

教育部推荐教材

运筹学

主 编 李湘露 朱九龙

副主编 王霄羽 李红艳 常玉苗



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

教育部推荐教材

运筹学

主 编 李湘露 朱九龙

副主编 王霄羽 李红艳 常玉苗



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP) 数据

运筹学 / 李湘露, 朱九龙主编. —北京: 北京师范大学出版社, 2010.8

ISBN 978 - 7 - 303 - 11081 - 0

I. ①运… II. ①李…②朱… III. ①运筹学 IV. ①022

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 104885 号

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com.cn

北京新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印 刷: 中青印刷厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 184 mm × 260 mm

印 张: 17.5

字 数: 350 千字

版 次: 2010 年 8 月第 1 版

印 次: 2010 年 8 月第 1 次印刷

定 价: 29.00 元

策划编辑: 周光明 责任编辑: 周光明

美术编辑: 高 霞 装帧设计: 华鲁印联

责任校对: 李 茵 责任印制: 李 啸

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

前 言

运筹学是 20 世纪 40 年代开始形成的一门新兴应用科学,它采用数学方法分析和解决各种领域中的最优化问题,求得合理利用各种资源的最佳方案,从而为决策者提供科学决策的依据。运筹学在自然科学、社会科学、工程技术生产实践、经济建设及现代化管理中有着重要的意义。随着科学技术和社会经济建设的不断发展进步,运筹学得到了快速发展和广泛应用。运筹学的线性规划、对偶理论、运输问题、目标规划、整数规划、图论、网络规划以及决策分析等内容已经成为经济管理类本专科生所应具备的专业理论知识。本书根据经济管理类本专科生知识结构的需要,系统地介绍了上述内容的基本思想、理论与方法,并结合相应案例,探讨了 WINQSB 软件在运筹学中的应用,以提高学生的知识运用能力。

本教材编写组的所有老师已有近十年的运筹学教学经验和科研工作经历,在长期的教学实践中,大家感觉到对于高等院校的本、专科学生而言,应该着重了解和掌握运筹学解决实际问题的理论和方法,提高实际应用能力,而不宜让大量的数学定理证明占据有限的课堂教学时间,从而使学生失去学习运筹学的兴趣。事实上,现在许多运筹学的计算求解软件均比较成熟和完善,在实际工作中已得到了广泛的应用。对于绝大多数普通高等院校的同学而言,他们今后主要从事应用型工作,所以应该让他们更多地掌握运筹学建模的方法与技巧,并能够利用相应运筹学软件进行问题的求解。然而,我国目前市场上出售的运筹学教材,经常忽视了学生应用能力的培养,而侧重于理论教学。

基于以上情况的考虑,编写组精心设计和编写了此教材。本书系统介绍了线性规划、对偶规划、整数规划、目标规划、动态规划、图论、网络规划、决策分析等运筹学的基本理论和方法。在各章内容的安排上,遵循由理论到实践的原则,并在各章理论讲解过程中采用同一个案例贯穿其中。同时,侧重于提高学生的应用能力,各章理论知识分析之后,均安排了一些典型案例,并结合 WINQSB 软件探讨案例的求解方法,以期提高学生解决实际问题的能力。

结合编写组老师们各自的教学优点,我们进行了认真的分工,具体如下:李湘露对本书的编写工作进行总体指导;朱九龙编写第一、二章;王霄羽编写第三、四、七章;李红艳编写第五、八章;常玉苗编写第六、九章;李湘露和朱九龙共同编写第十章。全书由朱九龙统稿、审核。

在这么短的时间内,各位编委老师克服了自身的种种困难,不辞劳苦,一遍又一遍地修改、校对和完善,对大家付出的艰辛劳动表示非常感谢。对于北京师范大学出版社的大力支持,表示真诚的谢意。

我们希望这本书能够得到读者的喜欢,也真诚地希望您能够给我们提出宝贵的意见、批评或建议。

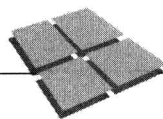
我们的联系方式是 E-mail:hhuzjl@163.com。或者通过出版社联系我们,同样表示欢迎。

