复制的光盘与原版光盘的音乐没有区别，而复制的磁带则产生降质的原因。也正因为如此，数字电视的收视质量可以接近演播室质量。再加上其节省功率、节省频带、可实现移动转播、视频点播等其他优势，最终将完全取代模拟电视。

但是，将模拟信号转换成数字信号进行存储和传输也带来了一些问题。一是数字信号与原始模拟信号相比总有一定的失真，也就是说唱片音乐与 CD 音乐播放出来是有微小区别的。但是只要 AD 转换过程满足一定的条件，该区别就不会被人类的耳朵或眼睛所察觉。这些条件简单地理解就是，采集的时间间隔足够小，使其能跟踪信号的快速变化，幅值的等级足够多，以使离散数值足够接近连续数值。二是数字信号占用的存储空间和信道带宽比模拟信号要大。例如 CD 上一首 5 分钟的立体声音乐就有超过 50MB 的数据量，所以数字信号的压缩就显得尤为重要。MP3 (MPEG-1 层 3) 通常能将音乐文件压缩到 1/12 的大小。但 MP3 压缩是有损的，即解压缩后的音乐与原始音乐相比音质有所降低。也有许多无失真的音频压缩技术，解压后的信号与压缩前完全相同，音质没有任何改变，但压缩比很难超过 2:1。而二维静止图像以及三维视频图像的有损压缩则可以达到比声音信号高很多的压缩比。另外，数字图像、音频和视频无限制无失真地复制也引起了版权保护方面的问题。又由于数字作品非常容易篡改，给法庭取证也带来很大的困难。目前非常热门的数字水印技术就是解决这两类问题的很有潜力的技术之一。数字水印技术在原始图像、视频或声音信号中加入一些附加数据，该数据非常隐秘以至于不会改变信号的主观质量，即不会被察觉，水印检测程序可以读取这些数据，并判断版权归属或是否被篡改。

3. 信号处理的定义和分类

以上提到的数字信号的采集、压缩、水印技术、差错控制编码和加密技术等都属于数字信号处理的研究范畴。所谓**信号处理**就是将信号进行分析、变换和综合等加工处理，以便于提取、增强、存储和传输有用信息。例如：去噪、图像增强、语音和图像识别、语音压缩，脑电图和心电图分析，等等。信号处理也分成模拟信号处理和数字信号处理，或采用更一般的术语——连续时间信号处理和离散时间信号处理。模拟信号处理 (ASP: Analog signal pro-

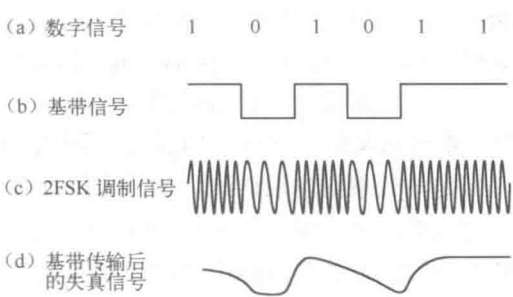


图 0-2 数字基带信号和 2FSK 调制信号

cessing)是采用模拟器件,例如晶体管、电阻、电容和电感等,对模拟信号进行处理。数字信号处理(DSP: Digital signal processing)是将信号表示成有限数量有限精度的数字序列,采用数值计算的方法来实现的信号处理。无论一个数字信号处理系统的功能有多么复杂,它都是由加法、乘法和延迟三种运算构成的(延迟运算就是将信号暂时存储起来),这是数字信号处理与模拟信号处理的本质区别。图 0-3 所示是一个简单的模拟和数字低通滤波器的比较。其中数字滤波器的每个输出信号都是前一个输出信号乘以 0.5,再加上当前的输入信号得到的。DSP 中的三种运算既可以由硬件电路实现,也可以由软件程序实现。

