

御製數理精蘊下編卷三十二

末部二

借根方比例

開諸乘方法

諸乘方表

木
臨二

帶
琳
次
丹
陶

西
漢
選
聖
林
藏
丁
編
卷
三
十
二

開諸乘方法

借根方比例法中。開各乘方爲最要。其算線部借根算面部借平方。算體部借立方以及多乘方。雖各按其類。然有法屬線類而仍須諸乘方算者。故諸乘方之法宜審也。蓋諸乘方之形體不同。開法之難易迥別。總以廉法之多少而分。平方之廉最少。故最易。立方之廉較多。故較難。自三乘以至多乘。其廉愈多則其法愈難。今自平方以至九乘方俱專立一法。在平方立方所省不多。而三乘方以後則甚爲簡捷。至於

諸乘方中。亦有可以用平方立方之法代開者。如三
乘方與平方自乘之數等。故可以平方兩次開之。五
乘方與平方自乘再乘之數等。亦與立方自乘之數
等。故可以平方開之。繼以立方開之。七乘方與平方
兩次自乘之數等。故可以平方三次開之。八乘方與
立方自乘再乘之數等。故可以立方兩次開之。九乘
方與四乘方自乘之數等。故可以平方開之。繼以四
乘方開之。惟四乘方及六乘方與平方立方之數。皆
不相合。故不可以平方立方之法代開也。又諸乘方

次商之數最難定。今自立方至九乘方。俱爲立根數兩位之表。若根數兩位者。以積數檢表卽得。更爲便捷。至於十乘方以後。並可以此法御之。但其數繁衍而無所用。茲故不載焉。

平方

設如有平方積一萬五千一百二十九尺開平方。問每一根之數幾何。

法列方積一萬五千一百二十九尺。自末位起算。每方積二位定方根一位。故

三	二	三
九	一	二
九	四	五
三	七	〇
〇	〇	〇
〇	〇	〇

隔一位作記。乃於九尺上定單位。一百
 尺上定十位。一萬尺上定百位。其一萬
 尺爲初商積。與一百自乘之數相合。卽
 定初商爲一百尺。書於方積一萬尺之
 上。而以初商一百尺自乘之一萬尺書
 於初商積之下。相減恰盡。爰以方根第
 二位積五千一百尺。續書於後爲次商
 廉隅之共積。而以初商之一百尺倍之。
 得二百尺。爲次商廉法以除次商積。足

三	二	一	五	二
九	四	七	五	二
三	三	七	五	二
九	三	七	五	二
〇	〇	〇	〇	〇

二十倍。即定次商為二十尺。書於方積
 一百尺之上。合初商共一百二十尺。自
 乘得一萬四千四百尺。與原積相減。餘
 七百尺。爰以方根第三位積二十九尺
 續書於後。共七百二十九尺。為三商廉
 隅之共積。而以初商次商之一百二十
 尺倍之。得二百四十尺。為三商廉法以
 除三商積。足三倍。即定三商為三尺。書
 於方積九尺之上。合初商次商共一百

三	二	一	五	二
九	一	四	五	二
三	七	二	五	一
九	三	二	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇

二十三尺。自乘得一萬五千一百二十九尺。與原積相減。恰盡。是開得一百二十三尺。爲平方每一根之數也。此法止用廉法除餘積。得次商。卽併初商數。自乘得數。復與原積相減。與常法不同。然自三乘方。以至多乘方。則廉法條例甚繁。難於布算。用此法甚爲省便。在平方立方。不覺其省。平方止省小隅一層。立方止省長廉小隅二層。而在多乘方所省實多。蓋各設一例以

備體也。

立方

設如有立方積四千一百零六萬三千六百二十五尺開立方。問每一根之數幾何。

五五 五五

六二 三三

四三 三三 六六 五五

三三 三三 三三 二二

四三 三三 二二

法列方積四千一百零六萬三千六百二十五尺。自末位起算。每方積三位。定方根一位。故隔二位作記。乃於五尺上定單位。三千尺上定十位。一百萬尺上定百位。其四千一百萬尺爲初商積。與

