



普通高等教育“十二五”规划教材

理论力学

顾致平 主 编
刘金涛 胡桂梅 副主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

理 论 力 学

主 编	顾致平	
副主编	刘金涛	胡桂梅
编 写	刘百来	张文荣
	李志军	王 霞
主 审	邱棣华	



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

为适应 21 世纪科学技术发展和教学改革需要,根据高等工业学校理论力学课程教学基本要求编写完成本书。

全书分为三篇和一个专题,共 12 章,另有两个附录。第一篇为静力分析,主要介绍了静力分析基础、平面汇交力系与平面力偶系、平面一般力系、空间力系和重心;第二篇为运动分析,主要介绍了运动分析基础、点的合成运动、刚体的平面运动;第三篇为动力分析,主要介绍了质点的动力分析基本方程、动力分析基本定理、达朗贝尔原理、虚位移原理;专题部分主要介绍了工程振动基础;附录 A 为计算程序选例;附录 B 为重要名词术语的英汉对照。全书各章都配有思考题、习题,书末配有习题答案。

本书可作为高等工业学校土建类、机械类等专业的理论力学课程的教材,也可作为相关专业成人教育的教材以及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/顾致平主编. —北京:中国电力出版社,2011.7

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5123-1937-0

I. ①理… II. ①顾… III. ①理论力学—高等学校—教材
IV. ①031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 140934 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

北京市同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2011 年 8 月第一版 2011 年 8 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 15.5 印张 378 千字

定价 28.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失
本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前言

理论力学是高等工科学学校开设的一门重要的技术基础课。本书是作者总结多年来的教学经验和体会,根据《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》,为适应 21 世纪理论力学课程教学需要编写而成。

全书共分为四个部分(三篇和一个专题):第一篇静力分析(包含第 1~4 章);第二篇运动分析(包含第 5~7 章);第三篇动力分析(包含第 8~11 章);一个专题是工程振动基础(即第 12 章)。本书的特点:①体系完整。②论述简明,注重应用。对基本概念、分析方法的论述力求严谨、透彻、简明,内容选取更加紧密结合工程实践,注重工程概念培养。③强调对基本概念和分析方法的理解、掌握与应用。④考虑到当今工程技术中复杂力学问题的解决已离不开计算机,故在本书附录 A 中增加了用 MATLAB 编写的“计算程序选例”。⑤重要名词术语加注了英文对照,便于学生在科技研究中阅读有关英文文献。

本书是在西安工业大学教务处统一规划,西安工业大学建筑工程学院工程力学系统组织下完成的。本书由顾致平教授任主编,刘金涛副教授、胡桂梅副教授任副主编,参加编写的有顾致平(绪论)、刘金涛(第 1~3 章)、胡桂梅(第 5~7 章)、刘百来(第 8 章和第 9 章)、李志军(第 12 章)、张文荣(第 10 章、第 11 章和附录 A)、王霞(第 4 章和附录 B)。全书由顾致平教授统稿。本书由北京工业大学邱棣华教授主审。

本书可作为 80 学时理论力学课程的教材,适用于土建类、机械类等专业的本、专科教材,也可供各继续教育学院和电大相关专业的学生以及相关的工程技术人员参考。

为适应 21 世纪科学技术发展需要而进行的课程教学内容和课程体系改革是一系列重大的、长期的研究课题,限于编者水平,书中难免存在疏漏和不妥之处,敬请读者批评指正。

编者

2011 年 8 月

主要符号表

a	加速度	O	参考坐标系的原点
a_N	法向加速度	p	动量
a_t	切向加速度	P	重量, 功率
a_a	绝对加速度	q	载荷集度, 广义坐标
a_r	相对加速度	Q	广义力
a_e	牵连加速度	r	半径, 矢径的模
a_C	科氏加速度	r	矢径
A	面积, 自由振动振幅	r_O	点 O 的矢径
e	恢复系数	r_C	质心的矢径
f	动摩擦系数	R	半径
f_S	静摩擦系数	s	弧坐标, 频率比
F	力	t	时间
F'_R	主矢	T	动能, 周期
F_S	静滑动摩擦力	v	速度
F_N	法向约束力	v_a	绝对速度
F_{le}	牵连惯性力	v_r	相对速度
F_{IC}	科氏惯性力	v_e	牵连速度
F_I	惯性力	v_C	质心速度
g	重力加速度	V	势能, 体积
h	高度	W	力的功
i	x 轴的基矢量	x, y, z	直角坐标
I	冲量	α	角加速度
j	y 轴的基矢量	β	角度坐标
J_z	刚体对 z 轴的转动惯量	δ	滚阻系数, 阻尼系数
J_{xy}	刚体对 x, y 轴的惯性积	δ	变分符号
J_C	刚体对质心的转动惯量	ζ	阻尼比
k	弹簧刚度系数	η	减缩因数
k	z 轴的基矢量	λ	本征值
l	长度	Λ	对数减缩
L	拉格朗日函数	ρ	密度, 曲率半径
L_O	刚体对点的动量矩	φ	角度坐标
L_C	刚体对质心的动量矩	φ_t	摩擦角
m	质量	φ	角度坐标
M_z	对 z 轴的矩	ω_0	固有角频率
M	力偶矩, 主矩	ω	角速度
$M_O (F)$	力 F 对点 O 的矩	ω_a	绝对角速度
M_I	惯性力的主矩	ω_r	相对角速度
n	质点数目	ω_e	牵连角速度