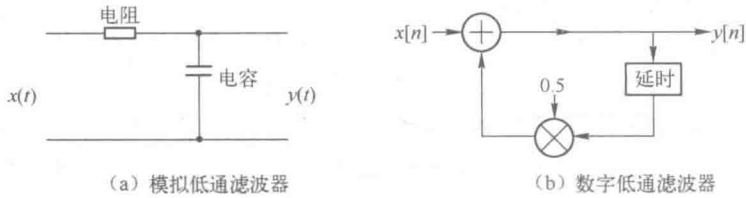


图 0-3 低通滤波器

4. 数字信号处理的应用和实现

20 世纪 60 年代以前,信号处理几乎都采用模拟技术。之后,随着信息学科和计算机学科的飞速发展,才出现了数字信号处理技术。数字信号处理学科研究和发展的三个主要方面是数字信号处理的理论、实现和应用。

数字信号处理的应用范围很广,并且还在不断扩大,已经逐渐取代模拟信号处理。其应用覆盖了从高端的军事系统,到工业控制、医疗、气象、通信,再到低端的消费类电子产品的各个方面。在军事上,其应用有雷达信号处理、声呐信号处理、导航、射频调制解调器、全球定位系统(GPS)、侦察卫星、航空航天测试、自适应波束形式、阵列天线信号处理等。在医疗上,数字信号处理可以实现健康助理、病人监视、超声仪器、诊断工具、CT 扫描、核磁共振、助听器等。数字信号处理在工业自动化控制中的应用有机器人控制和伺服控制等。家庭娱乐系统,例如数字电视、CD/MP3/VCD/DVD 播放机、数码相机、电子游戏机等,也在很大程度上依赖于数字信号处理。通信是数字信号处理的一个重要应用领域,如数字蜂窝电话和调制解调器等。可见,数字信号处理的应用涉及具体应用领域的专业知识。

正如上面列举的数字滤波一样,数字信号处理的实现可以是软件程序,也可以是硬件器件,具体来说分成三种。

(1) 纯软件实现:通过编写软件程序在通用计算机上实现。该方法的优点是功能灵活,开发周期短;但缺点是处理速度慢。随着计算机的高速发展,一些以前不能用纯软件来实时实现的处理现在可以实时处理了,例如 VCD/DVD 的解码播放。我们对实时处理的定义是:系统必须在有限的时间内对外部的输入信号或外部需要的输出信号完成指定的处理,即信号处理的速度必须大于或等于信号更新的速度,另外从信号输入到处理完成之间的延迟必须足够小。DVD 的实时解码要求能达到我们连贯地观看节目的需要。一般来说,软件实现只适用于算法的仿真研究、教学实验和一些对处理速度要求较低的场合。比如本课程采用的实验方式,用 MATLAB 程序处理已采集并存储在磁盘上的声音或图像文件,或处理由程序自己产生的信号,都属于纯软件实现,不是实时进行的。

(2) 专用硬件实现：采用由加法器、乘法器和延迟器构成的数字电路来实现某种专用的处理功能。例如快速傅里叶变换芯片、数字滤波器芯片和调制解调器等。这里提到的芯片称为专用 DSP 芯片(DSPs: Digital signal processors)，具有某种特定功能的软件算法被固化在芯片内，用户无须编程，只需给出输入数据，经过简单的芯片组合，就能在输出端得到结果。专用硬件实现的优点是处理速度快，缺点是功能固定不灵活，开发周期长，适用于要求高速实时处理的场合。

(3) 软硬件结合实现：采用通用单片机、通用可编程 DSPs 或 FPGA 等可编程逻辑器件，加以软件编程来实现。

其中的通用 DSPs 已成为通信、计算机、消费类电子产品等领域的基础器件。通用 DSPs 具有专为信号处理设计的硬件和指令，相比起通用计算机和单片机来，它在数字信号处理领域有自己的专长。下面介绍通用 DSPs 的最主要的优点。首先它采用哈佛结构或改进的哈佛结构，能提高数据吞吐率。图 0-4 给出了通用计算机的冯·诺依曼结构和 DSPs 的哈佛结构的比较。前者将数据和指令存储在同一个存储器中，统一编址，只有一套总线，取指令和存取数据不能同时进行。后者的数据和指令存储器分开，有两套独立的总线，可以同时存取操作数和取指令。除此之外，各种改进的哈佛结构还允许同时存取两个操作数和取指令。其次，针对数字信号处理中经常遇到的乘法累加运算，通用 DSPs 配备了硬件乘法器和累加器，有专门的乘加指令，而不是像通用计算机和单片机那样采用加法器实现乘法运算。另外，针对 DSP 运算的特点，DSPs 还有循环寻址和倒位序寻址等各种寻址方式。所以采用通用 DSPs 的软硬件结合实现数字信号处理具有处理速度快的优点，再加上可通过改写软件程序来改变系统功能或更新换代，所以又具有功能灵活的优点。众所周知的通用 DSPs 有 TI(Texas Instruments)公司的 TMSXX 系列和 ADI(Analog Devices, Inc.)的 ADSPXX 系列等。

