



高等院校网络教育精品教材
——力学类

结构力学 (Ⅱ)

JIEGOU LIXUE (Ⅱ)

刘蓉华 编著



西南交通大学出版社
[Http://press.swjtu.edu.cn](http://press.swjtu.edu.cn)



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
CHICAGO, ILLINOIS 60607-7099
U.S.A. AND
OXFORD, ENGLAND 2003

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILLINOIS 60607-7099
U.S.A. AND
OXFORD, ENGLAND 2003



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
CHICAGO, ILLINOIS 60607-7099
U.S.A. AND
OXFORD, ENGLAND 2003

高等院校网络教育精品教材——力学类

结构力学（Ⅱ）

刘蓉华 编著

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

结构力学. 2 / 刘蓉华编著. —成都: 西南交通大学出版社, 2011.8
高等院校网络教育精品教材. 力学类
ISBN 978-7-5643-1288-6

I. ①结… II. ①刘… III. ①结构力学—高等教育—教材 IV. ①0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 151916 号

高等院校网络教育精品教材——力学类

结构力学 (II)

刘蓉华 编著

责任编辑	高 平
特邀编辑	曾荣兵
封面设计	墨创文化
出版发行	西南交通大学出版社 (成都二环路北一段 111 号)
发行部电话	028-87600564 87600533
邮政编码	610031
网 址	http: //press.swjtu.edu.cn
印 刷	成都勤德印务有限公司
成品尺寸	185 mm × 260 mm
印 张	14.125
字 数	353 千字
版 次	2011 年 8 月第 1 版
印 次	2011 年 8 月第 1 次
书 号	ISBN 978-7-5643-1288-6
定 价	28.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

前 言

本书是按照高等教育土建类专业（本科段）《结构力学课程教学基本要求》，并结合网络教育的特点，围绕应用型人才培养的目标，根据网络教育的教学计划和教学大纲编写的，是土建类各专业本科阶段“结构力学”课程的主教材。

全书分上、下两册，上册《结构力学（Ⅰ）》主要内容包括静定结构内力计算和位移计算、力法和位移法，是结构力学课程的重要基础，学习者专科段学生。本书为《结构力学（Ⅱ）》，其主要内容是在《结构力学（Ⅰ）》的基础上进一步介绍杆件结构分析的一些专题分析方法。通过本课程的学习，可使学生掌握结构的计算机分析、结构动力分析的基本概念、基本理论和基本方法；掌握结构在移动荷载作用下的结构分析方法，为学习有关专业课程以及进行结构设计和科学研究打好基础。《结构力学（Ⅱ）》更贴近专业，它是真正意义上的一座通往专业课的桥梁。

在本书编写中，充分考虑了远程教学的特殊性及学生知识层次的差异性，力求语言平实、讲解深入浅出，既适合网院学生学习使用，又兼顾了成人自学者的自主学习。在本书各章的开篇，均有“学习指导”，是根据高等学校“结构力学课程教学基本要求”，对每章的学习目的和主要知识点的掌握程度，给出了“了解”、“掌握”、“熟练掌握”由低到高的层次要求；同时，也指出了重点和难点，并给出了学习建议。在各章的末尾均有“本章小结”，用以扼要综述本章主要内容，并对重点和难点内容进行了阐述和讨论，列出了基本概念、重要定理和主要内容，突出必须掌握或考试出现频率高的核心知识。

本书在策划、编写等方面得到了西南交通大学网络教育学院、结构力学教研室同仁们的热情帮助与支持，在此一并表示衷心的感谢！

限于编者的水平，书中难免存在疏漏之处，诚恳期望同行和读者批评指正。

编 者

2011年2月

目 录

第一章 结构静力计算总论	1
第一节 静定结构的内力分析.....	3
第二节 静定结构的位移计算.....	17
第三节 力 法.....	24
第四节 位移法.....	33
本章小结.....	41
习 题.....	49
习题参考答案.....	53
第二章 矩阵位移法	55
第一节 概 述.....	56
第二节 结构离散化.....	56
第三节 局部坐标系下单元刚度方程和单位刚度矩阵.....	62
第四节 单元刚度矩阵的坐标转换.....	70
第五节 结构的整体分析.....	75
第六节 单元杆端力的计算.....	89
第七节 计算步骤和算例.....	93
第八节 矩阵位移法计算程序主框图简介.....	100
本章小结.....	101
习 题.....	106
习题参考答案.....	110
第三章 结构动力学	112
第一节 概 述.....	113
第二节 结构动力计算简图和动力自由度.....	115
第三节 单自由度体系的自由振动.....	117
第四节 单自由度体系在简谐荷载作用下的强迫振动.....	128
第五节 单自由度体系在一般动荷载作用下的强迫振动.....	138
第六节 多自由度体系的自由振动.....	140
第七节 多自由度体系在简谐荷载作用下强迫振动.....	152
第八节 振型分解法.....	157

