

“十一五”国家重点图书



俄罗斯数学
教材选译

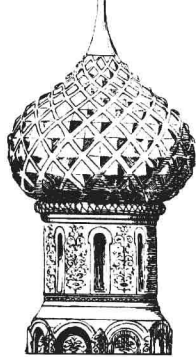
工科数学分析习题集

(根据 2006 年俄文版翻译)

- Б. П. 吉米多维奇 著
- 林武忠 倪明康 房浩鑑 蔡天亮 祝长忠 译



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



“十一五”国家重点图书

● 数学天元基金资助项目

俄罗斯数学
教材选译

工科数学分析习题集

GONGKE SHUXUE FENXI XITIJI

(根据 2006 年俄文版翻译)

- Б. П. 吉米多维奇 著
- 林武忠 倪明康 房浩鑑 蔡天亮 祝长忠 译



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图字: 01-2005-5740 号

Б. П. Демидовича

Задачи и упражнения по математическому анализу для высших
технических учебных заведений (под редакцией Б. П. Демидовича)

Москва, Издательство Астрель, 2006

Originally published in Russian in the title:

B. P. Demidovich

Problems and Exercises in Mathematical Analysis for High Technical Schools

(edited by B. P. Demidovich)

Copyright © 2006 by V. B. Demidovich (from B. P. Demidovich)

All Rights Reserved

郑重声明: 原作品著作权所有人 V. B. Demidovich (Б. П. 吉米多维奇) 委托高等教育出版社
全权处理在中华人民共和国境内发生的侵犯本作品 (包括其任何版本) 著作权的相关事务.

图书在版编目 (CIP) 数据

工科数学分析习题集 / (俄罗斯) 吉米多维奇著; 林武忠等译. — 北京: 高等教育出版社, 2011.11

ISBN 978-7-04-031004-7

I. ①工… II. ①吉… ②林… III. ①数学分析-习题集 IV. ①O17-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 064740 号

策划编辑 赵天夫 责任编辑 蒋青 封面设计 王凌波 责任印制 田甜

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 北京民族印务有限责任公司
开 本 787 × 1092 1/16
印 张 25.5
字 数 450 000
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
版 次 2011 年 11 月第 1 版
印 次 2011 年 11 月第 1 次印刷
定 价 39.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 31004-00

《俄罗斯数学教材选译》序

从上世纪 50 年代初起,在当时全面学习苏联的大背景下,国内的高等学校大量采用了翻译过来的苏联数学教材.这些教材体系严密,论证严谨,有效地帮助了青年学子打好扎实的数学基础,培养了一大批优秀的数学人才.到了 60 年代,国内开始编纂出版的大学数学教材逐步代替了原先采用的苏联教材,但还在很大程度上保留着苏联教材的影响,同时,一些苏联教材仍被广大教师和学生作为主要参考书或课外读物继续发挥着作用.客观地说,从解放初一直到文化大革命前夕,苏联数学教材在培养我国高级专门人才中发挥了重要的作用,起了不可忽略的影响,是功不可没的.

改革开放以来,通过接触并引进在体系及风格上各有特色的欧美数学教材,大家眼界为之一新,并得到了很大的启发和教益.但在很长一段时间中,尽管苏联的数学教学也在进行积极的探索与改革,引进却基本中断,更没有及时地进行跟踪,能看懂俄文数学教材原著的人也越来越少,事实上已造成了很大的隔膜,不能不说是一个很大的缺憾.

事情终于出现了一个转折的契机.今年初,在由中国数学会、中国工业与应用数学学会及国家自然科学基金委员会数学天元基金联合组织的迎春茶话会上,有数学家提出,莫斯科大学为庆祝成立 250 周年计划推出一批优秀教材,建议将其中的一些数学教材组织翻译出版.这一建议在会上得到广泛支持,并得到高等教育出版社的高度重视.会后高等教育出版社和数学天元基金一起邀请熟悉俄罗斯数学教材情况的专家座谈讨论,大家一致认为:在当前着力引进俄罗斯的数学教材,有助于扩大视野,开拓思路,对提高数学教学质量、促进数学教材改革均十分必要.《俄罗斯数学教材选译》系列正是在这样的情况下,经数学天元基金资助,由高等教育出版社组织出版的.