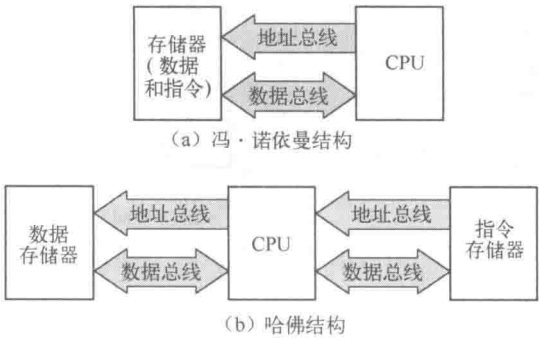


图 0-4 冯·诺依曼结构和哈佛结构

5. 频谱分析和滤波简介

数字信号处理可以按照分析和过滤分成两类。信号分析是信号性质的测量，例如频谱分析、语音识别、说话人识别和目标检测。信号过滤由“信号进 - 信号出”的状况来表征，例如滤除背景噪声、消除干扰、频带划分等。数字信号处理也可以按照一维和多维数字信号处理进行划分。一维处理包括频谱分析、滤波、各种变换及快速算法、信号与系统识别、压缩，以及自适应信号处理等。多维处理包括图像处理、传感器阵列处理、多维谱分析、多维滤波和多维变换等。其中频谱分析和滤波是数字信号处理最基本和最重要的两个方面，下面简单介

绍一下这两个概念。

先来看看**频谱分析**。图 0-1 给出的是信号的时域波形，即信号幅值随时间的变化情况。另外，信号在频域的表现形式对信号处理来说也很重要。频谱分析的目的就是将信号分解成不同频率的正弦信号(确切地说是复指数信号)，得到这些正弦信号的频率、幅度和初始相位信息。图 0-5 给出了信号的正弦分解举例，图中用连续曲线表示离散时间信号。图 0-5 (a) 中的无限长周期信号是由图 0-5 (b) 中的四个正弦信号合成的，这四个正弦信号的频率由低到高分别是 ω_0 、 $4\omega_0$ 、 $8\omega_0$ 和 $16\omega_0$ ，幅度依次减小，初始相位分别是 $\pi/3$ 、 $-\pi/2$ 、 $-\pi/2$ 和 0。通过频谱分析，理想情况下，我们可以得到如图 0-6 所示的频谱图，包括**幅度谱**和**相位谱**，它们都是频率的函数(对于非周期信号，幅度和相位都是频率的连续函数)，两个函数分别作为幅度和相位，合起来就是一个频率的复数函数，该函数称为信号的**频谱**，即**傅里叶变换**。反过来，用频谱函数对正弦信号进行加权(包括幅度和相位两个方面的广义加权)求和，就能合成原始信号的时域波形，该合成过程就是**傅里叶反变换**。计算机等硬件设备只能计算离散时间信号的离散频率处的傅里叶变换，称为**离散傅里叶变换**。而离散傅里叶变换的计算量很大，所以又产生了很多快速算法，**快速傅里叶变换**只是其中的一种计算方法。