本章小结	161
习 题	169
习题参考答案	173
第四章 影响线及其应用	175
第一节 移动荷载与影响线的概念	176
第二节 静力法作单跨静定梁影响线	176
第三节 静力法作多跨静定梁的影响线	185
第四节 间接荷载作用下的影响线	187
第五节 机动法作静定梁影响线的概念	189
第六节 桁架内力影响线	194
第七节 影响线的应用	201
第八节 简支梁的绝对最大弯矩和内力包络图的概念	208
本章小结	212
习 题	215
习题参考答案	218

第一章 结构静力计算总论

【学习指导】

1. 学习目的和要求

结构静力计算的基本原理和诸多方法在专科段《结构力学(Ⅰ)》中已经学过,但限于专科的层次和实际应用需求,有些内容在深度和广度方面达不到本科段的要求;同时为了承前启后,本章对已经学过的结构静力计算的基本原理和诸多方法进行了概括和总结,其目的是将专科段已学过的结构力学知识回顾、复习并加深和拓宽,为本科段《结构力学(Ⅱ)》的学习打下基础。现对本章内容的学习、考核要求如下:

(1) 熟练掌握:① 用截面法计算指定截面的内力;用叠加法绘制静定梁和刚架的弯矩图;利用结点平衡的特殊情况判定桁架的零杆和桁架内力的计算方法;静定组合结构的受力特点及内力计算方法。② 静定结构在荷载作用下的位移计算方法;图乘法。③ 力法的基本原理和用力法计算超静定结构在荷载作用下的内力,并作出弯矩图;力法的简化计算。④ 位移法的基本原理和用位移法计算超静定梁和刚架在荷载作用下的内力,并作出弯矩图;超静定结构的简化计算,对称性利用。

(2) 掌握:① 三铰拱的受力特点及合理拱轴的概念;静定结构在支座位移、温度变化等非荷载因素作用下的位移计算。② 超静定结构在非荷载因素作用下的内力计算。③ 超静定结构的位移计算。

(3) 了解:① 静定结构的特性;三铰拱的内力计算方法。② 变形体系虚功原理的内容及其两种应用;线弹性结构的四个互等定理。③ 超静定结构的特性。

2. 学习重、难点

(1) 重点:① 静定梁和刚架弯矩图的绘制;桁架内力计算;组合结构内力计算。② 静定梁和刚架在荷载作用下位移计算的图乘法。③ 荷载作用下超静定梁和刚架的力法计算。④ 单跨超静定梁的形常数、载常数;超静定梁和刚架的位移法计算。

(2) 难点:① 对区段叠加法的理解和熟练运用;复杂静定刚架和桁架的内力计算。② 变形体系虚功原理的理解。③ 对力法、位移法基本方程的物理意义的理解。④ 结构简化计算方法的有效运用。

3. 学习建议

(1) 本章是结构力学课程的重要基础,对重点内容要求熟练掌握。

(2) 学习本章时应适时联系和复习《结构力学(Ⅰ)》的相应内容,加深对基本概念和基

本原理的理解,掌握分析方法与解题思路。

(3) 在学习的过程中,必须通过看例题和做习题,自己独立、完整地各章、节的一定量习题,才能掌握结构静力计算的基本内容,才能拓宽和提高结构静力计算和分析的能力。

(4) 在掌握了结构静力计算基本运算方法后,要注意简化计算方法的运用。结构的对称性就是经常利用的一特性。在超静定计算中,选取对称的基本体系可以减少典型方程中系数和自由项的个数;也可以取半结构进行计算,从而大大地减少未知量数目;还可以将一般荷载分解成对称的和反对称的荷载等。这些简化计算方法的运用,均可以提高解题速度和效率,达到事半功倍的效果。