目 录

前言

主要符号表

绪论	1
----	---

第一篇 静 力 分 析

引言	5
第1章 静力分析基础	6
1.1 静力分析公理	6
1.2 约束与约束反力	7
1.3 受力分析与受力图	10
思考题	12
习题	12
第2章 平面汇交力系与平面力偶系	15
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	15
2.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法	17
2.3 平面力对点之矩的概念及计算	19
2.4 平面力偶	21
思考题	24
习题	26
第3章 平面一般力系	30
3.1 力的平移定理	30
3.2 平面一般力系向已知点简化	31
3.3 简化结果分析	33
3.4 平面一般力系的平衡条件及平衡方程	36
3.5 物体系统的平衡	40
3.6 考虑摩擦时的平衡问题	46
思考题	54
习题	57
第4章 空间力系和重心	66
4.1 空间汇交力系	66
4.2 力对点之矩和力对轴之矩	69
4.3 空间力偶系	71

4.4 空间一般力系向一点简化	73
4.5 空间一般力系的平衡方程及应用	75
4.6 平行力系的中心及重心	78
思考题	81
习题	81

第二篇 运 动 分 析

引言	85
第5章 运动分析基础	86
5.1 运动分析的基本概念	86
5.2 点的运动方程、速度和加速度的矢量表示	86
5.3 点的速度和加速度的直角坐标表示法	87
5.4 点的速度和加速度的自然坐标表示法	88
5.5 刚体的基本运动	95
思考题	99
习题	100
第6章 点的合成运动	106
6.1 点的合成运动概念	106
6.2 点的速度合成定理	108
6.3 点的加速度合成定理	110
思考题	116
习题	117
第7章 刚体的平面运动	124
7.1 刚体平面运动概念	124
7.2 平面运动分解为平动和转动	125
7.3 平面图形内各点的速度	126
7.4 平面图形内各点的加速度	132
思考题	136
习题	138

第三篇 动 力 分 析

引言	143
第8章 质点的动力分析基本方程	144
8.1 动力分析基本定律	144
8.2 质点运动微分方程	145
思考题	147
习题	147

第 9 章 动力分析基本定理	150
9.1 动量定理	150
9.2 动量矩定理	155
9.3 动能定理	161
思考题.....	168
习题.....	168
第 10 章 达朗贝尔原理	173
10.1 惯性力的概念.....	173
10.2 达朗贝尔原理.....	174
10.3 刚体惯性力系的简化.....	175
10.4 定轴转动刚体的轴承约束力.....	180
思考题.....	183
习题.....	183
第 11 章 虚位移原理	187
11.1 约束·自由度.....	187
11.2 虚位移原理.....	189
思考题.....	193
习题.....	193

专 题

第 12 章 工程振动基础	197
12.1 单自由度体系运动方程.....	198
12.2 单自由度体系无阻尼自由振动.....	200
12.3 单自由度体系有阻尼自由振动.....	201
12.4 单自由度体系无阻尼受迫振动.....	204
12.5 单自由度体系有阻尼受迫振动.....	205
12.6 共振反应.....	208
12.7 转子的临界转速.....	209
12.8 隔振.....	210
12.9 两个自由度系统的自由振动.....	213
12.10 两个自由度系统的受迫振动	216
思考题.....	219
习题.....	220
部分习题答案	222
附录 A 计算程序选例	231
附录 B 重要名词术语的英汉对照	237
参考文献	240

绪 论

1. 理论力学的研究对象

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

机械运动,是指物体在空间的位置随时间而变化。它是人们日常生活和生产实践中最常见、最简单的一种运动。掌握物体机械运动的普遍规律,不仅能够解释许多发生在我们周围的机械运动的现象,而且理论力学的定律和结论还能广泛应用于工程技术之中。如机械和建筑结构的设计、航空与航天技术等领域,都以本学科的理论为研究基础。可见理论力学的研究具有非常重要的实际意义。

