

普通高等教育“十二五”规划教材·全国高等医药院校规划教材
配套学习指导

供临床、基础、预防、口腔医学类专业用

医学物理学学习指导

主编 王光昶

清华大学出版社

中国医药出版社
CHINA MEDICAL SCIENCE PUBLISHING HOUSE
100045 Beijing, China
TEL: 010-63061999 FAX: 010-63061998
WWW.CMPH.COM.CN



医学物理学学习指导

主编 王树刚

供临床、基础、预防医学类专业用

医学物理学学习指导

主编 王光昶

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书是根据医学物理学课程的基本要求,结合医学生教学培养的特点,并针对医学生学习医学物理学课程中存在的问题和遇到的困难,总结多年来的教学实践经验和成果编写的。

本书是王光昶主编的《医学物理学》的配套学习指导用书,全书共分16章,每章均由6部分组成:教学基本要求、内容提要、解题指导、教材习题解答、自测题及自测题答案,是学习医学物理学十分有用的工具。本书旨在启发、培养,进而提高医学生的自学能力和认识问题、分析问题、解决问题的能力,帮助其提高学习效率。

本书既可以作为教师的辅导用书,也可以作为医药类专业大学生学习医学物理学的参考书,也可供自学者学习使用。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

医学物理学学习指导/王光昶主编. —北京:清华大学出版社,2012.3
(普通高等教育“十二五”规划教材·全国高等医药院校规划教材配套学习指导)
ISBN 978-7-302-28115-3

I. ①医… II. ①王… III. ①医用物理学—医学院校—教学参考资料 IV. ①R312

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第033125号

责任编辑:罗健 赵从棉

封面设计:戴国印

责任校对:刘玉霞

责任印制:张雪娇

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:北京国马印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:12.25 字 数:324千字

版 次:2012年3月第1版 印 次:2012年3月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:25.00元

产品编号:040717-01

《医学物理学学习指导》编委会

主 编 王光昶
副 主 编 钟守昌 丁晓东 刘东华 王昌军 陈 涛
编 委 (按姓氏笔画排序)

丁晓东 (大连医科大学)	于 勉 (新乡医学院)
王昌军 (辽宁医学院)	王阿明 (徐州医学院)
王光昶 (成都医学院)	王亚平 (辽宁医学院)
刘贵勤 (济宁医学院)	刘玉红 (成都医学院)
刘东华 (新乡医学院)	张建炜 (成都医学院)
陈 涛 (成都医学院)	张鹏程 (湖北医药学院)
张瑞兰 (北华大学)	张 婷 (成都医学院)
周久光 (北华大学)	周继芳 (成都医学院)
侯立霞 (泰山医学院)	钟守昌 (江汉大学)

前 言

PREFACE

医学物理学是高等医药院校一门重要的基础理论课程。为了适应现代科学技术的发展及培养面向 21 世纪医学科学人才的总体要求,本着对传统的本科医学物理学课程进行大胆改革的精神,全面推进创新素质教育,更好地贯彻少而精的原则,让学生能用较少的时间掌握更多的现代医学所需的物理学知识,培养学生自主学习的良好习惯,提高学生认识问题、分析问题和解决问题的能力,我们根据医学物理学课程的基本要求,结合医学生教学培养的特点并针对医学生学习医学物理学课程中存在的问题和遇到的困难,总结多年的教学实践经验和成果编写了这本与理论教材相配套的指导用书。

本书旨在启发、培养,进而提高医学生的自学能力,帮助其提高学习效率。为此,本书把全部注意力集中在各章最基本的内容上。“教学基本要求”部分让学生明白本章的学习目的和基本要求;“内容提要”部分引导学生复习并掌握本章的基本内容;“解题指导”部分则通过典型例题的分析和求解,总结解题的思路和方法,讨论解题技巧;“教材习题解答”部分对主干理论教材《医学物理学》各章的习题给出详细的参考答案,供学生检查自己所做习题时使用;“自测题”部分供学生自我评估学习效果时使用,并附有参考答案,供学生查对。

本书是学习、复习医学物理学的有力工具,可以使学生掌握教材中的重点、难点及需要了解的内容,使学生在动脑、动手、练习每一道习题的过程中,掌握物理学的基本知识、基本原理、概念、思想及方法,做到学有所获。