第一节 静定结构的内力分析

静定结构在工程中有着广泛的应用,它的受力分析是结构位移计算和超静定结构内力计算的基础。因此,掌握静定结构的计算方法是结构力学的基本任务之一。为了更好地掌握静定结构的内力分析方法,在此对其特性进行一下回顾。

一、静定结构的特性

1. 静定结构的基本特性

静定结构具有两个最基本的特性:静力特性和几何特性。

静力特性是从求解内力和反力的方法看,静定结构在任意荷载作用下全部反力和内力都可以根据静力平衡条件求得,而且满足静力平衡条件的解答是唯一的。

几何特性是从几何构造的角度看,静定结构是无多余约束的几何不变体系。

图 1.1 所示体系,从几何构造来看是几何不变的,而且三根支杆均为必要约束,其约束反力和内力可由三个静力平衡方程 $\sum F_x = 0$ 、 $\sum F_y = 0$ 和 $\sum M = 0$ 确定。所以,无多余约束的几何不变体系是静定结构。

图 1.2 所示体系,从几何构造来看是几何不变的,但四个支座约束中有一个为多余约束。由于约束反力的个数多余静力平衡方程的个数,因而不能由静力平衡方程求得确定的解。所以,有多余约束的几何不变体系是超静定结构。

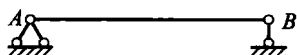


图 1.1

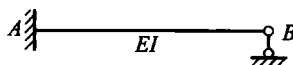


图 1.2

2. 静定结构的一般特性

(1) 静定结构的内力和反力仅与结构的形式、几何尺寸及荷载有关,而与构成结构的材料和杆件的断面形式无关。

(2) 除荷载外,其他因素如温度变化、支座沉降、材料收缩、制造误差等,均不引起静定结构的内力。

(3) 平衡力系作用于静定结构中某一几何不变或可独立承受该平衡力系的部分上时,则只有该部分受力,而其余部分的内力和反力均为零。图 1.3 (a) 所示结构,平衡力系作用在几何不变部分 BCDE 上,则只有该局部有内力。图 1.3 (b) 所示结构,外荷载 F_P 与 B 支座反力形成平衡力系,因此只有该竖杆有轴力,而其余部分的反力和内力均为零。

(4) 在静定结构的某一几何不变部分上作荷载的等效变换,只有该部分的内力发生变化,其余部分的内力和反力保持不变。图 1.4 所示结构,在几何不变部分 CD 上将荷载作等效变换,则仅 CD 部分内力不同,而其余部分内力均不改变。

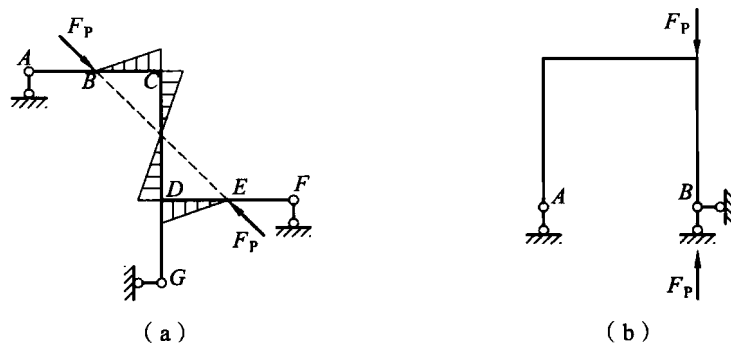


图 1.3

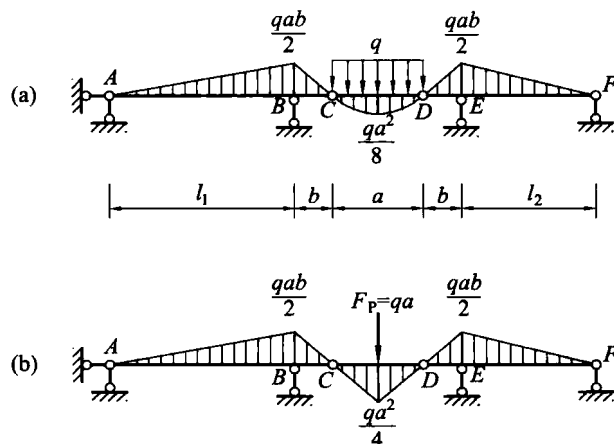


图 1.4

(5) 当在静定结构的某一个几何不变部分上作构造变换时, 其余部分的内力不变。图 1.5 所示结构, 对 DE 杆作构造变换后, 仅 DE 部分内力发生变化, 其余部分内力不变。