经过认真选题并精心翻译校订,本系列中所列入的教材,以莫斯科大学的教材为主,也包括俄罗斯其他一些著名大学的教材.有大学基础课程的教材,也有适合大学高年级学生及研究生使用的教学用书.有些教材虽曾翻译出版,但经多次修订重版,面目已有较大变化,至今仍广泛采用、深受欢迎,反射出俄罗斯在出版经典教材方面所作的不懈努力,对我们也是一个有益的借鉴.这一教材系列的出版,将中俄数学教学之间中断多年的

链条重新连接起来,对推动我国数学课程内容和教学内容的改革,对提高数学素养、培养更多优秀的数学人才,可望发挥积极的作用,并起着深远的影响,无疑值得庆贺,特为之序.

李大潜

2005年10月

序 言

在本习题集中选取了适合于高等技术学校中的一般高等数学课程教学大纲的数学分析问题和例子, 全书包含了系统地安排在习题集中第一章到第十章的 3000 个以上问题, 而且涵盖了除解析几何以外的工科高等数学课程的所有章节. 特别关注到要求具有扎实技能的该课程最重要章节 (求解极限、作出函数图形、函数的求导方法、积分技巧、定积分的应用、级数以及微分方程的求解). 此外, 还包括场论、傅里叶方法和近似计算的问题. 正如由教学实践所证明的那样, 编入习题集中问题的数量, 不仅在满足大学生们确实打好该课程相应章节基础的需要绰绰有余, 而且给教师们在这些章节范围内进行多样化问题选择以及为完成总结任务和测验工作中选择问题时的各种可能性.

在每一章的开头都就有关该课程相应章节给出简要理论介绍以及引进基本定义和公式. 这时还给出特别重要典型问题的求解范例. 这种状况在很大程度上减轻了大学生们在自学时对习题集的依赖. 对于所有的计算问题都给出答案, 对于打上星号 (*) 或者双星号 (**) 的问题, 都给出相应的简单求解提示或者进行求解. 为了直观起见, 部分问题运用了图解说明.

作为莫斯科市高等技术学校老师们多年教学的结果, 编成了这本高等数学习题集, 其中除了原来的问题和例子外, 还放进了众所周知的问题.

目 录

《俄罗斯数学教材选译》序

序言

第一章 分析引论	1
§1. 函数的概念	1
§2. 初等函数的图形	5
§3. 极限	10
§4. 无穷小和无穷大	20
§5. 函数的连续性	23
第二章 函数的微分法	28
§1. 导数的直接计算	28
§2. 按基本函数导数公式表求导数	32
§3. 非显式给出函数的导数	41
§4. 导数的几何和力学应用	44
§5. 高阶导数	49
§6. 一阶微分和高阶微分	53
§7. 中值定理	57
§8. 泰勒公式	59
§9. 求解不定式的洛必达 - 伯努利法则	60

第三章 函数的极值和导数的几何应用	64
§1. 一元函数的极值	64
§2. 凹性, 拐点	71
§3. 渐近线	73
§4. 按照特征点构造函数的图形	75
§5. 弧的微分, 曲率	79
第四章 不定积分	84
§1. 直接积分法	84
§2. 变量变换法	90
§3. 分部积分法	93
§4. 含有二次三项式的最简单积分	95
§5. 有理函数的积分法	97
§6. 某些无理函数的积分法	102
§7. 三角函数的积分法	105
§8. 双曲函数的积分法	109
§9. 运用三角函数和双曲函数变换求解形如 $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})dx$ 的积分, 其中 R 为有理函数	110
§10. 各种超越函数的积分法	112
§11. 递推公式的应用	112
§12. 各种函数的积分法	112
第五章 定积分	115
§1. 作为求和极限的定积分	115
§2. 利用不定积分的定积分计算	117
§3. 反常积分	119
§4. 定积分中的变量变换	122
§5. 分部积分法	124
§6. 中值定理	125
§7. 平面图形的面积	126
§8. 曲线的弧长	131
§9. 立体的体积	133
§10. 旋转曲面的面积	136
§11. 矩, 质心, 古尔丁定理	138
§12. 应用定积分求解物理问题	142