由于编者的能力和水平有限,经验不足,书中的不足和错误之处在所难免,恳切希望使用本书的师生及同行批评指正。

编 者

2011 年 8 月

目 录

CONTENTS

第1章 力学基础	1	六、自测题答案	50
一、教学基本要求	1		
二、内容提要	1		
三、解题指导	3		
四、教材习题解答	5		
五、自测题	8		
六、自测题答案	11		
第2章 物体的弹性与形变	14	第5章 分子运动论	52
一、教学基本要求	14	一、教学基本要求	52
二、内容提要	14	二、内容提要	52
三、解题指导	15	三、解题指导	55
四、教材习题解答	16	四、教材习题解答	56
五、自测题	18	五、自测题	58
六、自测题答案	20	六、自测题答案	60
第3章 流体的运动	21	第6章 热力学基础	62
一、教学基本要求	21	一、教学基本要求	62
二、内容提要	21	二、内容提要	62
三、解题指导	23	三、解题指导	63
四、教材习题解答	25	四、教材习题解答	65
五、自测题	30	五、自测题	67
六、自测题答案	33	六、自测题答案	68
第4章 机械振动和机械波 声波	35	第7章 静电场	70
一、教学基本要求	35	一、教学基本要求	70
二、内容提要	35	二、内容提要	70
三、解题指导	39	三、解题指导	73
四、教材习题解答	40	四、教材习题解答	75
五、自测题	46	五、自测题	81
		六、自测题答案	83
		第8章 直流电	85
		一、教学基本要求	85
		二、内容提要	85
		三、解题指导	87

四、教材习题解答	88
五、自测题	92
六、自测题答案	93

第9章 磁场与电磁感应 95

一、教学基本要求	95
二、内容提要	95
三、解题指导	99
四、教材习题解答	101
五、自测题	104
六、自测题答案	106

第10章 波动光学 109

一、教学基本要求	109
二、内容提要	109
三、解题指导	112
四、教材习题解答	113
五、自测题	119
六、自测题答案	122

第11章 几何光学 125

一、教学基本要求	125
二、内容提要	125
三、解题指导	129
四、教材习题解答	131
五、自测题	136
六、自测题答案	138

第12章 近代物理学基础 141

一、教学基本要求	141
二、内容提要	141
三、解题指导	144
四、教材习题解答	145
五、自测题	151
六、自测题解答	153

第13章 X射线 155

一、教学基本要求	155
二、内容提要	155
三、解题指导	156
四、教材习题解答	156
五、自测题	158
六、自测题答案	161

第14章 原子核和放射性 163

一、教学基本要求	163
二、内容提要	163
三、解题指导	166
四、教材习题解答	167
五、自测题	169
六、自测题答案	171

第15章 激光及其医学应用 173

一、教学基本要求	173
二、内容提要	173
三、解题指导	174
四、教材习题解答	174
五、自测题	176
六、自测题答案	179

第16章 磁共振成像 181

一、教学基本要求	181
二、内容提要	181
三、解题指导	182
四、教材习题解答	182
五、自测题	184
六、自测题答案	185

附录 常用物理常数 186

参考文献	187
------------	-----

第1章

力学基础

一、教学基本要求

1. 熟悉质量、时间和长度等基本物理量和国际单位制以及量纲。
2. 建立运动学的基本概念：质点、参照系、位移、速度、加速度、角速度和角加速度，掌握描述质点运动状态的方法。
3. 熟悉力、力矩、动量、动能、功、功率、转动惯量和角动量的概念。
4. 能运用牛顿运动定律、动量守恒、动能定理、转动定律、角动量守恒等定律，分析和解决基本力学问题。
5. 了解惯性系和非惯性系以及离心力的概念。

二、内容提要

1. 物理量及其描述

物理量是指物理学中量度物体属性或描述物体运动状态及其变化过程的量，它们通过物理定律及其方程建立相互间的关系。互相独立的基本物理量有长度、质量、时间、电流、热力学温度、光强度和物质的量，其国际单位（SI制）分别为米（m）、千克（kg）、秒（s）、安（A）、开（K）、坎（cd）和摩尔（mol），其余的物理量可由基本物理量导出，叫做导出物理量，其单位由量纲式给出。