五	五	二	六	四	三	三	四
五	二	六	三	三	六	七	一
五	三	六	九	九	五	一	一
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

三百自乘再乘之數相準即定初商爲
三百尺書於方積一百萬尺之上而以
三百尺自乘再乘之二千七百萬尺書
於初商積之下相減餘一千四百萬尺
爰以方根第二位餘積六萬三千尺續
書於後共一千四百零六萬三千尺爲
次商廉隅之共積而以初商之三百尺
自乘得九萬尺三因之得二十七萬尺
爲次商廉法以除次商積足四十倍即

五	一	六	四	三	三
五	六	六	三	七	四
五	三	六	九	二	一
〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇

定次商為四十尺。書於方積三千尺之
 上。合初商共三百四十尺。自乘再乘得
 三千九百三十萬四千尺。與原積相減。
 餘一百七十五萬九千尺。爰以方邊第
 三位餘積六百二十五尺續書於後。共
 一百七十五萬九千六百二十五尺。為
 三商廉隅之共積。而以初商次商之三
 百四十尺自乘。得一十一萬五千六百
 尺。三因之得三十四萬六千八百尺。為

開諸乘方法
 末部

三	○	六	四	○	二	五
二	○	六	三	○	二	五
七	○	六	三	○	二	五
四	○	六	四	○	二	五
九	○	六	三	○	二	五
一	○	六	九	○	二	五
二	○	六	三	○	二	五
○	○	○	○	○	○	○

三商廉法以除三商積足五倍卽定三商爲五尺書於方積五尺之上合初商次商共三百四十五尺自乘再乘得四千一百零六萬三千六百二十五尺與原積相減恰盡是開得三百四十五尺爲立方每一根之數也。

又用表開法。列積四千一百零六萬三千六百二十五尺。自末位起算。隔二位作記。定位同前。乃截方根第二位以前。

三	四	五
一九一	三九三	五五
四三〇四	六二六	二五〇
〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇

積四一〇六三爲初商次商之積。於表

中取比此數相近略小之數。爲三九三

○四。即初商次商自乘再乘之數。其所對初商根爲

三次商根爲四。即將三四書於初商次

商之位。而以三九三〇四書於初商次

商積之下。相減餘一七五九。乃以三九

三〇四格內三商廉法三四六除餘積

一七五九。足五倍。即定三商爲五。書於

三商之位。合初商次商。共三百四十五。

自乘再乘得四千一百零六萬三千六百二十五尺。與原積相減恰盡。卽定立方根爲三百四十五尺也。

三乘方

設如有三乘方積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。開三乘方。問每一根之數幾何。

法列方積一千零三十三億五千五百一十七萬七千一百二十一尺。自末位

五	六	七
一〇三三五	五五一七	七一二一
六二〇八	五四一九	七六
四〇八三	五四二一	七
九〇五〇	五〇一七	二二
〇〇三三	五〇一七	二二
〇〇〇〇	〇〇〇〇	〇〇〇〇

起算。每方積四位。定方根一位。故隔三位作記。乃於一尺上定單位。七萬尺上定十位。三億尺上定百位。其一千零三十三億尺爲初商積。與五百乘三次之數相準。卽定初商爲五百尺。書於方積三億尺之上。而以五百尺乘三次之六百二十五億尺。書於初商積之下。相減餘四百零八億尺。爰以方根第二位積五千五百一十七萬尺。續書於後。共四

即...
 下...
 開諸乘方法...
 李...

五	六	七
三三三	五五一	七七一
〇六〇	〇四〇	〇四〇
〇四九	〇八三	〇八三
〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇
〇〇〇	〇〇〇	〇〇〇

百零八億五千五百一十七萬尺。爲次
 商廉隅之共積。而以初商之五百尺乘
 二次得一億二千五百萬尺。四因之得
 五億尺。爲次商廉法以除次商積。足八
 十倍。因定次商爲八十尺。合初商共五
 百八十尺。乘三次得一千一百三十一
 億六千四百九十六萬尺。大於原積。是
 次商不可商八也。乃改商七爲七十尺。
 合初商共五百七十尺。乘三次得一千