理论力学研究的内容是以伽利略和牛顿所建立的基本定律为基础的,属于古典力学的范畴。由于近代物理学的重大发展,指出了古典力学的局限性:不适用于速度接近光速物体的运动,也不适用于微观粒子的运动。但是,对于速度远小于光速($3 \times 10^8 \text{ m/s}$)的宏观物体的运动,古典力学并未丧失其重要意义,它具有足够的精确度。因此,在日常生活和一般的工程技术问题中,古典力学仍然是研究机械运动的既准确又方便的工具。

2. 理论力学的任务及其研究内容

理论力学是研究力对物体作用的科学。首先,它是所有自然科学的主要部分,近代科学的发展发端于牛顿对力学定律的阐明,牛顿在建立经典力学过程中创造的现代自然科学方法论不仅奠定了科学的基础,而且始终贯穿于整个自然科学研究,指导着各门自然科学的发展。其次,理论力学又是众多应用科学特别是工程科学的基础,它是人类改造自然的工具。当代许多重要工程技术,如宇航工程、土木工程、机械工程、海洋工程等都是以理论力学为基础的,其中遇到的许多重大技术难题都是力学问题。不仅如此,力学的定量建模方法还广泛应用到经济、金融和管理等其他领域。因此,力学已从一门基础学科发展成以工程技术为背景的应用基础学科,当今几乎所有的工程技术领域都离不开力学,它已渗透到工程技术的各个领域。

由于理论力学是工程技术的重要理论基础,所以,它在工科院校中是一门重要的技术基础课程。学习理论力学的目的在于掌握机械运动的客观规律,能动地改造客观世界,为工程建设服务。因此学习本课程的任务:一方面是运用力学基本知识结合其他有关的课程,解决工程技术中的实际问题;另一方面是为学习一系列的后续课程,如材料力学、结构力学、弹性力学、流体力学、机械原理、机械零件等以及有关的专业课程提供重要的理论基础。此外,理论力学的学习还有助于培养辩证唯物主义世界观,树立正确的思想方法和提高分析问题与解决问题的能力。

根据循序渐进的认识规律及科学体系,本书的内容分为静力分析、运动分析和动力分析三大部分:

静力分析:研究物体的平衡规律,同时也研究力的一般性质及其合成法则。

运动分析:是从几何观点研究点和刚体运动,而不考虑引起物体运动的物理原因。

动力分析:研究物体的运动变化与它所受力之间的关系,是理论力学最主要的组成

部分。

3. 理论力学的研究方法

任何一门科学由于研究对象的不同而有不同的研究方法,通过实践而发现真理,又通过实践而证实真理和发展真理,这是任何科学技术发展的正确途径。理论力学也是这样,具体说来,是从实践出发,经过抽象化、综合、归纳,建立公理,再应用数学演绎和逻辑推理而得到定理和结论,形成理论体系,然后再通过实践来证实理论的正确性。

观察和实验是理论发展的重要手段之一。从理论力学发展的历史过程可以看出,理论体系的建立和形成的每一个阶段都是与人类在生产劳动中的观察和实验分不开的。从实际观察得到的材料必须经过思考的加工才能上升为理论。因为我们所观察到的材料是复杂多样的,不易从中抓住事物的本质;因此必须在各种现象中抓住起决定性作用的主要因素,撇开次要的、局部的、偶然性的因素,这样才能深入现象的本质,明确事物间的内在联系。例如,在研究物体的机械运动时,撇开物体的变形就得到刚体的概念,撇开物体的广延性就得到质点的概念,撇开流体的黏性就得到理想流体的概念,撇开摩擦的作用就得到理想约束的概念等。经过第一次简化之后,为了满足进一步的要求,再考虑初步近似中所未计入的因素建立新的模型,得出更接近于实际情况的结果。这种由粗到精、由易到难的研究方法在科学技术中得到广泛地应用。又如,建立刚体平衡规律之后,考虑物体变形的特征就得到弹塑性物体的模型,可以进一步研究变形体的平衡规律。这就是力学中普遍采用的抽象化方法。通过抽象化可获得力学的理想模型。实践证明,正确的抽象不是脱离实际而是更深刻地接近实际。

通过抽象化,进一步把人类在长期生产中以及通过直接观察、实验所获得的经验加以分析、综合和归纳,建立起一些最基本的定律或公理,作为整个古典力学的理论基础,这些工作已由牛顿总结完成。建立起作为理论力学依据的定律或公理后,再根据这些定律或公理,借助于严密的数学工具进行演绎推理,考虑所研究问题的具体条件,从而得出适用于各种形式的定理和结论,揭示了各个物理量的内在联系和变化规律。还要注意,理论力学现象之间的关系是通过数量来表示的。因此,计算技术在理论力学方面的应用和发展有着巨大的作用。现代电子计算机的出现,为数学在理论力学中的应用提供了方便,从而也促进了理论力学的发展。当然,数学工具的运用,绝不能脱离具体的研究对象,只有将数学运算与力学现象的物理本质紧密联系起来,才能得出符合实际的正确结论。