第六章 多元函数	147
§1. 基本概念	147
§2. 连续性	150
§3. 偏导数	152
§4. 函数的全微分	154
§5. 复合函数的微分法	157
§6. 函数在给定方向上的导数和梯度	160
§7. 高阶导数和高阶微分	163
§8. 全微分的积分法	169
§9. 隐函数的微分法	171
§10. 变量变换	177
§11. 曲面的切平面和法线	181
§12. 多元函数的泰勒公式	184
§13. 多元函数的极值	186
§14. 求函数的最大值和最小值问题	191
§15. 平面曲线的奇点	193
§16. 包络线	194
§17. 空间曲线的弧长	196
§18. 数值自变量的向量函数	196
§19. 空间曲线的自然三面形	199
§20. 空间曲线的曲率和挠率	203
第七章 重积分与曲线积分	206
§1. 直角坐标下的二重积分	206
§2. 二重积分的变量变换	211
§3. 图形面积的计算	214
§4. 立体体积的计算	215
§5. 曲面面积的计算	217
§6. 二重积分在力学上的应用	218
§7. 三重积分	219
§8. 依赖于参数的反常积分. 反常重积分	225
§9. 曲线积分	228
§10. 曲面积分	236
§11. 奥斯特罗格拉茨基 - 高斯公式	239
§12. 场论初步	240

第八章 级数	244
§1. 数项级数	244
§2. 函数项级数	254
§3. 泰勒级数	260
§4. 傅里叶级数	266
第九章 微分方程	271
§1. 解的验证. 曲线族的微分方程的组成. 初始条件	271
§2. 一阶微分方程	274
§3. 可分离变量的一阶微分方程. 正交轨线	276
§4. 一阶齐次微分方程	279
§5. 一阶线性微分方程. 伯努利方程	280
§6. 全微分方程. 积分因子	283
§7. 导数未解出的一阶微分方程	285
§8. 拉格朗日方程和克莱罗方程	287
§9. 一阶微分方程的杂题	289
§10. 高阶微分方程	293
§11. 线性微分方程	296
§12. 二阶常系数线性微分方程	298
§13. 高于二阶的常系数线性微分方程	302
§14. 欧拉方程	303
§15. 微分方程组	305
§16. 微分方程的幂级数解法	307
§17. 有关傅里叶方法的问题	309
第十章 近似计算	312
§1. 近似数的运算	312
§2. 函数的插值法	316
§3. 方程实根的计算方法	320
§4. 函数的数值积分法	326
§5. 常微分方程的数值积分法	328
§6. 傅里叶系数的近似算法	335
答案. 解法. 提示	338

附录	379
I. 希腊字母	379
II. 某些常数	379
III. 倒数, 乘方, 方根, 对数	380
IV. 三角函数	383
V. 指数函数、双曲函数与三角函数	384
VI. 某些曲线	385
后记	392

第一章 分析引论

§1. 函数的概念

1°. **实数**. 有理数和无理数统称为实数. 所谓实数 a 的绝对值是理解为非负数 $|a|$, 它用如下条件确定: 如果 $a \geq 0$, 则有 $|a| = a$; 如果 $a < 0$, 则有 $|a| = -a$. 对于任意实数 a 和 b , 有不等式

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

成立.

2°. **函数的定义**. 如果属于某个集合 E 的每一个变量值^① x , 都对应着一个且只有一个量 y 的有限值, 那么就称 y 为 x 的(单值)函数, 或者称为定义在集合 E 上的因变量, x 称为自变量或者独立变量. 对于 y 为 x 的函数情况, 简单地记作 $y = f(x)$ 或者 $y = F(x)$ 等等.

如果属于某个集合 E 的每个变量 x 的值, 对应着变量 y 的一个或多个值, 那么称 y 为定义在集合 E 上的 x 的多值函数. 今后书中如果没有显然相反的声明, “函数”一词应仅理解为单值函数.

3°. **函数的存在域**. 对于使给定函数有定义的 x 值的集合称为这个函数的存在域或者定义域.

在最简单的情况下, 函数的存在域或者是线段 $[a, b]$ (闭区间), 亦即满足 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的集合, 或者是开区间 (a, b) , 亦即满足 $a < x < b$ 的实数 x 的集合. 但是函数存在域也可能是更为复杂的结构 (见问题 21).

例 1 确定函数

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

的存在域.

^①今后在所有讨论中的量值, 如果没有明确的不同说明, 都认为是实数.