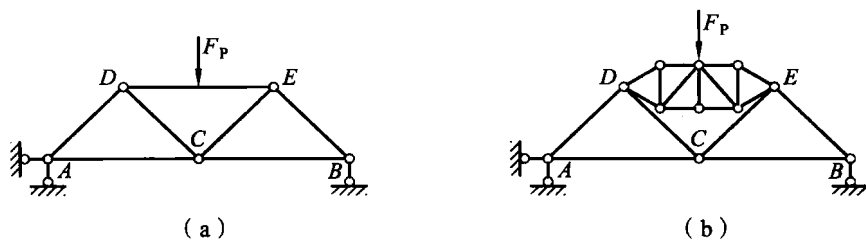


图 1.5

二、截面内力计算

1. 内力的概念和表示

在平面杆件的任意截面上, 一般将内力分为三个分量: 轴力 F_N 、剪力 F_Q 和弯矩 M , 如图 1.6 所示。

(1) 轴力 —— 截面上应力沿轴线方向的合力, 以拉力为正。

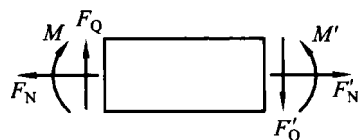


图 1.6

(2) 剪力 —— 截面上应力沿杆轴法线方向的合力，以截开部分顺时针转向为正。

(3) 弯矩 —— 截面上应力对截面形心的力矩，在水平杆件中，当弯矩使杆件下部受拉时弯矩为正。

2. 截面内力的计算方法

求截面内力的基本方法是截面法。截面法可用以下六个字描述：

截开 —— 在所求内力的截面处截开，任取一部分作为隔离体。

代替 —— 用相应内力代替该截面的应力之和。

平衡 —— 利用隔离体的平衡条件，确定该截面的内力。

利用截面法可得出以下结论：

(1) 轴力等于该截面一侧所有的外力沿杆轴切线方向投影的代数和。

(2) 剪力等于该截面一侧所有外力沿杆轴法线方向投影的代数和。

(3) 弯矩等于该截面一侧所有外力对截面形心的力矩的代数和。

以上结论是解决静定结构内力的关键和规律，应熟练掌握和应用。

用截面法求截面内力时，选取隔离体应注意两点：① 宜选取外力较少的部分作为隔离体，且不能遗漏外力和约束力；② 隔离体上的已知力按实际方向表示出，未知力设为正号方向。计算结果为正时，表明实际内力与假设为相同方向；计算结果为负时，表明实际内力与假设反向。

例 1 求图 1.7 (a) 所示结构 C 截面的内力。

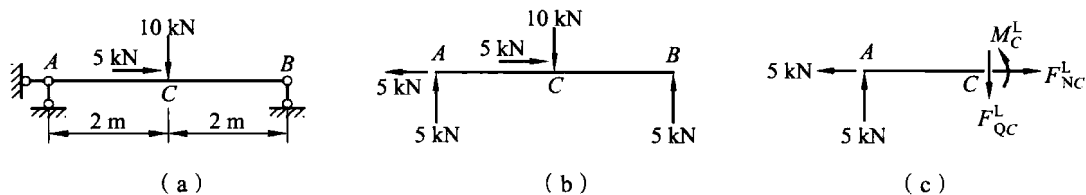


图 1.7

解 (1) 求支座反力。

由整体平衡条件，求得 A、B 支座的支座反力，如图 1.7 (b) 所示。

(2) 取隔离体，求截面内力。

在 C 截面处截开，取截面以左部分作为隔离体，用相应内力 F_{NC}^L 、 F_{QC}^L 、 M_C^L 代替该截面的应力之和。如图 1.7 (c) 所示。

利用隔离体的平衡条件，确定该截面的内力，即

$$\sum F_x = 0, \quad \text{求得} \quad F_{NC}^L = F_{NC} = 5 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0, & \text{求得} & F_{QC}^L = F_{QC} = 5 \text{ kN} \\ \sum M_C &= 0, & \text{求得} & M_C^L = M_C = 10 \text{ kN} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