在今后理论力学的研究中,还必须与研究对象更加深入地联系起来,以便更深入地探索力学现象的物理本质,进一步发掘事物的特征,从而建立起更符合实际的新模型和相应的力学规律。只有这样,力学的内容才能不断地丰富起来。科学的目的不只在于认识世界,更重要的是改造世界。实践既是认识的唯一目的,同时又是认识的唯一标准。任何科学理论,包括力学,都必须在它指导实践时加以验证。只有当它足够精确地符合客观实际时,才能被认为是正确可靠,也只有这样的理论才有实际意义。

4. 力学发展简史

一切科学的发展过程都是与社会生产力的发展紧密地联系着的。力学也和其他自然科学一样,是由生产实践的需要而得到发展的。由于力学所研究的机械运动是物质运动的最简单形式,而且它是人们在日常生活中最容易被直接觉察到的。因此,力学是最早获得发展的学科之一。

一部力学发展史就是人类科学的诞生史,从总的发展趋势来看,在牛顿运动定律建立以

前, 力学的研究主要是积累经验, 并在理论和实验中不断修正力学概念, 力学的发展大致可分为以下三个阶段。

(1) 古代。从远古到公元 5 世纪, 人类对力的平衡和运动有了初步了解。

(2) 中世纪。从 6 世纪到 16 世纪, 对力、运动以及它们之间关系的认识也有了进展。但在这段时期内, 力学的知识与概念大多融合在一些工程技术中, 缺乏逻辑分析推理。

(3) 在牛顿运动定律建立之后, 力学的发展进入现代科学时期。

远古以来, 人们在生产劳动中就积累了力学知识。古代在建造各种宏伟的建筑物时 (如古埃及的金字塔和我国的万里长城), 当时的建筑者已具备了许多来自经验的静力分析知识, 已能使用一些简单的机械装置 (如斜面、杠杆、滑轮等) 去提升和搬运巨大的重物。我国古代在很多书籍文献中, 对于力的概念、杠杆的平衡、滚动摩擦阻力、功的概念、乐器的震动以及材料强度等力学知识都有相当多的记载。由此可见, 我国古代勤劳勇敢的劳动人民在很早就积累了丰富的力学知识。但是, 直到公元 14 世纪的漫长时期中, 由于封建和神权的统治, 生产力受到束缚, 科学的发展陷入停滞状态, 力学也和其他学科一样, 得不到发展。

15 世纪后半期, 由于商业资本的兴起, 手工业、航海工业和军事工业等都得到了空前发展, 促进了力学和其他学科的突飞猛进。16~17 世纪, 力学开始成为一门系统的、独立的学科。意大利学者伽利略 (1564~1642 年) 首先在力学中应用了有计划的科学实验, 创立了科学的研究方法。他根据观察和实验, 明确地提出了惯性定律的内容, 得出了真空中落体运动的正确结论, 引进了加速度的概念并解决了真空弹道问题。牛顿总结了前人的成就, 建立了经典力学的基本定律。

18 世纪以后, 工业与技术的蓬勃发展向科学提出了许多新的问题, 同时由于微积分的出现, 更促进了力学进一步地发展。18、19 世纪是理论力学发展的成熟时期, 相继提出了虚位移原理、达朗贝尔原理、动力学普遍方程, 于是以动力学普遍方程为基础的分析力学发展起来了。19 世纪上半期, 由于大量机器的使用, 功和能的概念在科学技术中得到了发展, 这时期发现了能量守恒和转化定律, 使力学的发展在许多方面和理论物理紧密地交织在一起, 加强了机械运动与其他形式运动之间的联系。

20 世纪以来, 由于航空工业、现代国防技术和其他新技术的需要, 力学的许多分支如弹塑性理论、流体和气体力学、运动稳定性理论、非线性振动理论、陀螺力学和飞行力学等方面都有很大的发展, 并取得了巨大的成就。20 世纪中叶以后, 航天工程的兴起又给力学提出了许多新的极为复杂的理论问题。依靠快速电子计算机的协助, 已解决了宇宙火箭的发射、人造卫星轨道的计算、稳定性与控制等一系列重大问题。所有这些都充分说明了现代力学的高度发展水平。

20 世纪的另一特点是出现了大批新的边缘学科, 力学正在越来越多地渗入到其他有关学科中去; 由于生产需要的促进和研究手段的改善, 力学的模型也越来越复杂, 能够更多地考虑各种因素。这样, 就使得力学的领域不断扩大, 从而形成一系列新的学科, 如化学流体力学、电磁流体力学、物理力学、生物力学、多体系统动力学、工程控制等。