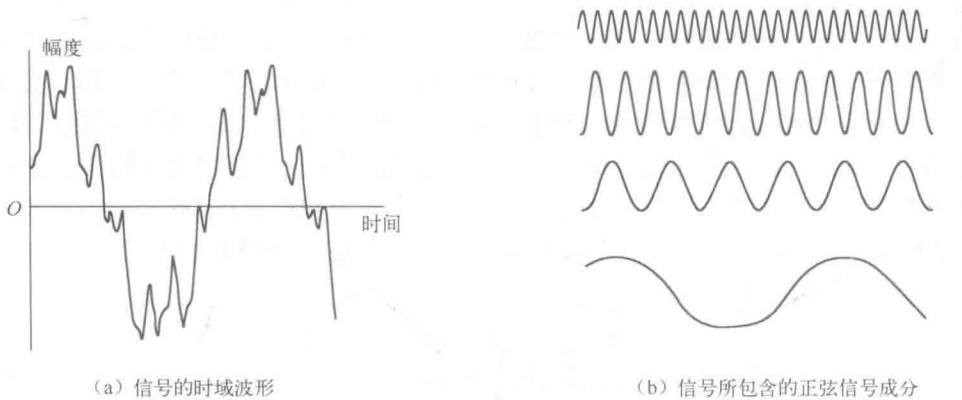


图 0-5 一个信号的时域波形及其分解

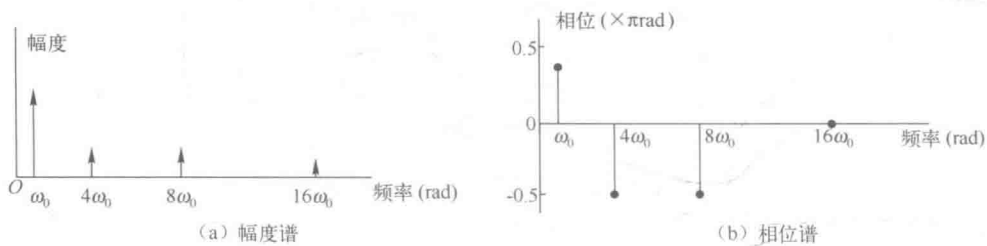


图 0-6 图 0-5(a)所示信号的频域描述

信号的高频成分对应信号在时域的快速变化部分，而低频成分对应信号在时域的缓变部分。对于声音信号，频率的高低决定了声音信号的音调高低，比如女人的声音一般都比男人的声音音调高。除了噪声，通常的声音都是由基频(最低频率)和频率为基频倍数的谐音组成的。基频是决定音调高低的关键，而谐音决定了声音的音色。我们闭上眼睛也能分辨不同乐器的声音，分辨不同人的声音，就是因为它们的音色不同。而声音的强弱或响度是由各频率

成分的幅度决定的。对于图像信号，低频成分是整幅图像的强度的综合度量，高频成分是图像的边缘和轮廓的度量。

滤波器是改变信号的频域特性的系统，通常滤波器的作用是让信号中的某些频率成分通过，而阻止另外一些频率成分，例如图 0-3(b) 所示的数字低通滤波器。如果将图 0-5(a) 的信号通过一个截止频率为 $6\omega_0$ 的低通滤波器，理想情况下，输出信号只有 ω_0 和 $4\omega_0$ 两个频率成分，信号波形会变得光滑些，如图 0-7(a) 所示。如果让其通过一个截止频率为 $6\omega_0$ 的高通滤波器，则理想的输出信号就只有 $8\omega_0$ 和 $16\omega_0$ 两个频率成分，信号中的缓变部分就没有了，如图 0-7(b) 所示。

对于声音信号，如果滤除其高频成分，则音色从明亮变成沉闷。如果滤除其低频成分而保留高频成分，则声音中的浑厚部分没有了，人的声音就会变得像机器人的声音一样。对于图像信号，如果滤除高频成分，则图像变得模糊。如果保留高频成分而滤除低频部分，则可以提取出图像的轮廓。二维图像信号的滤波举例如图 0-8 所示。二维数字滤波的概念也非常简单。比如对每个像素用其上下左右 9×9 范围内的所有像素的均值替代该像素的值，就得到图 0-8(b) 所示的低通滤波后的图像。