解 如果

$$x^2 - 1 > 0,$$

亦即如果 $|x| > 1$, 那么函数有定义. 因此函数的存在域是两个区间 $-\infty < x < -1$ 和 $1 < x < +\infty$ 的总和.

4°. **反函数.** 如果方程 $y = f(x)$ 关于变量 x 是唯一可解的, 亦即存在函数 $x = g(y)$ 使得 $y \equiv f[g(y)]$, 或者用标准的记号 $y = g(x)$, 那么就称它为关于 $y = f(x)$ 的**反函数**. 显然有 $g[f(x)] \equiv x$, 亦即函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是**互为反函数**.

在一般情况下, 方程 $y = f(x)$ 确定一个多值的反函数 $x = f^{-1}(y)$ 使得对函数 $f(x)$ 所有的值 y 有 $y \equiv f(f^{-1}(y))$.

例 2 对于函数

$$y = 1 - 2^{-x}, \quad (1)$$

确定它的反函数.

解 关于 x 求解方程 (1), 我们有

$$2^{-x} = 1 - y, \quad \text{从而有 } x = -\frac{\lg(1-y)}{\lg 2}, \quad (2)$$

显然, 函数 (2) 的定义域为 $-\infty < y < 1$.

5°. **复合函数和隐函数.** 用一串等式 $y = f(u)$, 其中 $u = \varphi(x)$ 等等给出的 x 的函数 y 称为**复合函数**或者**函数的函数**.

用关于因变量未解出的方程给出的函数称为**隐函数**. 例如, 方程 $x^3 + y^3 = 1$ 确定 y 作为 x 的隐函数.

6°. **函数的几何解释.** 在平面 XOY 上, 其坐标由方程 $y = f(x)$ 联系起来的点 (x, y) 的集合称为该函数的图形.

1**. 证明: 如果 a 和 b 是实数, 那么有

$$||a| - |b|| \leq |a - b| \leq |a| + |b|.$$

2. 证明下列等式:

$$\text{a) } |ab| = |a| \cdot |b|; \quad \text{b) } \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} (b \neq 0);$$

$$\text{c) } |a|^2 = a^2; \quad \text{d) } \sqrt{a^2} = |a|.$$

3. 求解不等式:

$$\text{a) } |x - 1| < 3; \quad \text{b) } |2x + 1| < 1;$$

$$\text{c) } |x + 1| > 2; \quad \text{d) } |x - 1| < |x + 1|.$$

4. 如果 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$, 求出 $f(-1), f(0), f(1), f(2), f(3), f(4)$.

5. 如果 $f(x) = \sqrt{1+x^2}$, 求出 $f(0), f\left(-\frac{3}{4}\right), f(-x), f\left(\frac{1}{x}\right), \frac{1}{f(x)}$.

6. 假设 $f(x) = \arccos(\lg x)$, 求出 $f\left(\frac{1}{10}\right), f(1), f(10)$.

①这里像通常那样, $\lg x = \log_{10} x$ 表示以 10 为底 x 的对数.

7. 假设函数 $f(x)$ 为线性函数, 如果 $f(-1) = 2$ 和 $f(2) = -3$, 求出这个函数.

8. 如果 $f(0) = 1, f(1) = 0$ 以及 $f(3) = 5$, 求出这个二次有理整函数.

9. 已知 $f(4) = -2, f(5) = 6$, 把函数 $f(x)$ 在闭区间 $4 \leq x \leq 5$ 上看成是线性的 (线性插值函数), 求出 $f(4.3)$ 的近似值.

10. 使用量的绝对值符号, 采用一个公式将函数

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{如果 } x \leq 0, \\ x, & \text{如果 } x > 0 \end{cases}$$

写出.

确定下列函数的存在性区域:

11. a) $y = \sqrt{1+x}$; b) $y = \sqrt[3]{1+x}$.

12. $y = \frac{1}{4-x^2}$.

13. a) $y = \sqrt{x^2-2}$; b) $y = x\sqrt{x^2-2}$.

14**. $y = \sqrt{2+x-x^2}$.

15. $y = \sqrt{-x} + \frac{1}{\sqrt{2+x}}$.

16. $y = \sqrt{x-x^3}$.

17. $y = \lg \frac{2+x}{2-x}$.

18. $y = \lg \frac{x^2-3x+2}{x+1}$.

19. $y = \arccos \frac{2x}{1+x}$.