从力学的发展历史中可以得到以下三点启示:

(1) 科学研究最终要建立科学的体系, 要从众多的观察中总结出理论, 否则只能是经验或技术, 而不能成为科学。

(2) 科学研究的对象与时机选择非常重要, 太早, 研究手段与研究工具都不全, 不会有

很好的结果；太晚，没有新意，只能做一些二流的工作。如何选择突破点，进行创造性思维，是一个科学家一生成败的关键因素之一。

(3) 对探索自然科学而言，知识本身可能显得并不十分重要，因为一些实际知识很容易被忘记，而我们所关心的是更一般的理解，这种理解对一个受过教育的人来说将会有长远的价值——但是这些知识又是我们去达到更重要目的的手段。

力学的发展史内容极为丰富，以上仅简单地介绍了与本课程直接相关的部分。作为力学工作者，既要充分重视力学的基础理论研究，创造新概念、新理论，开拓新领域，又要充分重视力学的广泛应用，为工程建设提供服务。

第一篇 静 力 分 析

引 言

静力分析是研究物体在力系作用下的平衡条件的科学。

在静力分析中所指的物体都是刚体。所谓刚体是指物体在力的作用下，其内部任意两点之间的距离始终保持不变。这是一个理想化的力学模型。任何物体受力总要产生一些变形。但是，工程实际中的机械零件和结构件在正常情况下的变形，一般是很微小的。微小的变形对物体的机械运动影响极小，可以略去不计，即把物体看做是不变形的，从而使问题的研究得以简化。这种在受力情况下保持形状和大小不变的物体通常称为**刚体** (rigid body)。刚体是依据所研究问题的性质抽象出来的理想化的力学模型 (mechanical model)。当变形这一因素在所研究的问题中不可缺少时，就必须采用变形体作为力学模型。

平衡 (equilibrium) 是物体机械运动的特殊形式，是指物体相对地球处于静止或作匀速直线运动的状态。一般工程技术问题取地球的坐标系作为参考系来进行研究，实践证明，所得到的结果具有足够的精确度。

人们在长期的生活和生产实践中逐步形成了力的概念。**力** (force) 是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生变化，并使物体产生变形。力使物体运动状态发生改变的效应，称为**力的外效应** (effect of motion)。力使物体变形的效应，称为**力的内效应** (effect of deformation)。在第一篇中仅研究力的外效应。

力对物体的作用效应取决于 3 个要素，即力的大小、力的方向和力的作用点。因此，力是矢量，且是定位矢量，可用有向线段表示，如图 1 所示。通过力的作用点，沿力的方向引直线，该直线表示力在空间的方位，称为**力的作用线**。在图 1 的作用线上截取有向线段 $\overline{AB}$ 的长度按一定比例表示力的大小；线段的起点 A (或终点 B) 表示力的作用点。在本书中黑体字表示矢量，如 $\mathbf{F}$ ；矢量的大小 (模) 用同形的普通字母表示，如 F 。本书采用国际单位制。在国际单位制中，力的单位是牛 [顿] (N) 或千牛 [顿] (kN)。

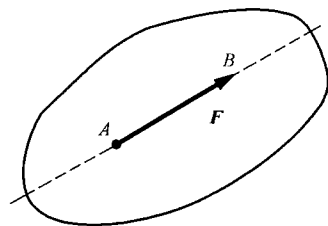


图 1

通常，作用在物体上的力不止一个，而是许多个，我们称作用在物体上的一组力为**力系**。若一力系作用于刚体并使其相对于地球处于静止或匀速直线运动状态，则认为刚体处于平衡状态，且该力系是平衡力系 (force system of equilibrium)。如果作用在刚体上的一个力系用另一个力系来替换，并不改变刚体原来的运动状态，那么，此二力系是等效力系。当一力与一力系等效时，称此力为该力系的合力。

工程中常见的力系，按其作用线所在的位置，可以分为平面力系和空间力系两大类；又可以按其作用线的相互关系，分为共线力系、平行力系、汇交力系和任意力系。满足平衡条件的力系称为平衡力系。

力系的平衡条件在工程中有着十分重要的意义，是设计结构、构件和机械零件时静力计算的基础。因此，静力学在工程中有着广泛地应用。

第1章 静力分析基础

1.1 静力分析公理

静力分析公理是人们在长期的实践活动和实验观察中总结出来的最基本的力学规律。它无须证明而为人们所公认。力系简化(reduction of force system)和力系的平衡是以公理为基础的。

公理一(二力平衡公理) 作用在刚体上的两个力,使刚体处于平衡的充分必要条件是两个力大小相等,方向相反,且作用在同一条直线上。

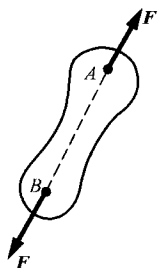


图 1-1

二力平衡公理表明了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所应满足的条件,它是推导力系平衡条件的基础。