本书编写组

2010 年 3 月于郑州

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 运筹学的定义和发展简史	(1)
第二节 运筹学的性质与特点	(4)
第三节 运筹学的研究步骤	(5)
第四节 运筹学的研究分支	(7)
第五节 运筹学的研究展望	(9)
第二章 线性规划及单纯形法	(11)
第一节 线性规划数学模型	(11)
第二节 线性规划问题的图解法	(17)
第三节 线性规划问题的单纯形法	(19)
第四节 单纯形法的进一步讨论	(28)
第五节 案例分析及 WINQSB 软件应用	(32)
第三章 线性规划的对偶理论	(45)
第一节 对偶模型与对偶理论	(45)
第二节 对偶单纯形法	(53)
第三节 对偶问题的性质与影子价格	(56)
第四节 灵敏度分析	(58)
第五节 对偶问题的 WINQSB 软件应用	(67)
第四章 运输问题及应用	(79)
第一节 运输问题的数学模型	(79)
第二节 产销平衡运输问题的表上作业法	(81)
第三节 产销不平衡的运输问题	(98)
第四节 案例分析及 WINQSB 软件应用	(107)
第五章 整数规划	(116)
第一节 整数规划的数学模型	(116)
第二节 整数规划的求解	(117)
第三节 0—1 型整数规划	(124)
第四节 指派问题	(128)
第五节 案例分析及 WINQSB 软件应用	(134)
第六章 目标规划	(143)
第一节 目标规划的数学模型	(143)



第二节	目标规划的图解法	(147)
第三节	目标规划的单纯形法	(149)
第四节	目标规划的灵敏度分析	(152)
第五节	案例分析及 WINQSB 软件应用	(154)
第七章	动态规划	(162)
第一节	多阶段决策问题	(163)
第二节	动态规划的基本概念及最优性原理	(164)
第三节	动态规划问题的求解	(171)
第四节	案例分析及 WINQSB 软件应用	(177)
第八章	图论	(204)
第一节	基本概念	(204)
第二节	最短路问题	(208)
第三节	最大流问题	(211)
第四节	中国邮递员问题	(215)
第五节	案例分析及 WINQSB 软件应用	(218)
第九章	网络规划	(227)
第一节	网络图的绘制	(227)
第二节	时间参数及关键线路的确定	(231)
第三节	网络优化	(236)
第四节	网络规划的 WINQSB 软件应用	(246)
第十章	决策分析	(253)
第一节	决策分析概述	(253)
第二节	不确定性决策问题	(255)
第三节	风险性决策问题	(260)
第四节	信息价值与贝叶斯决策	(266)
参考文献		(271)

第一章 绪论

本章学习要点

- 运筹学的定义、发展简史；
- 运筹学的性质、特点；
- 运筹学研究方法、步骤；
- 运筹学各分支介绍；
- 运筹学发展前景展望。

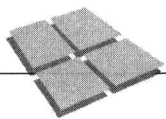
第一节 运筹学的定义和发展简史

运筹学是近半个世纪以来发展起来的一门现代学科,它在生产管理、工程技术管理、经济管理以及社会科学管理中都有着广泛的应用,随着我国市场经济体系的建立,管理将越来越成为国力强盛、企业生存和发展的关键所在。而有效的管理必须建立在科学决策的基础上,运筹学正是一门这样的学科,它为人们提供了一系列数学方法,管理人员可以在组织管理中利用这些方法来制订目标优化的最佳方案,从而为作出最终决策提供科学依据。

一、运筹学的定义

运筹学,英文原名为 Operations Research 或 Operational Research(缩写为 O. R.),可翻译为“运用研究”或“作业研究”,由于运筹学涉及的主要是管理问题,研究手段主要是建立数学模型,并较多地运用各种数学工具,因此曾有人将运筹学称作“管理数学”。1957 年我国从“运筹帷幄之中,决胜千里之外”(出自《史记·高祖本纪》)这句古语中摘取“运筹”两字,将 O. R. 正式译作“运筹学”,这个名称比较恰当地反映了这门学科的性质和内涵。