三、分段叠加法画弯矩图

1. 简支梁弯矩图叠加法

利用叠加原理，可作出以下简支梁的弯矩图，其作图过程如图 1.8 所示。

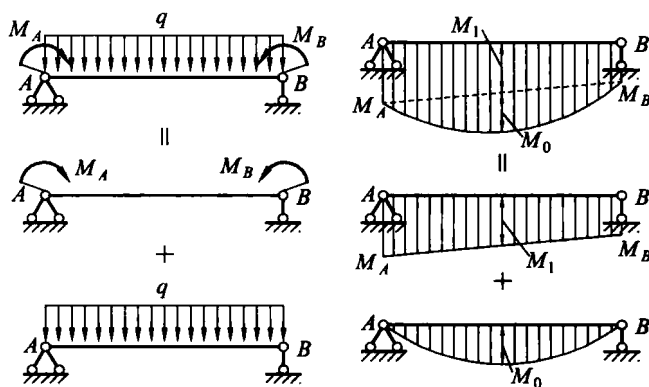


图 1.8

2. 直杆段弯矩图叠加法

上述叠加法同样可用于绘制结构中任意直杆段的弯矩图。图 1.9 (a) 所示为一简支梁， AB 段的弯矩可以采用简支梁弯矩图叠加法进行计算，计算过程如图 1.9 (b) ~ (d) 所示。

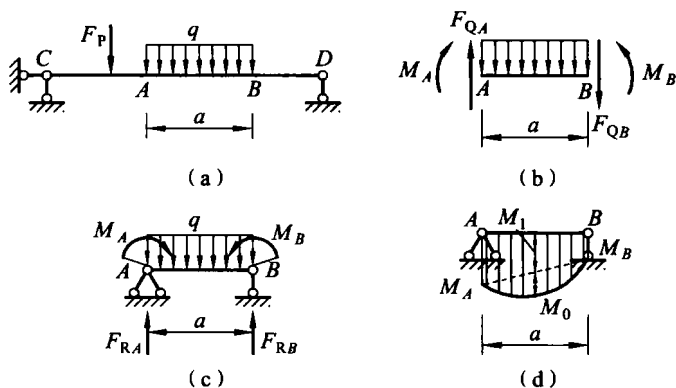


图 1.9

综上所述，用叠加法绘结构中任意直杆段弯矩图的作图步骤可归结如下：

(1) 欲作 AB 杆段的弯矩图，先由截面法求出 AB 杆段两端截面的弯矩 M_A 和 M_B ，然后将两杆端弯矩纵标顶点连一虚线，即得直线弯矩 M_1 。 AB 杆段两端截面称为控制截面。控制截面一般为分布荷载起点和终点、支承点。