工程中常有一些只受两个力作用而平衡的构件,称为二力构件(members subjected to the action of two forces)。根据公理一,该二力的方位必定沿二力作用点的连线(见图 1-1)。

公理二(加减平衡力系公理) 在作用于刚体的力系上,加上或减去任一平衡力系,并不改变原力系对刚体的效应。

加减平衡力系公理是力系简化的重要依据。

推论 1(力的可传性原理) 作用于刚体的力可沿其作用线移至刚体内任一点,而不改变该力对于刚体的效应。

证明如图 1-2 所示。设力 F 作用于刚体上 A 点。在刚体内力 F 作用线上任选一点 B ,在 B 点加一对平衡力 F_1 和 F_2 ,并使 $F_1 = -F_2 = F$ 。因为 (F_1, F_2) 是平衡力系,由公理二可知,力系 (F, F_1, F_2) 与力 F 等效。 F 与 F_2 二力等值、反向、共线,构成一组平衡力系;减去该平衡力系,由公理二可知,力 F_1 与力系 (F, F_1, F_2) 等效。从而有力 F 与力 F_1 等效。因为力 F_1 的大小、方向均与力 F 相同,且此二力等效,这相当于将力 F 沿其作用线从 A 点移至 B 点,而不改变原力对刚体的效应。

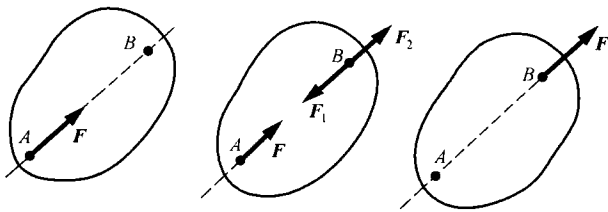


图 1-2

力的可传性原理指出,作用于刚体的力矢可沿其作用线任意滑动,因而对于刚体而言,力是滑动矢量(sliding vector)。

公理三(力的平行四边形公理) 作用在物体上同一点的两个力可以合成为一个合力,合力也作用于该点,其大小和方向可由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的共点对角线确定。

在图 1-3 (a) 中,设力 F_1 和 F_2 作用于物体的 A 点,以 R 表示其合力,则有 $R = F_1 + F_2$,即合力 R 等于两个分力 F_1 和 F_2 的矢量和。

为求合力的大小和方向,在图 1-3 (b) 中,作矢量 $\vec{ab}$ 表示力矢 F_1 ,再从力矢 F_1 的终

点 b 作矢量 $\vec{bc}$ 表示力矢 F_2 ，则矢量 $\vec{ac}$ 即表示合力 R 的大小和方向。这种求合力矢的方法称为力的三角形法则。

力的平行四边形公理是力系简化的重要依据。

推论 2 (三力平衡汇交原理) 当刚体受三力作用而平衡时，若其中任何两力的作用线相交于一点，则此三力必然共面，且第三个力的作用线通过汇交点。

证明如图 1-4 所示。设互不平行的力 F_1 、 F_2 、 F_3 分别作用于刚体的 A 、 B 、 C 三点，力 F_1 、 F_2 的作用线相交于 O 点；刚体在此三力作用下处于平衡状态。将力 F_1 、 F_2 移至 O 点，合并成为一力 R ，于是力系 (F_1, F_2, F_3) 与力系 (R, F_3) 等效。因为力系 (F_1, F_2, F_3) 是平衡力系，故力系 (R, F_3) 必为平衡力系。根据公理一， R 与 F_3 在同一直线上，即力 F_3 的作用线也通过汇交点 O ；由力的平行四边形公理可知，力 F_3 与力 F_1 、 F_2 共面。