2. 运动的描述

质点：忽略物体的形状和大小，把它看成一个具有它的质量的几何点。

位置矢量：用来确定质点在空间位置的矢量，即 $r = r_x i + r_y j + r_z k$ 。

位移：质点在一段时间内位置矢量的改变量，即 $\Delta r = r(t + \Delta t) - r(t)$ 。

速度：表示位置矢量随时间的变化率，即 $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$ 。

加速度：表示速度随时间的变化率，即 $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 r}{dt^2}$ 。

运动方程积分形式：若质点在力的作用下作匀加速直线运动，假设在 $t=0$ 时刻，质点的位移是 r_0 ，速度是 v_0 ，则 $t=t$ 时刻，质点的位移 r 和速度 v 分别为

$$v = \int_0^t a dt = v_0 + at, \quad r = \int_{r_0}^r dr = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt, \text{ 即 } r = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

位移、速度和加速度是运动学中很重要的三个物理量，具有瞬时性、相对性和矢量性特点。所谓瞬时性，是指这三个物理量一般都随时间而变，它们的量值都是某一瞬时的量值；所谓相对

性，是指这三个物理量都是相对于我们选定的那一个参照系，对不同参照系可有不同的量值；所谓矢量性，是指这三个物理量都是矢量，必须同时指明它们的大小和方向，必须按照矢量的法则进行计算。

3. 力学基本定律

牛顿第一定律：任何物体（质点）都将保持其原有的静止或匀速直线运动状态，除非其他物体的作用迫使它改变这种运动状态为止。

牛顿第二定律：物体的动量对时间的变化率与它所受的合力 $\sum \mathbf{F}$ 成正比，并沿合力的方向，即 $\sum \mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$ 。

牛顿第三定律：两个物体之间的作用力总是相互的，而且它们大小相等，方向相反，即 $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ 。
惯性系：牛顿运动定律可以适用的参照系。

动量：物体的质量 m 和速度 \mathbf{v} 的乘积，即 $\mathbf{P} = m\mathbf{v}$ 。

冲量：物体所受合外力对该时间的累积效应，即 $\mathbf{I} = \int_1^2 \mathbf{F} dt$ 。

动量定理：在 Δt 时间内，物体的动量变化量等于该时间内物体所受合外力对时间的累积效应，即 $\int_1^2 \sum \mathbf{F} dt = \int_1^2 d(m\mathbf{v}) = m\mathbf{v}_2 - m\mathbf{v}_1$ 。

冲力：在物体碰撞和冲击过程中，两物体相互作用的时间很短，作用力迅速达到很大的量值。如果我们知道了物体碰撞过程前后动量的变化量和时间 Δt ，就可以计算出冲力的平均值 \mathbf{F} ，即

$$\mathbf{F} = \frac{\int_1^2 d(m\mathbf{v})}{\int_1^2 dt} = \frac{m_2\mathbf{v}_2 - m_1\mathbf{v}_1}{\Delta t}$$

功：质点从 a 点到 b 点沿曲线轨道运动，力 \mathbf{F} 对质点所做的功 $A = \int_a^b |\mathbf{F}| \cos \theta |dr|$ 。

功率：一个力所做的功对时间的变化率（即单位时间内该力对质点做功的多少）， $P = \frac{dA}{dt}$ 。

动能：物体的动能与物体的质量 m 和运动速度 v 有关，即 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 。

动能定理：外力对物体所做元功 dA 等于物体的动能改变量 dE_k ，即

$$dA = F_t ds = ma_t ds = m \frac{dv}{dt} ds = mv dv = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = dE_k$$

系统机械能守恒：若外力对系统不做功，且系统内无耗散力做功，则系统的机械能保持不变。有 $E_p + E_k = \text{常量}$ 。

4. 刚体的定轴转动

刚体：是固体的理想化模型，指在外力作用下，形状和大小均不会发生变化的物体。

角位移：转动平面内任意质点到固定点的矢径在任意时间 t 内所扫过的角度，即 $\Delta\omega$ 。

角速度：描述刚体转动的快慢程度，即 $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$ 。

角加速度：描述刚体角速度变化的快慢程度，即 $\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ 。

角位移 θ 、角速度 ω 和角加速度 α 是以角度为基础描述刚体转动的物理量，称为角量。刚体作

定轴转动时, 其中任意各质点的线位移 s 、线速度 v 和线加速度 a 也是描述刚体转动的物理量, 称为线量。线位移 s 与角位移 θ 的增量之间的关系有 $\Delta s = r\Delta\theta$, $v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} = r\omega$, $a_t = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} =$

$$r\alpha, a_n = r\omega^2 = v\omega = \frac{v^2}{r}.$$

转动动能: 等于组成刚体的各个可视为质点的体积元所具有的动能之和, 即 $E_k = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (\sum_{i=1}^n m_i r_i^2) \omega^2$ 。与质点运动动能 $E_k = \frac{1}{2} mv^2$ 相比较, 可以看出, $\sum_{i=1}^n m_i r_i^2$ 与物体的质量 m 是相对应的。