运筹学是一门应用各种数学方法来研究各种系统最优化问题的学科。顾名思义,运筹学就是对如何“运作”进行研究的一门科学,但至今运筹学并无一个统一的定义。西方学者莫斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)的定义是:“运筹学是为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时,提供以数量化为基础的科学方法。”在《大英百科全书》中定义为:“运筹学是一门应用于管理有组织系统的科学”,“运筹学为掌管这类系统的人提供决策目标和数量分析的工具”。我国《辞海》(1979 年版)中释义为:“运筹学主要研究经济活动与军事活动中能用数量来表达有关运用、筹划与管理方面的问题,它根据问题的要求,通过数学的分析与运算,作出综合性的合理安排,以达到较经济较有效地使用人力物力。”中国大百科全书(自动控制与系统工程卷,1991 年版)的释义为:“用数学方法研究经济、民政和国防等部门在内外环境的约束条件下合理分配人力、物力、财力等资源,使实际系统有效运行的技术科学,它可以用来预测发展趋势,制订行动规划或优选可行方案。”《中国企业管理百科全书》(1984 年版)中定义为:“应用分析、试验、量化的方法,对经济管理系统中人、财、物等有限资源进行统筹安排,为决策者提供有依据的最优方案,以实现最有效的管理。”



综合以上种种定义,本书从直观、明了的角度将运筹学定义为:“通过构建、求解数学模型,规划、优化有限资源的合理利用,为科学决策提供量化依据的系统知识体系。”

二、运筹学的发展历史

1. 运筹学的早期萌芽

运筹学的渊源可以追溯到很久以前。在中国,朴素的运筹学思想早在我国古代文献中就有不少记载,例如,齐王田忌赛马和丁渭主持的皇宫修复等。在国外,人们常常推崇阿基米德为运筹学的先驱人物,因为他筹划有方,在保卫叙拉古、抵抗罗马帝国的侵略中作出了突出贡献。

运筹学思想在生产上的早期尝试是用科学的方法进行生产组织中的管理活动,其产生的背景是工业革命。由于工业革命的发生,组织的规模和复杂性出现了显著的增长,早期的小手工作坊逐渐演变为现在拥有巨资的大公司(生产组织)。随着技术的进步、社会的发展,组织内部劳动分工日益增多,管理职能的划分越来越细。这种变革给组织带来了巨大的效益,但是日益增长的部门专门化也带来了一些新的问题,甚至这些问题中的一部分仍出现在现在的许多组织中。其中之一就是,组织中的许多部门有形成相对独立组织的倾向,它们逐渐形成了自己的目标和价值体系,它们的运作和目标有时不再与组织的全局发展目标相吻合,于是部门间无法进行协调。与此相关的一个问题是随着组织中复杂性和专门化的增加,如何以一种对组织全局发展最有效的方式来使用各种可获得的资源变得愈发困难。以上这些问题的出现和寻找有效解决办法的需要,为运筹学思想的产生和应用提供了有利的环境。

2. 运筹学的产生与发展

凡是要求(人或组织)作出决策的问题均属于运筹问题。虽然在人类社会,运筹问题早已存在,但是运筹学作为决策的科学方法、作为一个边缘学科,是近几十年间发展和成熟起来的。人类为了合理地进行经济活动,需要对这个过程的有关因素进行衡量和计算。在社会主义市场经济条件下,为使社会生产合乎目的地、有计划地进行,对生产诸因素进行分析和计算是十分必要的。

20世纪初出现的边际分析、盈亏平衡分析、经济批量模型、产品质量的统计控制方法等,是数学方法用于经营管理决策的萌芽。在第二次世界大战中出现及战后得到发展的运筹学,则为管理决策提供了一种科学的工具和手段,使经营管理的决策方法开始发生了质的变化。这表现在:第一,在管理决策中引入了“系统”的思考方法;第二,利用数学模型来解决问题。这一学科发展至今已经包括许多分支,其应用的范围也日益广泛。

一般认为运筹学起源于第二次世界大战,而运筹学作为科学名词是出现在20世纪30年代末。当时英、美对付德国的空袭,雷达作为防空系统的一部分,从技术上是可行的,但实际运用却并不好,为此一些科学家从研究如何利用雷达开始进行一类新问题的研究。因为它与研究技术问题不同,就称为“运用研究(Operational Research)”,这就是O. R.(运筹学)这个名词的起源(我国在1956年曾用过“运用学”一词,到1957年正式定名为“运筹学”)。

第二次世界大战中,各国的运筹学小组广泛进行了如何提高轰炸效果或侦察效果,如何用水雷有效封锁敌方海面和其他战略战术方面的分析,为取得反法西斯战争的胜利作出了贡献。1939年前苏联数学家康托洛维奇出版了《生产组织与计划中的数学方法》一