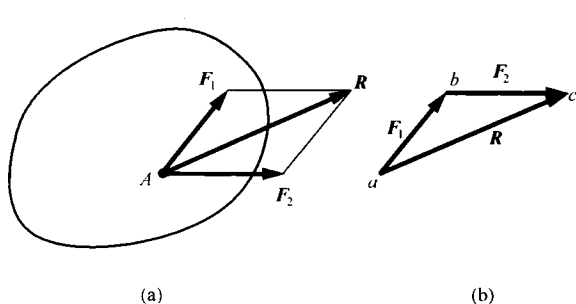


图 1-3

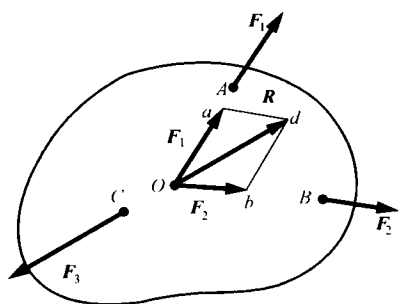


图 1-4

公理四 (作用与反作用定律) 两个物体间的相互作用力，总是大小相等，沿同一作用线，指向相反，且分别作用在这两个物体上。

在分析多个物体组成的物体系统的受力时，这个公理是从一个物体受力过渡到另一个物体受力的依据。

公理五 (刚化公理) 如果变形体在某力系作用下平衡，若将此物体刚化为刚体，其平衡不受影响。

工程实际中的物体是变形体，变形体能否使用刚体的平衡条件？刚化原理回答了这个问题。只要变形体受力后处于平衡状态，作用于其上的力系一定满足刚体的平衡条件。需要注意的是，对于变形体而言，刚体的平衡条件只是必要的，而不是充分的。例如，一段绳子在两端受到等值、反向、共线两拉力而不是两压力的作用时才会处于平衡。

1.2 约束与约束反力

不受任何限制，可以自由运动的物体称为**自由体** (free body)，例如在空中飞行的飞机。在某些方向的运动受到限制的物体称为**非自由体** (non-free body)。在轨道上行驶的火车是非自由体，因为它受轨道的限制，所以只能沿轨道运行。阻碍物体运动的限制条件称为**约束** (constraint)。约束总是由被约束物体周围与之相连接或相接触的其他物体构成的，因而往往又把与被约束物体相连接或相接触的周围的物体称为约束。约束对被约束物体的作用力称为**约束反力** (reactions of constraint)，或称为**约束力** (constraint force)。约束反力作用在

被约束物体与约束的接触处，其方向总是与约束所能限制的被约束物体的运动方向相反。

下文介绍几类常见的约束及其约束反力的特点。

1. 柔性约束

工程实际中的柔软缆绳、皮带、钢丝绳、链条等类物体统称为**柔索** (flexible cable)。由它们构成的约束称为**柔性约束**。柔索只能承受拉力，因而只能阻止物体沿柔索伸长方向运动；于是，柔性约束的约束反力作用于连接点，其方向沿着柔索而背离物体（见图 1-5）。

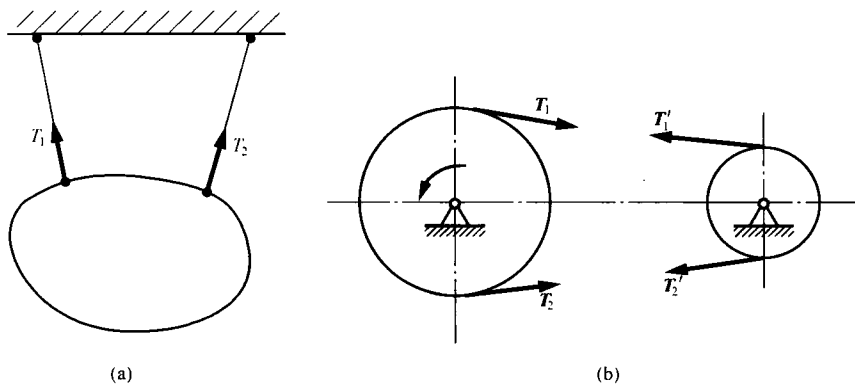


图 1-5

2. 理想光滑接触构成的约束

当两个物体接触面之间的摩擦力小到可以忽略不计时，就把接触面（线）看做是理想光滑的。光滑接触面 (smooth surface) 约束只能阻止物体沿接触处公法线指向的运动。于是，光滑接触的约束反力通过接触点，沿着接触点处的公法线，指向被约束的物体（见图 1-6）。

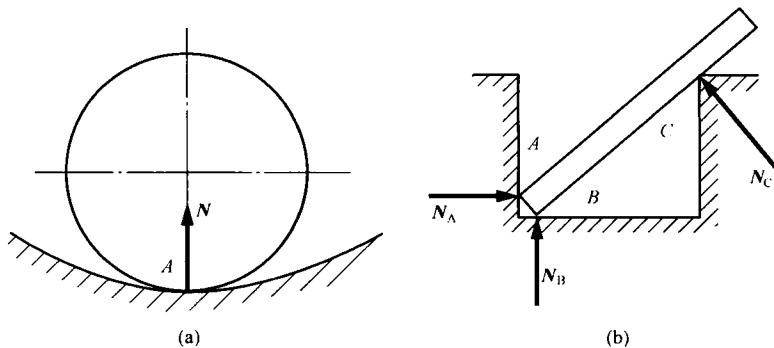


图 1-6

3. 光滑圆柱铰链约束

两个构件在连接处的相同圆孔中，通过插入圆柱形销钉连接。这样所形成的结构称为圆柱形铰链结构。在图 1-7 (a) 中，曲柄 OA 和连杆 AB 的连接，连杆 AB 和滑块 B 的连接，都是圆柱形铰链连接。图 1-7 (b) 说明了 A 处圆柱形铰链的构造。在铰链连接中，圆柱形销钉限制了构件的运动；如果忽略摩擦，销钉和圆孔成为光滑接触，于是便构成了光滑圆柱铰链 (smooth cylindrical pin) 约束。按照光滑接触约束的特点，销钉作用于构件的约束反力通过两者的接触点，沿接触处公法线指向构件。显然，约束反力在垂直于构件销孔轴线的