转动惯量: 刚体转动惯性的度量, 即 $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \int r^2 dm$ 。

力矩: F 力对刚体的转动效应, 即 $M = R \times F$ 。

将 F 沿平行和垂直于转轴分解为 F_y 和 F_x , 只有 F_x 产生对 y 轴的转动效应, 即 $M = M_y = F_x d = F_x R \sin\varphi$ 。

转动定律: 刚体相对于某一定轴所受的合外力矩的大小等于刚体对该定轴的转动惯量与在此合外力矩作用下获得的角加速度的乘积, 即 $\sum fr = (\sum mr^2)\alpha$ 。

角动量: 质点矢径 r 与其动量 mv 的矢积, 即 $L = r \times mv$ 。

冲量矩: 刚体所受合外力矩对时间 t 的累积效应, 即 $\int_1^2 M dt$ 。

角动量定理: 作定轴转动的刚体所受到的冲量矩等于刚体对该转轴的角动量的增量, 即 $M dt = d(I\omega) = dL, \int_{t_1}^{t_2} M dt = \int_{L_1}^{L_2} dL = L_2 - L_1$ 。

角动量守恒定律: 在定轴转动中, 如果刚体所受到的外力对转轴产生的合力矩为零, 即 $M = 0$, 则 $\frac{dL}{dt} = 0$, $L = I\omega = \text{常量}$ 。

旋进: 自转刚体的转轴绕着另一条轴线的转动称为旋进 (也称进动)。

5. 转动惯量在医学领域中的应用

基于刚体绕定轴转动力学原理, 建立复摆转动力学模型来测定下肢假肢转动惯量, 可以有效地对下肢假肢的性能做一个合理的功能评价。

三、解题指导

例题 1 想一想: $\frac{dr}{dt}$ 是瞬时速度的大小吗? 如果已知质点的运动方程为 $x = x(t), y = y(t)$,

能否先用 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 求出 r , 再根据 $v = \frac{dr}{dt}$ 求得质点的瞬时速度的大小?

解: 质点作曲线运动时, 位置矢量的大小和方向都在变化。

如图 1-1 所示。 r 是位置矢量 r 的大小, 有

$$dr = r' - r, \quad dr = r' - r$$

其大小为 $|dr| = \overline{AB}$ 。 $\frac{dr}{dt}$ 表示位置矢量大小随时间的变化率。

瞬时速度的大小

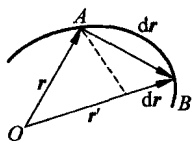


图 1-1 例题 1 图

$$v = \left| \frac{dr}{dt} \right| = \left| \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j \right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

故不能写成

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}(\sqrt{x^2 + y^2})$$

例题 2 高空走钢丝演员的体重为 50kg, 为了安全起见, 演员腰上系一根长 5.0m 的弹性安全带。当演员不慎跌下时, 如果弹性缓冲时间为 1.0s, 那么在缓冲时间内安全带给演员的平均作用力是多少? 如果弹性缓冲时间为 0.05s, 平均作用力又是多少?

解: 演员跌下可看成两个过程。

(1) 物体作自由落体运动, 初始速度为 0。设人下落 $h=5.0\text{m}$ 后的速度为 v_0 , 其量值为

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 5.0} = 9.9(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

(2) 物体由初始动量变为静止, 人的初始动量为 mv_0 , 末动量为零。

设安全带给人的平均作用力为 F , 取竖直向上为正, 根据动量定理有

$$(F - mg)\Delta t = 0 - (-mv_0)$$

当 $\Delta t=1.0\text{s}$ 时,

$$F = mg + \frac{mv_0}{\Delta t} = 50 \times 9.8 + \frac{50 \times 9.9}{1.0} = 985(\text{N})$$