(2) 以此虚线为基线，在此基线上叠加简支梁 AB 在相应跨间荷载作用下的弯矩 M_0 。

(3) 取最后图线与杆轴之间所包含的图形，得实际弯矩图。

利用分段叠加法求弯矩可用如下公式：

$$M = M_1 + M_0 \quad (1-1)$$

AB 段中点的弯矩值：

$$M = \frac{M_A + M_B}{2} + \frac{qa^2}{8} \quad (1-2)$$

用上述叠加法作弯矩图应该注意几点：

(1) 弯矩图的叠加是指各个截面对应的弯矩纵标的代数和，而不是弯矩图的简单拼合，纵标应垂直于杆轴；弯矩图的凸向与荷载指向一致。

(2) 为了减少求控制截面的弯矩值，可在两控制截面之间，以虚线为基线叠加相应简支梁受任意荷载作用下的弯矩图（图 1.10）。

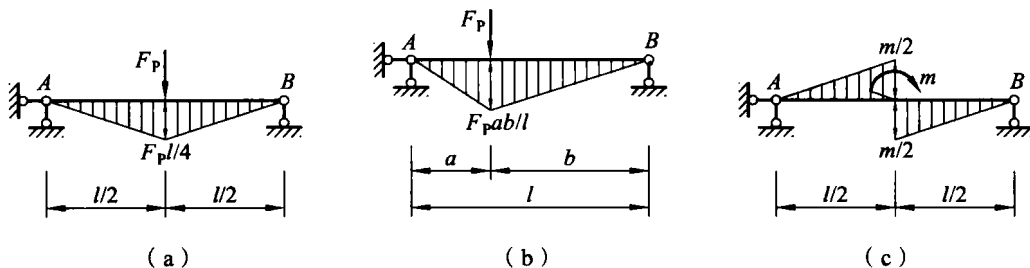


图 1.10

(3) 对于任意直杆段，不论其内力是静定还是超静定，不论是等截面还是变截面，弯矩叠加法均适用。

例 2 用叠加法作图 1.11 (a) 所示结构的弯矩图。

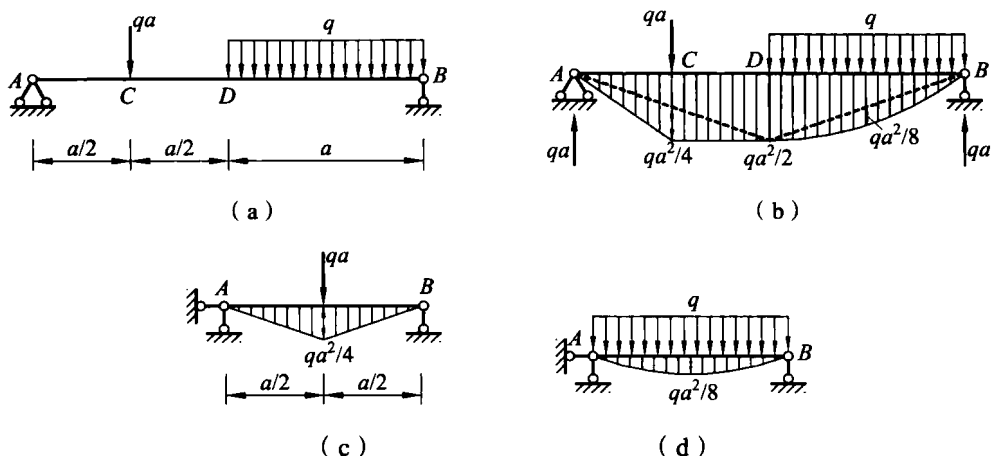


图 1.11

解：(1) 求出 A 、 B 支座的支座反力如图 1.11 (b) 所示。

(2) 由截面法求各杆段的杆端弯矩。欲作 AD 段、 DB 段弯矩图, 先求出 A 、 D 、 B 三控制截面弯矩。其中, $M_A = 0$, $M_B = 0$, 故只需求出 D 截面弯矩, 由 $\sum M_D = 0$, 求得

$$M_D = qa^2 - qa^2/2 = qa^2/2 \quad (\text{下缘受拉})$$

(3) 将 A 、 D 两截面弯矩纵标顶点连一虚线, 再以该虚线为基线叠加上图 1.11(c) 所示简支梁的弯矩图; 将 D 、 B 两截面弯矩纵标顶点连一虚线, 再以该虚线为基线叠加上图 1.11(d) 所示简支梁的弯矩图; 取最后图线与杆轴之间所包含的图形, 即得实际弯矩图, 如图 1.11(b) 所示。

四、绘制静定结构内力图的方法及步骤

静定结构中主要的受弯结构是梁和刚架, 二者均是由直杆组成的结构, 因此, 它们的计算基础是单杆的内力分析。把梁和刚架拆成若干个杆件计算杆端内力后分别绘出内力图, 再将杆件内力图合在一起即可得到整个受弯结构的内力图。由此, 静定梁、静定刚架等受弯结构内力计算的步骤概括为以下几点:

1. 求支座反力和连接处的约束力

不同类型的结构, 其反力的计算特点是不相同的。

(1) 当结构与基础按两刚片规则组成时, 支座反力数为三个, 取结构整体为隔离体, 用三个平衡方程即可求得全部反力。

(2) 当结构与基础按三刚片规则组成时, 支座反力数为四个, 仅按整体隔离体的三个平衡条件不能求得全部反力, 需同时考虑局部隔离体的平衡条件而建立补充方程, 才能求得全部反力。

(3) 当结构为主从结构(含基本部分与附属部分), 则其计算顺序应为先算附属部分, 将附属部分的反力反向加在基本部分上, 再算基本部分。

2. 求各控制截面或各杆段的端部截面的内力

将结构用控制截面拆成若干个杆段, 对每一个杆段用静力平衡方程求得杆端截面的内力; 未知内力 F_Q 、 F_N 均设为正号方向, M 可设为使任一边纤维受拉为正。计算结果为负时, 则表明与原假设方向相反。