横截面内且通过销孔中心。在图 1-7 (c) 中, R 表示销钉作用于构件的约束反力, A 为孔心, K 为构件与销钉的接触点。一般而言, 由于接触点的位置无法预先确定, 所以, 铰链约束反力的方向不能预先确定。在受力分析中, 将铰链约束反力通过构件销孔中心的两个大小未知的正交分力来表示, 如图 1-7 (d) 中所示的 F_{Ax} 、 F_{Ay} 。

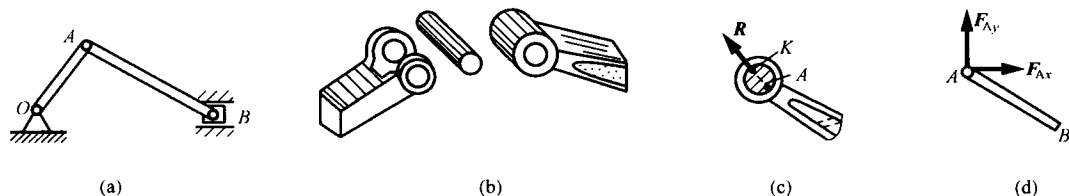


图 1-7

使用光滑圆柱销钉将构件或结构与固定支座连接, 则该支座就称为固定铰支座, 如图 1-8 (a) 所示。图 1-8 (b)、(c) 是固定铰支座的两种简化表示。固定铰支座约束的性质与铰链连接中的铰链约束一样。通常将圆柱销钉的约束反力表示为相互正交的两个分力, 如图 1-8 (d) 所示。

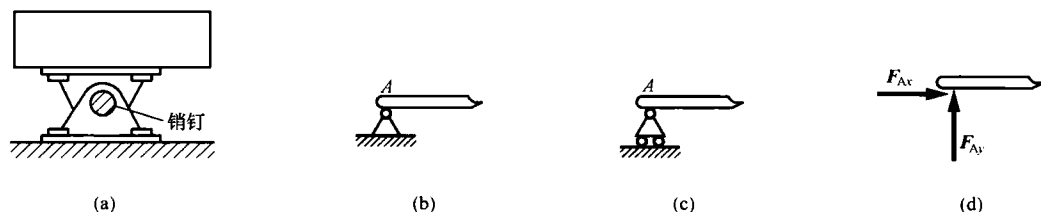


图 1-8

如果在铰链支座底部和支承面之间安装一排圆滚, 就构成了辊轴支座, 也称为活动铰支座, 如图 1-9 (a) 所示。辊轴支座的几种简化表示分别如图 1-9 (b)、(c)、(d)。如果接触面是光滑的, 辊轴支座不限制物体沿支承面的运动, 只限制物体垂直于支承面方向的运动。因此, 辊轴支座的反力通过销孔中心且垂直于支承面, 如图 1-9 (e) 所示。

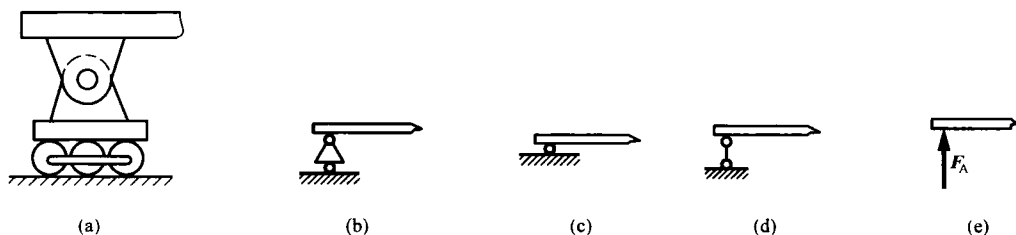


图 1-9

两端用光滑铰链与其他物体相连, 并且中间不受任何外力作用的刚杆称为链杆。它常被用来作为撑杆或拉杆而形成链杆约束, 如图 1-10 (a) 中所示的 BC 撑杆。显然, 链杆是二力杆, 所以, 链杆约束的约束反力沿着两端铰链中心的连线, 是拉力或者是压力, 例如图 1-10 (b) 中 BC 杆的受力。在图 1-10 (c) 中, 链杆 BC 对所连接物 AB 的约束反力也必定沿连线 BC 。