20. $y = \arcsin \left(\lg \frac{x}{10} \right)$.

21. $y = \sqrt{\sin 2x}$.

22. 假设 $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 6x - 10$, 求出函数

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)] \quad \text{和} \quad \psi(x) = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)].$$

23. 假设函数 $f(x)$ 定义在对称的区域 $-l < x < l$ 中, 如果 $f(x) = f(-x)$, 则称它为偶函数; 而如果 $f(-x) = -f(x)$, 则称它为奇函数.

在下面列出的函数中, 说明哪些是偶函数, 哪些是奇函数:

a) $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$;

b) $f(x) = \sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}$;

c) $f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$;

d) $f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$;

e) $f(x) = \lg(x + \sqrt{1+x^2})$.

24*. 证明: 定义在区间 $-l < x < l$ 中的一切函数都可以表示成偶函数与奇函数的和.

25. 证明: 两个偶函数或者两个奇函数的乘积是偶函数, 而偶函数乘以奇函数是奇函数.

26. 函数 $f(x)$ 称为周期函数, 如果存在正常数 T (函数的周期), 使得对一切属于函数 $f(x)$ 存在域的值 x 都有 $f(x+T) \equiv f(x)$.

在下面列出的函数中, 确定哪些函数是周期的, 并对周期函数求出它的最小周期 T :

a) $f(x) = 10 \sin 3x$;

b) $f(x) = a \sin \lambda x + b \cos \lambda x$;

c) $f(x) = \sqrt{\tan x}$;

d) $f(x) = \sin^2 x$;

e) $f(x) = \sin(\sqrt{x})$.

27. 将线段 MN 的长度 y 和三角形 AMN 的面积 S (图 1) 表示成 $x = AM$ 的函数, 并作出这些函数的图形.

28. 杆 $AB = l$ (图 2) 的线密度 (即单位长度的质量) 在线段 $AC = l_1$, $CD = l_2$ 和 $DB = l_3$ ($l_1 + l_2 + l_3 = l$) 上分别为 q_1, q_2, q_3 . 将这根杆的可变动线段 $AM = x$ 的质量 m 表示成 x 的函数, 并作出这个函数的图形.

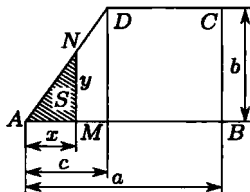


图 1

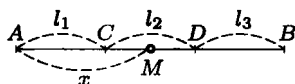


图 2

29. 如果 $\varphi(x) = x^2$ 和 $\psi(x) = 2^x$, 求 $\varphi[\psi(x)]$ 和 $\psi[\varphi(x)]$.

30. 如果 $f(x) = \frac{1}{1-x}$, 求 $f\{f[f(x)]\}$.

31. 如果 $f(x-1) = x^2$, 求 $f(x+1)$.

32. 假设 $f(n)$ 是一个算术级数的 n 项和, 证明:

$$f(n+3) - 3f(n+2) + 3f(n+1) - f(n) = 0.$$

33. 证明: 如果

$$f(x) = kx + b,$$

且数 x_1, x_2, x_3 构成算术级数, 那么 $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ 也构成算术级数.

34. 证明: 如果 $f(x)$ 是指数函数, 亦即 $f(x) = a^x$ ($a > 0$), 且数 x_1, x_2, x_3 构成算术级数, 那么数 $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ 也构成算术级数.

35. 假设

$$f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x},$$

证明:

$$f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right).$$

36. 假设 $\varphi(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ 和 $\psi(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$. 证明:

$$\varphi(x+y) = \varphi(x)\varphi(y) + \psi(x)\psi(y)$$

和

$$\psi(x+y) = \varphi(x)\psi(y) + \varphi(y)\psi(x).$$

37. 如果

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin x, & \text{当 } -1 \leq x \leq 0, \\ \arctan x, & \text{当 } 0 < x < +\infty, \end{cases}$$

求 $f(-1), f(0), f(1)$.

38. 如果:

a) $y = 1 + x$;

b) $y = 2 + x - x^2$;

c) $y = 1 - x + x^2$;

d) $y = x^3 - 3x$;

e) $y = \lg \frac{2x}{1+x}$,

确定函数 y 的根(零点)、正值区域和负值区域.