当 $\Delta t=0.05\text{s}$ 时,

$$F = mg + \frac{mv_0}{\Delta t} = 50 \times 9.8 + \frac{50 \times 9.9}{0.05} = 1.04 \times 10^4(\text{N})$$

通过对该题的计算, 说明缓冲时间对安全带的平均作用力有很大的影响。在日常生活中, 常常通过措施延长缓冲时间来减小平均作用力, 增加安全性。

例题 3 一飞轮的直径为 0.3m, 质量为 5kg, 边缘绕有绳子。现有恒力拉绳子的一端, 使其由静止均匀地加速, 经 0.5s 后角速度达到 $10\text{r} \cdot \text{s}^{-1}$ 。假设飞轮可看作实心圆柱体, 求:

- (1) 飞轮的角速度及在这段时间内转过的圈数;
- (2) 拉力的大小及在这段时间内拉力所做的功;
- (3) 开始拉动后, $t=10\text{s}$ 时飞轮的角速度及轮缘上一点的速度和加速度。

解: (1) 飞轮作匀加速转动, 则有 $\omega = \omega_0 + \alpha t$, 且 $\omega_0 = 0$ 。

当 $t=0.5\text{s}$ 时角速度为 $10\text{r} \cdot \text{s}^{-1}$, 则

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{20\pi}{0.5} = 125.6(\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$$

飞轮在 0.5s 内转过的圈数

$$\begin{aligned} N &= \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{0.5} \omega dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{0.5} \alpha t dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{2} \alpha (0.5^2 - 0) = 2.5 \end{aligned}$$

(2) 设实心圆柱体的半径为 r ($r=0.15\text{m}$), 转动惯量为 $I = \frac{1}{2}mr^2$ 。由刚体的转动定律 $M =$

$I\alpha$ 可得, $Fr = \frac{1}{2}mr^2\alpha$, 故

$$F = \frac{1}{2} m r \alpha = \frac{1}{2} \times 5 \times 0.15 \times 125.6 = 47.1(\text{N})$$

这段时间内拉力所做的功

$$A = F \cdot 2\pi r N = 47.1 \times 6.28 \times 0.15 \times 2.5 = 111(\text{J})$$

(3) 当 $t=10\text{s}$ 时, 飞轮的角速度

$$\omega = \alpha t = 1256(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$$

轮缘上一点的速度

$$v = \omega r = 1256 \times 0.15 = 188.4(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

四、教材习题解答

1-1 国际单位制中基本单位有哪些?

答: 米 (m)、千克 (kg)、秒 (s)、安 (A)、开 (K)、坎 (cd) 和摩尔 (mol)。

1-2 设汽车行驶时所受阻力 f 与汽车的横截面积 S 、空气的密度 ρ 成正比, 且与速度 v 的平方成正比。若采用国际单位制, 试写出 f 、 S 、 ρ 和 v^2 的关系式; 比例系数的单位如何?

答: 关系式 $f = k\rho S v^2$; 比例系数 k 无单位。

1-3 回答下列问题:

(1) 位移与路程有何区别?

(2) 速度与速率有何区别?

(3) 瞬时速度与平均速度的区别和联系是什么?

(4) 物体能否有一不变的速率而仍有一变化的速度?

(5) 速度为零时, 加速度是否一定为零? 加速度为零时, 速度是否一定为零?

(6) 当物体具有大小、方向不变的加速度时, 物体的速度方向能否有改变?

答: 略。

1-4 有一物体作直线运动, 它的运动方程式为 $x=6t^2-2t^3$, x 的单位为 m, t 的单位为 s, 试求: (1) 第 2s 内的平均速度; (2) 第 3s 末的速度; (3) 第 1s 末的加速度; (4) 这个物体的运动形式。

解: (1) 物体第 1s 末的位移 $s_1=4\text{m}$, 第 2 秒末的位移 $s_2=8\text{m}$, 则第 2s 内的平均速度

$$\bar{v}_2 = \frac{s_2 - s_1}{\Delta t_2} = \frac{8 - 4}{1} = 4(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

(2) 物体作直线运动, 其速度 $v_x = \frac{dx}{dt} = 12t - 6t^2$, 故第 3s 末的速度

$$v_3 = 12 \times 3 - 6 \times 3^2 = -18(\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) \text{ (方向与初始方向相反)}$$