书,对彼得格勒胶合板厂的计划任务建立了一个线性规划的模型,并提出了“解乘法法”的求解方法,为数学和管理科学的结合作出了开创性的工作。

第二次世界大战以后,在英、美军队中相继成立了更为正式的运筹学研究组织。以兰德公司(RAND)为首的一些部门开始着重研究战略性问题。此外,运筹学的活动也从军事技术扩展到工业和政府等部门。运筹学的发展先后经历了三个阶段:

(1) 创建时期,从1945年到20世纪50年代初。特点是研究人数不多,范围较小,出版物、学会等数量少。英国一些战时最早从事运筹学研究的人开始积极讨论如何将运筹学的方法应用于民间部门,并于1948年成立了“运筹学俱乐部”,在煤炭、电力等部门进行运筹学的推广和应用,取得了一些进展。1948年美国麻省理工学院把运筹学作为一门课程介绍,1950年英国伯明翰大学正式开设运筹学课程,1952年在美国卡斯(Case)工业大学设立了运筹学的硕士和博士学位。1950年于英国创办了第一本运筹学杂志《运筹学季刊》(O. R. Quarterly)。第一个运筹学会——美国运筹学会于1952年成立,并于同年出版了《运筹学学报》(Journal of ORSA)。1951年莫尔斯(P. M. Morse)和金博尔(G. E. Kimball)合著的《运筹学方法》一书正式出版。所有这些标志着运筹学这一学科基本形成。

(2) 成长时期,从20世纪50年代初到50年代末期。特点是电子计算机技术的迅速发展,使得运筹学的一些方法如单纯形法、动态规划的方法等能够用来解决实际管理系统中的优化问题,促进了运筹学的推广应用。50年代末,在美国大约有半数的大公司在自己的经营管理中都运用了运筹学。此外,这一阶段出现了更多的刊物和学会。从1956—1959年就有法国、印度、日本、荷兰、比利时等十个国家成立了运筹学会,并有6种运筹学刊物问世。1957年在英国牛津大学召开了第一次国际运筹学会议,以后每3年举办一次。1959年成立了国际运筹学联合会(International Federation of Operations Research Societies, IFORS)。

(3) 发展和普及时期,从20世纪60年代以来至今。特点是运筹学进一步细分为各个分支,专业学术团体迅速增多,创办了更多的期刊,有关运筹学的书籍也大量出版以及更多的学校将运筹学课程纳入教学计划之中。第三代电子数字计算机的出现,使得运筹学可以用来研究一些大的复杂系统,如城市交通、环境污染、国民经济等。

在运筹学的早期发展过程中,许多学者在理论上为运筹学的发展作出过重要贡献。丹麦工程师爱尔朗于1917年在研究哥本哈根电话通信系统时,提出了排队论的一些著名公式。1939年苏联数学家康托洛维奇在研究铁路运输的组织问题、工业生产的管理问题时提出了线性规划的数学模型。1947年,美国学者丹西格(G. B. Dantzig)提出了线性规划问题的有效解法——单纯形法。1944年,冯·诺伊曼(Von Neumann)和摩根斯坦(O. Morgenstern)合著的《对策论与经济行为》为对策论奠定了基础。1951年,美国学者贝尔曼(R. Bellman)在解决多阶段决策问题时,提出了动态规划原理。这些理论研究为分析和解决经济决策问题提供了多样化的方法,从而使运筹学有了快速的发展,产生了许多新的分支,如数学规划(线性规划、非线性规划、整数规划及动态规划)、图与网络分析、排队论、存储论、对策论及决策论等。事实上,到20世纪50年代末,线性规划、动态规划、排队论、存储论等许多标准的运筹学工具都得到了相对较好的发展和应用。20世纪60年代下半期开始,随着生产发展的需要,运筹学的研究范围由小到大,并逐渐和系统分析方

法、未来学以及社会科学等相结合,使运筹学有了更为广阔的应用空间。20 世纪 80 年代,随着计算机技术的迅猛发展,运筹学得到了更大的发展。在研究解决运筹学的许多复杂问题的过程中,通常需要进行大量的数学计算,而计算机的广泛应用,为解决各种实际的运筹学问题提供了有力的支持。