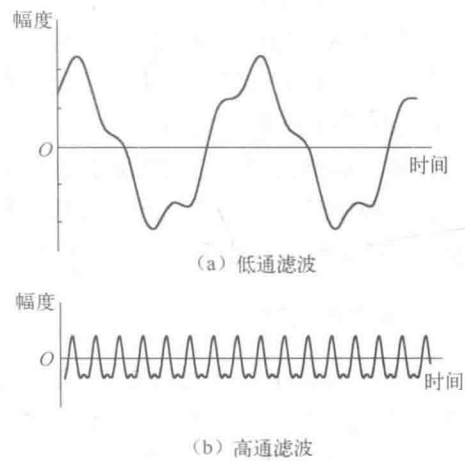


图 0-7 图 0-5(a) 中的信号经过滤波器后的信号

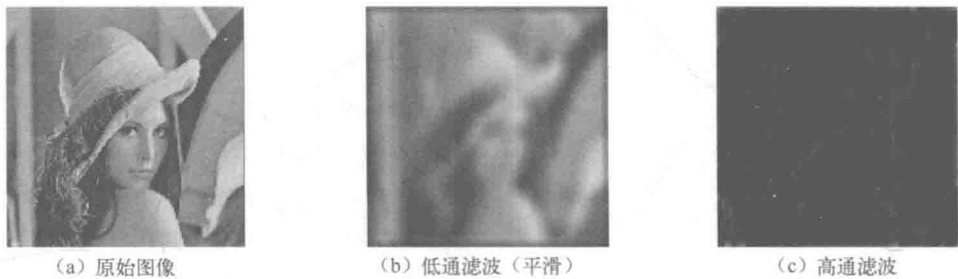


图 0-8 图像信号及其滤波后的信号

6. 数字信号处理的优势

数字信号处理与模拟信号处理相比有如下几个方面的优势：

(1) 由于数字器件有高度的规范性，因此可以大规模集成和大批量生产。又因为系统只有“0”和“1”两种状态，数字器件主要工作在截止和饱和状态，对电路参数的要求不严格，因此产品成品率高。因此数字系统具有体积小、重量轻、成本低且稳定性好的优点。也是由于以上原因，数字系统的抗干扰能力较强，受噪声、温度和电磁感应的影响很小，所以工作性能稳定，运行结果具有可重复性。

(2) 数字系统可以在通用计算机上用软件实现，相对来说便于实现和测试，软件还方便携带。对于硬件数字系统，我们也可以通过计算机仿真直接看到结果，而且这与最终应用中出现的情况是一样的，所以数字系统具有可预见性。

(3) 数字系统的灵活性好,通过改变系统的参数或重新加载新的程序,就可以迅速改变数字系统的功能。例如图 0-3(b)的参数 0.5 改成 -0.5 就成了一个高通滤波器。

(4) 数字系统的处理精度高,只要字长位数足够,就能实现要求的精度和动态范围。模拟元器件的精度很难达到 10^{-3} ,而数字系统 16 位字长就可达到 10^{-5} 的精度。对信号进行频谱分析时,模拟频谱仪在低频端只能达到 5Hz 左右的分辨率,且分辨率越高,响应越慢;但数字频谱分析只要存储容量足够大,理论上可达到任意高的分辨率,例如 10^{-3} Hz,而且随着大规模集成电路 (LSI) 速度的提高,分辨率和处理速度之间的矛盾大为改善。

(5) 数字信号处理能实现许多模拟信号处理所不能实现的功能,如线性相位响应、无损压缩、纠错编码和再生等。

7. 本书的内容

本书作为数字信号处理的基础教材,不涉及数字信号处理在各领域的具体应用,在实现方法方面只给出纯软件实现习题——MATLAB 编程题;理论部分也只涉及采用线性时不变系统的一维信号处理,并且对信号和系统的讨论主要关注时间离散而幅值连续的情况;关于幅值离散化(量化)即有限字长效应方面的概念放在附录中介绍。全书内容大致可以归纳成三部分:离散时间信号和系统基础(包括傅里叶变换、 z 变换、系统的变换域分析和连续时间信号的采样);离散傅里叶变换及其快速算法;离散时间滤波器的设计与实现。

第 1 章 离散时间信号和系统基础

绪论中已经讲到, 信号分成连续时间信号和离散时间信号。我们将离散时间信号简称为序列。输入/输出信号都是离散时间信号的系统称为离散时间系统。本章是本书的基础, 介绍离散时间信号和系统的基本概念。首先介绍离散时间信号的表示、分类、基本运算、基本序列、周期性和对称性; 然后是离散时间系统的表示和分类; 最后重点讨论线性时不变系统的性质, 以及卷积和差分方程表示。