(3) 物体作直线运动, 其加速度 $a_x = \frac{dv_x}{dt} = 12 - 12t$, 故第 1s 末的加速度

$$a_1 = 12 - 12 \times 1 = 0$$

(4) 因为物体的加速度随时间变化, 所以物体作变速直线运动。

1-5 跳水运动员自 10m 跳台自由下落, 入水后因受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴 Oy , 其加速度为 $-kv^2$, $k=0.4\text{m}^{-1}$ 。求运动员速度减为入水速度的 $1/10$ 时的入水深度。

解: (1) 设运动员以初速度为起跳后自由落体运动, 至水面速度为 v_0 , 即

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 10} = 14(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

(2) 已知运动员在水中加速度为 a_y , 则

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -kv_y^2$$

因在水下不同位置对应不同速度, 故将 v_y 看成是 y 的函数, 于是

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{dv_y}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{dv_y}{dy} v_y$$

联立以上两式得

$$\frac{dv_y}{dy} = -kv_y \Rightarrow \frac{dv_y}{v_y} = -kdy$$

进行不定积分并简化得

$$v_y = Ce^{-ky}$$

式中, C 为积分常数。引入初始条件 $y=0$ 时, $v_y=v_0$, 代入上式求得 $C=v_0$ 。故

$$v_y = v_0 e^{-ky}$$

将 $v_y=v_0/10$, $k=0.4\text{m}^{-1}$ 代入上式, 即得

$$y = 5.76(\text{m})$$

即运动员深入水中 5.76m 时, 其速度变为入水速度的 1/10。

1-6 如图 1-2 所示, 质量为 m 的人站在台秤上, 处在有竖直加速度 a 的升降机里, 试求台秤所受到的压力。

解: (1) 把人作为研究对象, 其在竖直方向受到地球引力 mg 和台秤的支持力 N , 产生加速度为 a 。

根据牛顿第二定律 $\sum F = ma$ 可知, $mg - N = ma$, 故

$$N = m(g - a)$$

(2) 台秤所受到的压力 N' 与人受到台秤的支持力 N 是一对作用力与反作用力, 故台秤所受到的压力 $N' = m(g - a)$, 方向竖直向下。

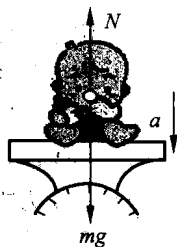


图 1-2 习题 1-6 图

1-7 根据动量原理可知: 力对物体的时间过程累积效应引起动量的改变。根据功能原理可知: 力对物体的空间累积效应引起动能的改变。

(1) 如果物体受合外力作用了一段时间 (即受到合外力的冲量作用), 动量发生了改变, 那么, 是否一定会引起物体动能的改变?

(2) 如果物体受合外力作用, 并且在力作用的方向上有了位移 (即合外力对物体做了功), 使物体的动能发生了变化, 是否一定会引起物体动量的改变?

答: (1) 质量为 m 的物体受合外力作用了一段时间, 其速度由 v 变成 $-v$, 动量改变量为 $2mv$, 但物体动能仍不变 (为 $\frac{1}{2}mv^2$)。

(2) 物体受合外力作用并且在力作用的方向上有了位移, 物体的动能发生了变化, 说明物体速度的大小发生了改变, 故物体动量一定发生改变。

1-8 质量为 1kg 的球以 $25\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速率竖直地落到地板上, 以 $10\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速率跳回。

(1) 试问在球与地板接触时间内作用在球上的冲量多大?

(2) 设接触时间为 0.02s , 问作用在地板上的平均力多大?

解: (1) 设球竖直向下速度为正, 则

$$v_1 = 25\text{m} \cdot \text{s}^{-1}, \quad v_2 = -10\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

根据动量原理 $\sum Fdt = d(mv)$ 可知, 球与地板接触时间内作用在球上的冲量等于球的动量改变量, 即

$$\sum Fdt = d(mv) = mv_2 - mv_1 = 1 \times [10 - (-25)] = 35(\text{N} \cdot \text{s})$$

(2) 当 $\Delta t = 0.02\text{s}$ 时, 根据 $F\Delta t = mv_2 - mv_1$ 可知, 地板对球的平均力

$$F = \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} = \frac{35}{0.02} = 1750(\text{N})$$