对于梁而言, 控制截面为: 分布荷载起点和终点; 支座位置处(为了减少求控制截面的弯矩值, 集中力、集中力偶作用点可以不作为控制截面)。

对于刚架而言, 控制截面为刚结点处各杆端截面。

3. 做内力图

(1) 作弯矩图。

当杆件上无外荷载作用时, 将杆端弯矩纵标以直线相连即可作出弯矩图; 当杆件上有荷载作用时, 将两端弯矩纵标顶点连一虚线, 以此虚线为基线, 在此基线上叠加简支梁在相应荷载作用下的弯矩图。弯矩图绘于受拉一边, 不需注明正、负号。

当两杆刚结点上无外力偶矩作用时, 刚结点处两杆弯矩图的纵标在同侧且数值相等。

铰支端和悬臂端无外力偶矩作用时, 弯矩为零; 有外力偶矩作用时, 该端的弯矩值等于该外力偶矩值。

(2) 作剪力图。

根据杆端剪力, 按剪力图形状特征可作出剪力图。剪力图可绘于杆件的任一边, 须注明正、负号。

(3) 作轴力图。

根据杆端轴力作出杆件的轴力图。轴力图可绘于杆件的任一边, 须注明正、负号。

例 3 试作出图 1.12 (a) 所示多跨静定梁的内力图。

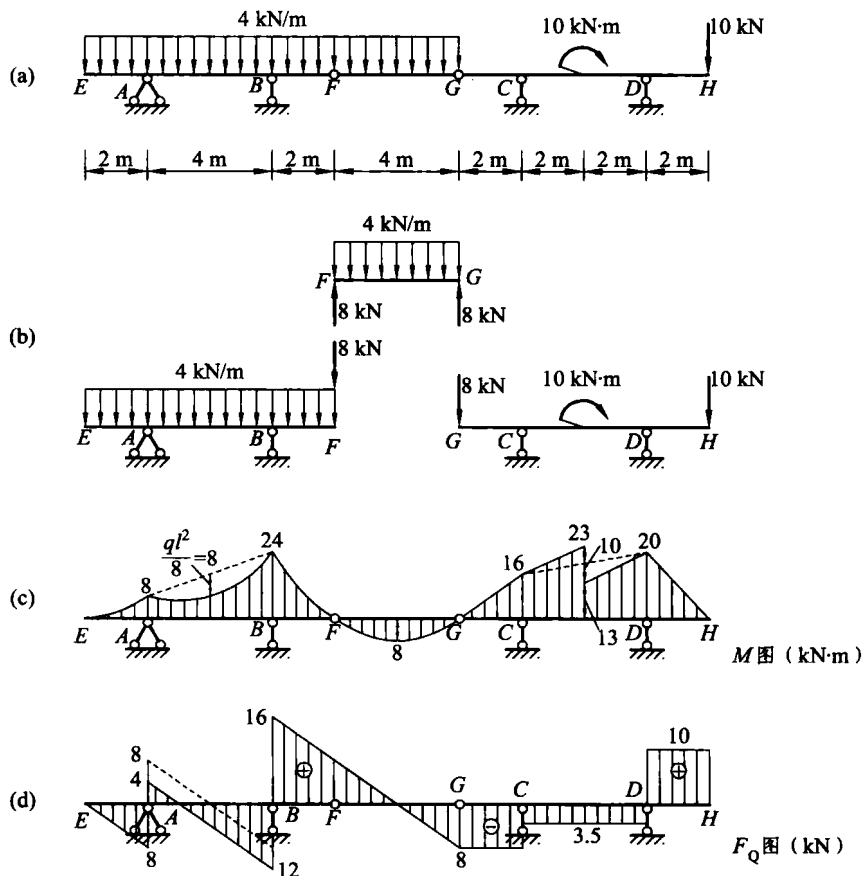


图 1.12

解 (1) 求支座反力和联结处的约束力。

本题的计算顺序应该是先算附属部分 FG , 然后分别计算基本部分 EF 、 GH 。

求出 FG 附属梁上的两竖直反力 8 kN ($\uparrow$), 并将其反向传于基本部分 EF 、 GH 两个伸臂梁上。这时基本部分 EF 、 GH 梁上, 除了其本身承受的荷载外, 还应包括铰 F 和铰 G 处的竖直约束力 8 kN ($\downarrow$), 各梁段的受力如图 1.12 (b) 所示。