在我国,运筹学的研究与应用始于 20 世纪 50 年代,首先是钱学森、许国志等教授将运筹学从西方引入到我国,并结合我国的特点在国内推广应用。我国第一个运筹学小组是 1956 年在中国科学院力学研究所成立的,1958 年建立了运筹学研究室。1960 年在山东济南召开了全国应用运筹学的经验交流和推广会,1962 年和 1978 年先后在北京和成都召开了全国运筹学专业学术会议,1980 年 4 月成立了中国运筹学会。运筹学方法已经开始在农林、交通运输、建筑、机械、冶金、石油化工、水利、邮电、纺织等部门应用推广。除了中国运筹学会外,中国系统工程学会以及与国民经济各部门有关的专业学会也都把运筹学应用作为重要的研究领域。我国高等院校,特别是经济管理类专业已经普遍把运筹学作为一门专业的主修课程并列入教学计划之中。

20 世纪 90 年代以后至今对运筹学的研究大致在三个领域发展:运筹学应用、运筹科学、运筹数学。一般的共识是,运筹学的研究不能忘记其原有的应用性强的特色,必须强调多学科交叉联系和解决实际问题的研究。我们面临的很多系统通常涉及大量的经济、技术、社会、政治和心理等综合因素,这些综合因素受到人的影响和干预,存在非结构性的复杂问题,仅用数学模型是很难加以描述和解决的。但近几十年来,随着社会的不断发展和进步,实践将对运筹学提出更新更多的研究课题,运筹学正处于不断发展、不断进步的时期,有关运筹学的理论研究和实际应用都得到了迅速发展。在理论研究方面涌现出许多新的模型方法和算法。在应用方面,运筹学与各种专业学科相结合,产生和发展了许多新的专业分支。研究内容包括:“军事运筹学”、“运筹学在卫生医疗系统中的应用”、“运筹学在交通运输中的应用”、“运筹学在旅游观光事业中的应用”以及“能源运筹学模型”、“教育运筹学模型”、“刑事司法运筹学模型”,等等。此外,随着运筹学的应用逐渐向复杂的社会大系统渗透,运筹学的研究内容也出现了定性分析与定量分析相结合的发展趋势。同时,运筹学的发展与计算机技术的发展息息相关,计算机的快速发展必将会深刻影响运筹学未来的发展,许多目前还不能求解的运筹学问题在将来会被解决,运筹学的应用领域也会进一步得到拓宽和发展。研究如何应用现代信息技术和运筹学为社会经济系统服务将成为运筹学的一项重要研究内容。

第二节 运筹学的性质与特点

运筹学属于应用数学范畴,具体地说,它是一门管理数学,是一种通过对系统进行科学的定量分析,从而发现问题、解决问题的系统方法论。与其他自然学科不同,运筹学研究的对象是“事”,而不是“物”,它揭示的是“事”的内在规律性,研究的是如何把事办得更好的方式方法。因此,有人也把运筹学称为事理科学。根据运筹学概念的内涵,它的主要学科特点有以下几点:

(1) 研究对象是有组织的系统,解决问题的对象是其中的管理问题,因此,它着重从全局或系统的观点看问题,始终追求总体效果最优。运筹学在研究问题时,总是力求从事

物方方面面的联系中进行分析,强调通过协调各组成部分之间的关系和利害冲突,使整个系统达到最优状态。运筹学强调“整体大于部分和”,始终追求“ $1+1>2$ ”的效果。例如经科学检测发现,人的双目的视敏度是单目视敏度的6倍以上,且双目能产生立体层次感,单目则很难。

(2) 应用的工具是科学的方法、技术,具体的说,主要是数学的方法。运筹学是通过建立与求解模型解决问题的,它总是力求通过建立模型的方法或数学定量方法,使问题在量化的基础上达到科学、合理地解决。“其应用范围仅限于科学方法可以完满应用的范围。”它服务的目的是为决策者与执行者提供一个有效、实用的决策方案,作为其决策判断的依据。

(3) 强调实际应用和实践性。运筹学是一门实践的科学,它完全是面向应用的。目前,它已被广泛应用于工商企业、军事部门、民政事业等组织内的统筹协调问题,故其应用不受行业、部门之限制。运筹学既对各种经营问题进行创造性的科学研究,又涉及组织的实际管理问题,它具有很强的实践性。离开了实践,运筹学就失去了其存在的价值和意义。它的最终任务是向决策者提供建设性意见,并收到实效。