球作用在地板上的平均力为 1750N, 方向垂直向下。

1-9 一半径为 1.0m、转速为 $300\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$ 的飞轮受制动后均匀减速, 50s 后停止转动。求: (1) 角加速度; (2) 飞轮转过的圈数; (3) 25s 时飞轮的角速度; (4) 25s 时轮边一点的速度、切向和法向加速度。

解: 已知 $r = 1.0\text{m}$, $\omega_1 = 300\text{r} \cdot \text{min}^{-1} = 10\pi\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $\omega_2 = 0$, $\Delta t = 50\text{s}$ 。

(1) 飞轮受制动后均匀减速, 故角加速度

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t} = -0.628\text{rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

(2) 当 $t = 0$ 时, $\omega = \omega_1$, $\theta = 0$, 根据 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ 可得

$$\omega = \alpha t + \omega_1, \quad \theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_1 t$$

50s 后停止转动飞轮转过的圈数 $= \frac{\theta}{2\pi} = 125$ 。

(3) 25s 时飞轮的角速度

$$\omega_{25} = 25\alpha + \omega_1 = 15.7(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$$

(4) 25s 时轮边一点的速度

$$v = \omega \cdot r = 15.7(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

切向加速度

$$a_t = \alpha \cdot r = -0.628(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

法向加速度

$$a_n = \omega_{25}^2 r = 246(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

1-10 求质量为 m 、半径为 R 的均薄圆环的转动惯量, 轴与圆环平面垂直并且通过其圆心, 如图 1-3 所示。

解: 以圆环圆心为原点建立极坐标系, 则

$$dm = m \frac{dl}{2\pi R}$$

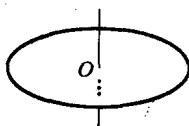


图 1-3: 习题 1-10 图

按转动惯量定义, 均薄圆环的转动惯量:

$$\begin{aligned} J &= \int r^2 dm = \int_0^{2\pi R} R^2 m \frac{dl}{2\pi R} \\ &= \frac{mR}{2\pi} \int_0^{2\pi R} dl = mR^2 \end{aligned}$$

1-11 如图 1-4 所示, 质量为 m_1 、半径为 R 的水平圆盘可绕过圆心且垂直盘面的竖直轴转动, 盘原来静止并站着一个质量为 m_2 的人, 人距盘轴为 r ($r < R$), 当人以相对于盘的速率 v 沿切向走

动时, 圆盘的角速度多大?

解: 设圆盘的角速度为 ω , 则人切向走动的速率为 $(v - \omega r)$, 角速度为 $(\frac{v}{r} - \omega)$ 。

按转动惯量定义, 圆盘的转动惯量

$$I_1 = \frac{m_1}{2} R^2$$

人走动的转动惯量

$$I_2 = m_2 r^2$$

根据角动量守恒定律, 有

$$I_1 \omega + I_2 \left(\frac{v}{r} - \omega \right) = 0$$

将 J_1 、 J_2 代入上式得

$$\frac{m_1}{2} R^2 \omega + m_2 r^2 \left(\frac{v}{r} - \omega \right) = 0$$

解得

$$\omega = \frac{-2m_2 r v}{m_1 R^2 - 2m_2 r^2}$$

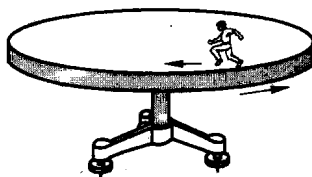


图 1-4 习题 1-11 示意图

五、自测题

(一) 选择题

1. 下列说法正确的是 ()。

- A. 加速度恒定不变时, 物体的运动方向也不变
- B. 平均速率等于平均速度的大小
- C. 质点作曲线运动时, 质点速度大小的变化产生切向加速度, 速度方向的变化产生法向加速度
- D. 当物体的速度为零时, 加速度必定为零

2. 关于加速度和速度, 以下说法正确的是 ()。

- A. 加速度大的物体速度变化快
- B. 加速度不为零, 物体的速度必然越来越大
- C. 加速度大的物体速度变化大
- D. 加速度为零, 物体的速度也一定为零

3. 一运动质点在某瞬时位于 $r(x, y)$ 矢径的端点处, 其速度的大小为 ()。

- A. $\frac{dr}{dt}$
- B. $\frac{d|r|}{dt}$
- C. $\frac{d|r|}{dt}$
- D. $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