1.1 离散时间信号——序列

1.1.1 表示和分类

离散时间信号在数学上表示成数的序列。序列 x 记作

$$x = \{x[n]\}, \quad -\infty < n < +\infty \quad (1.1-1)$$

其中 n 是整数, $x[n]$ 是序列的第 n 个数, 也称为序列的第 n 个样本。为了方便, $x[n]$ 往往就表示整个序列。

例 1.1-1 本例给出三种常用的序列的表示方式。

(a) $x[n] = \{1, 2, 1.2, 0, -1, -0.5, -0.2\}$

这是用枚举的方式给出序列中的每个样本值, 箭头指向的是时间零点 $n=0$ 的位置。

(b) $x[n] = 0.9^n \cos(0.2\pi n + \pi/2), 0 \leq n < 10$

这是用数学函数的方式给出序列的表达式。

(c) 图 1.1-1 是用图形的方式表示 (a) 中的序列。

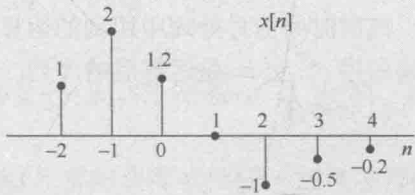


图 1.1-1 序列的图形表示

注意, 当 n 不为整数时, $x[n]$ 的取值不是零, 而是无定义。

如果序列 $x[n]$ 是复数序列, 则可以表示成

$$x[n] = \operatorname{Re}\{x[n]\} + j\operatorname{Im}\{x[n]\} \quad \text{或} \quad x[n] = |x[n]| e^{j\angle x[n]}$$

其中 $\operatorname{Re}\{x[n]\}$ 、 $\operatorname{Im}\{x[n]\}$ 、 $|x[n]|$ 和 $\angle x[n]$ 分别是序列的实部、虚部、幅度和相位构成的实数序列。所以复数序列的图形表示需要实部和虚部或幅度和相位两个图形。

序列的能量定义成

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]x^*[n] \quad (1.1-2)$$

其中 $x^*[n] = \operatorname{Re}\{x[n]\} - j\operatorname{Im}\{x[n]\}$, 称为 $x[n]$ 的共轭。

序列一般按长度分成如下几类:

① 有限长序列: $x[n]$ 的样本值在有限长区间 $N_1 \leq n \leq N_2$ 之内不全为零, 其他区间全为零, 其中 N_1 和 N_2 是有限整数。

- ② 右边序列: $x[n]$ 的样本值在区间 $n \geq N_1$ 之内不全为零, 在 $n < N_1$ 区间全为零。
- ③ 左边序列: $x[n]$ 的样本值在区间 $n \leq N_2$ 之内不全为零, 在 $n > N_2$ 区间全为零。
- ④ 双边序列: $x[n]$ 的样本值在整个 $-\infty \leq n \leq \infty$ 区间都不全为零, 可以看成是由一个右边序列加一个左边序列得到的。

以上四类序列的举例如图 1.1-2 所示。

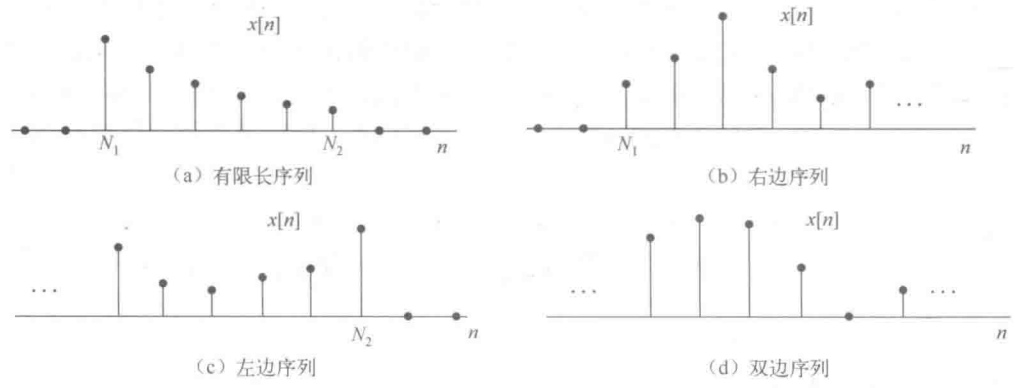


图 1.1-2 不同类型的序列举例

对于在区间 $n < 0$ 取值全为零的序列, 我们称之为**因果序列**, 它可以是右边序列或有限长序列。反之, 凡是在 $n < 0$ 存在非零值的序列, 就不是因果序列。