(4) 最终目的是使有组织的系统中的人力、财力、物力和信息得到最有效的利用,它总是力求使系统的产出最大化,使投入与产出的比例实现最佳配置。它特别重视效益与费用的比较,强调在降低成本费用的基础上追求系统效益和产出的最优化。

(5) 多学科交叉性。这其中又包括所涉及的问题领域的多学科性、应用方法的多学科性、团队组合的多学科性。运筹学解决的问题往往是政治、经济、技术、社会、心理、生态等多种因素的综合,应用包括数学、经济学、社会学、管理学、心理学等多方面的知识。就数学来说,线性代数、概率论和微积分等,都是必不可少的。

(6) 与计算工具的发展密切相关。运筹学的发展,与计算机的发展始终是结合在一起的。没有计算机的发展,也就不可能有运筹学的发展。这是由运筹学的性质决定的。正是因为如此,运筹学的教学也离不开计算机。

► 第三节 运筹学的研究步骤

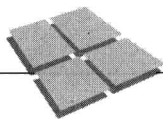
围绕着模型的建立、修正与应用,运筹学的研究可划分为以下步骤:

一、分析与表述问题

首先对研究的问题进行系统的观察分析,归纳出决策的目标及制订决策时在行动和时间等各方面的限制,分析时可以先提出一个初步的目标,通过对系统的各种因素和相互关系的研究,使这个目标进一步明确化;此外还需要与有关人员进一步讨论,明确有关研究问题的过去与未来,问题的边界、环境以及包含这个问题在内的更大系统的有关情况,以便在对问题的表述中确定问题中哪些是可控的决策变量,哪些是不可控的变量,确定限制变量取值的工艺技术条件及对目标的有效度量;另外,还要收集有关的数据,确定问题各要素间的定量关系,各要素变量的取值范围等。

二、建立模型

模型是研究者对客观现实经过思维抽象后用文字、图表、符号、关系式以及实体模样描述所认识到的客观对象。模型表达了问题包含的各种变量间的相互关系。模型的正确



建立是运筹学研究中的关键一步,对模型的研制是一项艺术,它是将实际问题、经验、科学方法三者有机结合的创造性的工作。

运筹学在解决问题时,按研究对象不同可构造各种不同的模型,模型的基本形式有形象模型、模拟模型和数学模型,目前用得最多的是数学模型。构造模型是一种创造性劳动,成功的模型往往是科学和艺术的结晶,构建模型的方法和思路有以下五种:

1. 直接分析法

按研究者对问题内在机理的认识直接构造出模型,运筹学中已有不少现存的模型,如线性规划模型、投入产出模型、排队模型、存储模型、决策和对策模型等等。这些模型都有很好的求解方法及求解的软件,但用这些现存的模型研究问题时,要注意不能生搬硬套。

2. 类比法

有些问题可以用不同方法构造出模型,而这些模型的结构性质是类同的,这就可以互相类比。如物理学中的机械系统、气体动力学系统、水力学系统、热力学系统及电路系统之间就有不少彼此类同的现象,甚至有些经济、社会系统也可以用物理系统来类比。在分析有些经济、社会问题时,不同国家之间有时也可以找出某些类比的现象。

3. 数据分析法

对有些问题的机理尚未了解清楚,若能搜集到与此问题密切有关的大量数据,或通过某些试验获得大量数据,这就可以用统计分析方法建立模型。

4. 试验分析法

当有些问题的机理不清,又不能做大量试验来获得数据时,就只能通过对局部试验的数据加以分析来构造模型。

5. 构想法

当有些问题的机理不清,缺少数据,又不能做试验来获得数据时,例如一些社会、经济、军事问题,人们只能在已有的知识、经验和某些研究的基础上,对于将来可能发生的情况给出逻辑上合理的设想和描述,然后用已有的方法构造模型,并不断修正完善,直至比较满意为止。