4. 质量为 m 的小球, 刚好能在半径为 R 的竖直光滑圆环轨道内作圆周运动。则小球在轨道最低点时对轨道的压力为 ()。

- A. $3mg$
- B. $4mg$
- C. $5mg$
- D. $6mg$

5. 用细绳系一小球使之在竖直平面内作圆周运动, 则 ()。

- A. 小球在任意位置都有切向加速度
- B. 小球在任意位置都有法向加速度
- C. 小球在任意位置绳子的拉力和重力是惯性离心力的反作用
- D. 当小球运动到最高点时, 它将受到重力、绳的拉力和向心力的作用

6. 汽车刹车后, 停止转动的轮胎在地面上发生滑动, 可以明显地看出滑动的痕迹, 即常说的刹车线。由刹车线长短可以得知汽车刹车前的速度大小, 因此刹车线的长度是分析交通事故的一个重要依据。若汽车轮胎与地面的动摩擦系数是 0.7, 刹车线长是 14m, 则可知汽车刹车前的速度大约是 ()。

- A. 7m/s B. 10m/s C. 14m/s D. 20m/s

7. 一力学系统由两个质点组成, 它们之间只有引力作用。若两个质点所受外力的矢量和为零, 则此系统的 ()。

- A. 动量、机械能以及对一轴的角动量守恒
B. 动量、机械能守恒, 但角动量是否守恒不能断定
C. 动量守恒, 但机械能和角动量守恒与否不能断定
D. 动量和角动量守恒, 但机械能是否守恒不能断定

8. 质量为 m 和 $4m$ 的两个质点, 分别以 E 和 $4E$ 的动能沿一直线相向运动, 它们的总动量为 ()。

- A. $2\sqrt{2mE}$ B. $3\sqrt{2mE}$ C. $5\sqrt{2mE}$ D. $(2\sqrt{2}-1)\sqrt{2mE}$

9. 下列物体中哪些是刚体? ()

- A. 固体 B. 液体 C. 气体 D. 都不是

10. 均匀细棒 OA 可绕通过其一端 O 而与棒垂直的水平固定光滑轴转动, 如图 1-5 所示。今使棒从水平位置由静止开始自由下落, 在棒摆动到竖直位置的过程中, 下列说法正确的是 ()。

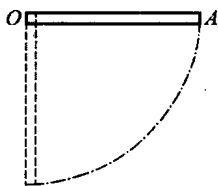


图 1-5 选择题 10 图

- A. 角速度从小到大, 角加速度从大到小
B. 角速度从小到大, 角加速度从小到大
C. 角速度从大到小, 角加速度从大到小
D. 角速度从大到小, 角加速度从小到大

11. 几个力同时作用在一个具有光滑固定转轴的刚体上, 如果这几个力的矢量和为零, 则此刚体 ()。

- A. 必然不会转动 B. 转速必然不变
C. 转速必然改变 D. 转速可能不变, 也可能改变

12. 刚体的转动惯量与下列哪些因素无关? ()

- A. 刚体的质量 B. 刚体所受的力
C. 刚体转轴的位置 D. 刚体质量分布情况

13. 一轻绳绕在有水平轴的定滑轮上, 滑轮的转动惯量为 I , 绳下端挂一物体, 物体所受重力为 P , 滑轮的角加速度为 β 。若将物体去掉而以与 P 相等的力直接向下拉绳子, 滑轮的角加速度 β 将 ()。

- A. 不变 B. 变小 C. 变大 D. 如何变化无法判断

14. 两物体的转动惯量 $I_1 = I_2$, 当其转动角速度 $\omega_1 : \omega_2 = 2 : 1$ 时, 两物体的转动动能 ($E_1 : E_2$) 之比为 ()。

- A. 4 : 1 B. 2 : 1 C. $\sqrt{2} : 1$ D. $1 : \sqrt{2}$

15. 质量完全相同的两个细棒, 第一根绕棒的纵轴转动, 第二根绕过棒一 endpoint 且与棒长垂直的轴转动, 这两种情况下转动惯量之比等于 ()。

- A. 1 : 4 B. 1 : 2 C. 1 : 1 D. 2 : 1

16. 刚体角动量守恒的充要条件是 ()。