为了叙述方便, 我们将序列样本值不全为零的区间简称为序列的非零区间。

1.1.2 基本运算

离散时间信号处理中用到的运算基本上都是由以下的运算组成的。设 $x[n]$ 和 $h[n]$ 是运算前的序列, $y[n]$ 是运算后的序列。

(1) 移位

$$y[n] = x[n - n_0] \tag{1.1-3}$$

其中 n_0 是整数。当 $n_0 > 0$ 时, 为右移或延迟; 反之, 为左移或超前。

(2) 反转

$$y[n] = x[-n] \tag{1.1-4}$$

以原点为中心, 将序列左右反转。

(3) 标加

$$y[n] = a + x[n] \tag{1.1-5}$$

其中 a 为常数, 序列的每个样本值都加上 a 。

(4) 矢加

$$y[n] = x[n] + h[n] \tag{1.1-6}$$

两个序列中 n 相同的样本值对应相加。

(5) 标乘

$$y[n] = a \cdot x[n] \tag{1.1-7}$$

其中 a 为常数, 序列的每个样本值都乘以 a 。

(6) 矢乘

$$y[n] = x[n] \cdot h[n] \quad (1.1-8)$$

两个序列中 n 相同的样本值对应相乘。

例 1.1-2 产生回声效果的运算如下

$$y[n] = x[n] + a \cdot x[n - n_d]$$

其中 $x[n]$ 是原始声音信号, a 是小于 1 的常数, 称为衰减, n_d 是正整数。该运算是由延迟、标乘和矢加三种基本运算组合在一起实现的。

(7) 卷积(又称线性卷积或卷积和)

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \quad (1.1-9)$$

求卷积的方法很多, 如: 图解法、解析法、 z 变换法、傅里叶变换法、离散傅里叶变换法等。本章只介绍前两种。图解法求卷积包括四个步骤:

- ① 反转: $x[k]$ 保持不动, $h[k]$ 反转得到 $h[-k]$;
- ② 移位: 将 $h[-k]$ 右移 n 个样本(如果 $n < 0$, 则是左移 $-n$ 个样本), 得到 $h[n-k]$;
- ③ 矢乘: 将 $x[k]$ 和 $h[n-k]$ 做矢乘运算;
- ④ 累加: 将矢乘得到的序列的所有样本累加, 就是 $y[n]$ 。

依上法, 取 $n = -\infty \sim \infty$, 即可得 $y[n]$ 的全部样本值。

例 1.1-3 求以下两个序列的卷积 $y[n]$:

$$x[n] = \begin{cases} 0.5^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad \text{和} \quad h[n] = \begin{cases} 1, & n = -1, \dots, 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

解: 采用图解法, 分段考虑。

如图 1.1-3(a) 所示, $n \leq -2$ 时, $x[k]$ 和 $h[n-k]$ 的矢乘处处为零, 所以 $y[n] = 0$ 。

如图 1.1-3(b) 所示, $-1 \leq n \leq 4$ 时, $x[k]$ 和 $h[n-k]$ 矢乘的非零区间随 n 的增加而加长, 所以

$$y[n] = \sum_{k=0}^{n+1} x[k]h[n-k] = \sum_{k=0}^{n+1} 0.5^k = 2 - 0.5^{n+1}$$

如图 1.1-3(c) 所示, $n \geq 4$ 时, $x[k]$ 和 $h[n-k]$ 矢乘的非零区间长度固定为 6, 所以

$$y[n] = \sum_{k=n-4}^{n+1} 0.5^k = 31.5 \times 0.5^n$$

综合起来 $y[n]$ 的解析表达式为

$$y[n] = \begin{cases} 0, & n \leq -2 \\ 2 - 0.5^{n+1}, & -1 \leq n \leq 4 \\ 31.5 \times 0.5^n, & n \geq 4 \end{cases}$$

整个序列如图 1.1-3(d) 所示。