(2) 用上述叠加法作出各梁段的 M 图。

① 附属梁 FG 受满布均匀荷载作用, M 图为一抛物线, 如图 1.12 (c) 所示。

② 基本梁 EF , 先用截面法求出控制截面, 支座 A 、 B 截面的弯矩, 即

$$M_A = -\frac{4 \times 2 \times 2}{2} = -8 \text{ (kN} \cdot \text{m)} \text{ (上侧受拉)}$$

$$M_B = -\frac{4 \times 2 \times 2}{2} - 8 \times 2 = -24 \text{ (kN} \cdot \text{m)} \text{ (上侧受拉)}$$

将 A 、 B 两截面弯矩纵标顶点连一虚线, 再以该虚线为基线叠加简支梁 AB 在满布匀布荷载作用下的抛物线上去; 两个伸臂部分即为受满布匀布荷载作用的悬臂梁, 直接绘出其抛物线, EF 梁 M 图如图 1.12 (c) 所示。

③ 基本梁 GH , 先用截面法求出控制截面, 支座 C 、 D 截面的弯矩, 即

$$M_C = -8 \times 2 = -16 \text{ (kN} \cdot \text{m)} \text{ (上侧受拉)}$$

$$M_D = -10 \times 2 = -20 \text{ (kN} \cdot \text{m)} \text{ (上侧受拉)}$$

将 C 、 D 两截面弯矩纵标顶点连一虚线, 再以该虚线为基线叠加简支梁中部集中外力偶矩作用下的弯矩图上去; 两个伸臂部分无荷载作用, 直接连一直线, GH 梁 M 图如图 1.12 (c) 所示。

(3) 根据 $F_Q = dM/dx$ 的关系, 由弯矩图的斜率作剪力图。

① EA 段。 M 图为二次抛物线, 故相应的剪力图为斜直线。在 E 处, $F_Q = 0$; 在 A 左侧处, $F_{QA}^L = -4 \times 2 = -8 \text{ kN}$ 。然后将 E 、 A 两截面剪力纵标顶点连一直线即得 EA 段剪力图。

② AB 段。因该段的弯矩图可看做是两个图形的叠加, 因此该段剪力图也可由相应的两个 F_Q 图叠加而得。先作出简支梁匀布荷载作用下的剪力图, 即 AB 段弯矩图中抛物线的斜率, 并以虚线表示 (图 1.12 (d) 中虚线所示), 左、右两端剪力值分别为 $\pm \frac{ql}{2} = \pm 8 \text{ kN}$; 再以虚线为基线, 在竖直方向叠加一个由杆端弯矩 M_A 、 M_B 作用下的剪力图, 即 AB 段弯矩图中虚线的斜率, 其值为 $-\frac{24-8}{4} = -4 \text{ kN}$ 。

由此可得 A 、 B 两端截面剪力分别为

$$F_{QA}^R = 8 - 4 = 4 \text{ (kN)}, \quad F_{QB}^L = -8 - 4 = -12 \text{ (kN)}$$

然后将其连成直线即得 AB 段剪力图。

③ BG 段。 M 图为二次抛物线, 故相应的剪力图为斜直线。在 B 右侧处, $F_{QB}^R = 8 + 4 \times 2 = 16 \text{ kN}$; 在 G 左侧处, $F_{QG} = -8 \text{ kN}$ 。然后将 B 、 G 两截面剪力纵标顶点连一直线即得 BG 段剪力图。 GC 段剪力为常值, $F_{QGC} = -8 \text{ kN}$ 。

④ CD 段。虽然该段的弯矩图在外力偶矩作用点处有突变, 但该段除中点作用外力偶矩外, 没有其他荷载作用, 所以该段剪力仍保持为常数, 即

$$F_{QCD} = -\frac{23-16}{2} = -3.5 \text{ (kN)}$$

全梁的剪力图如图 1.12 (d) 所示。

例 4 试绘制图 1.13 (a) 所示简支刚架的弯矩图。

解: (1) 求支座反力。由 $\sum F_x = 0$, 求得 A 支端的水平反力为

$$F_{Ax} = 5 \text{ kN} (\leftarrow)$$