39. 如果:

a) $y = 2x + 3$;

b) $y = x^2 - 1$;

c) $y = \sqrt[3]{1-x^3}$;

d) $y = \lg \frac{x}{2}$;

e) $y = \arctan 3x$,

求出函数 y 的反函数以及这些反函数的定义域.

40. 求出函数

$$y = \begin{cases} x, & \text{如果 } x \leq 0, \\ x^2, & \text{如果 } x > 0 \end{cases}$$

的反函数.

41. 将下面给出的函数写成一连串等式的形式, 它的每一个环节只包含最简单的初等函数(幂函数、指数函数、三角函数等等):

a) $y = (2x - 5)^{10}$;

b) $y = 2^{\cos x}$;

c) $y = \lg \tan \frac{x}{2}$;

d) $y = \arcsin(-3^{-x^2})$.

42. 下面用一连串给出了复合函数, 请将它们写成一个等式的形式:

a) $y = u^2, \quad u = \sin x$;

b) $y = \arctan u, \quad u = \sqrt{v}, \quad v = \lg x$;

c) $y = \begin{cases} 2u, & \text{如果 } u \leq 0, \\ 0, & \text{如果 } u > 0, \end{cases} \quad u = x^2 - 1$.

43. 将下列用方程给出的函数 y 写成显式:

a) $x^2 - \arccos y = \pi$;

b) $10^x + 10^y = 10$;

c) $x + |y| = 2y$,

并求出该隐函数的定义域.

§2. 初等函数的图形

函数 $y = f(x)$ 图形的作法大体上采用如下方法进行; 选取充分密集的一系列点 $M_i(x_i, y_i)$, 其中 $y_i = f(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots$), 并用线把它们顺序连接起来而画出草图, 连

线的特征要考虑到中间各点的位置.

熟悉基本初等函数图形将简化对一般函数图形的构造 (见附录 VI). 从函数

$$y = f(x) \quad (\Gamma)$$

的图形出发, 利用简单的几何结构, 我们得到如下函数的图形: 1) $y_1 = -f(x)$ —— 图形 Γ 关于 OX 轴的镜像映射; 2) $y_2 = f(-x)$ —— 图形 Γ 关于 OY 轴的镜像映射; 3) $y_3 = f(x - a)$ —— 图形 Γ 沿 OX 轴平移量值 a ; 4) $y_4 = b + f(x)$ —— 图形 Γ 沿 OY 轴平移量值 b (图 3).

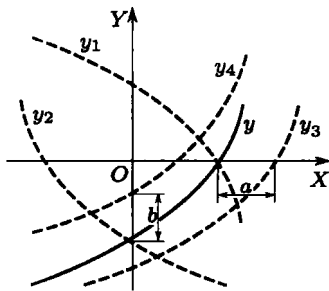


图 3

例 作出函数

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

的图形.

解 所求曲线就是将正弦曲线 $y = \sin x$ 沿 OX 轴向右移动 $\frac{\pi}{4}$ 得到的曲线 (图 4).

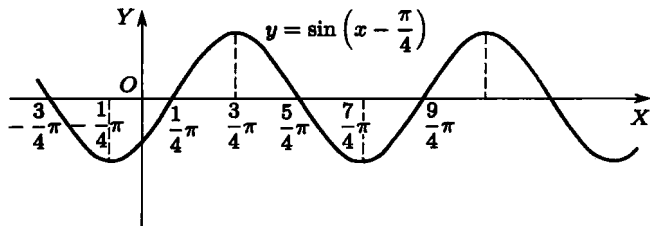


图 4

作出下列线性函数 (直线) 的图形:

44. $y = kx$, 其中 $k = 0, 1, 2, \frac{1}{2}, -1, -2$.

45. $y = x + b$, 其中 $b = 0, 1, 2, -1, -2$.

46. $y = 1.5x + 2$.

作出下列二次整有理函数 (抛物线) 的图形:

47. $y = ax^2$, 其中 $a = 1, 2, \frac{1}{2}, -1, -2, 0$.

48. $y = x^2 + c$, 其中 $c = 0, 1, 2, -1$.

49. $y = (x - x_0)^2$, 其中 $x_0 = 0, 1, 2, -1$.

50. $y = y_0 + (x - 1)^2$, 其中 $y_0 = 0, 1, 2, -1$.

51*. $y = ax^2 + bx + c$, 其中:

1) $a = 1, b = -2, c = 3$;