建立模型的好处,一是使问题的描述高度规范化,如管理中对人力、设备、材料、资金的利用安排都可以归纳为所谓资源的分配利用问题,可建立起一个统一的规划模型,而对规划模型的研究代替了对一个个具体问题的分析研究;二是建立模型后,可以通过输入各种数据资料,分析各种因素同系统整体目标之间的因果关系,从而确立一套逻辑的分析问题的程序方法;三是建立系统的模型为应用电子计算机来解决实际问题架设起桥梁。建立模型时既要尽可能包含系统的各种信息资料,又要抓住本质的因素。

三、对问题求解

用数学方法或其他工具对模型求解。根据问题的要求可分别求出最优解、次最优解或满意解;依据对解的精度及要求及算法上实现的可能性,又可区分为精确解和近似解等。求解模型可以借助计算机工具,标准的运筹学模型基本都有现成的软件包可以使用,例如:中国矿业大学管理学院运用 VB 编制的基于 Windows 界面的软件包。

四、对模型解进行检验

将实际问题的数据资料代入模型,找出的精确的或近似的解毕竟是模型的解,为了

检验得到的解是否正确,常采用回溯的方法。即将历史的资料输入模型,研究得到的解与历史实际的符合程度,以判断模型是否正确。当发现有较大误差时,要将实际问题同模型重新对比,检查实际问题中的重要因素在模型中是否已考虑到,检查模型中各公式的表达是否前后一致,以及检查模型中各参数取极值情况时问题的解,以便发现问题进行修正。

五、确定解的适用范围

任何模型都有一定的适用范围,模型的解是否有效首先要注意模型是否继续有效,并依据灵敏度分析的方法,确定最优解保持稳定时的参数变化范围。一旦外界条件参数变化超出这个范围,就要及时对模型及导出的解进行修正。

六、解(方案)的实施

方案的实施是运筹学研究的目的是,要向实际应用部门讲清方案的用法,以及在实际中可能产生的困难和克服困难的措施与方法等。

为了有效地应用运筹学,前英国运筹学学会会长托姆林森提出了六条原则:(1) 合伙原则。是指运筹学工作者要和各方面的工作者,尤其是要同实际部门工作者合作。(2) 催化原则。是指在多学科共同解决某问题时,要引导人们改变一些常规的看法。(3) 互相渗透原则。要求多部门彼此渗透地考虑问题,而不是只局限于本部门。(4) 独立原则。在研究问题时,不应受某人或某部门的特殊政策所左右,应独立从事工作。(5) 宽容原则。解决问题的思路要宽,方法要多,而不是局限于某种特定的方法。(6) 平衡原则。要考虑各种矛盾的平衡,关系的平衡。

► 第四节 运筹学的研究分支

运筹学经过半个多世纪的发展,目前已经形成了丰富的内容,产生了众多的分支。按所解决问题性质和模型的特点划分,运筹学的主要分支和基本内容有以下几个方面:

一、线性规划

线性规划的主要研究内容:在经营管理中如何有效地利用现有的人力、物力和财力来完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少数的人力、物力、财力去实现。此类统筹规划的问题需要用数学语言来表达,首先根据问题的具体目标来选取适当的变量(称为决策变量),通过用变量的函数形式(称为目标函数)来表达出该问题的目标,然后用有关决策变量的等式或不等式(称为约束条件)来表达出对该问题的限制条件。当决策变量连续取值,且目标函数和约束条件的表达式均为线性时,则称这类模型为线性规划的模型。对线性规划问题进行建模是相对简单的,有通用的算法和较成熟的计算机软件,它也是运筹学中应用最为广泛的一个分支。用线性规划求解的典型问题包括运输问题、生产计划问题、下料问题、混合配料问题等等。有些规划问题的目标函数是非线性的,往往在求解中可采用分段线性化等方法使其转化为线性规划问题。

二、非线性规划

非线性规划的主要研究内容是:如果在线性规划模型中目标函数或约束条件不全是线性的,则对该类问题的研究就构成了非线性规划分支。由于大多数工程物理量的表达式是非线性的,因此,非线性规划在各类工程的优化设计中得到较多的应用,它是优化设

计的有力工具。

三、动态规划

动态规划的主要研究内容是:有些管理活动是由一系列的阶段组成的,在每个阶段依次进行决策,而且上一阶段的输出状态即是下一阶段的输入状态,各阶段的决策之间是互相关联的,因而构成了一个多阶段决策过程。动态规划就是研究多阶段决策过程最优化问题的运筹学分支。具体来说就是研究多阶段决策过程的总体优化,即从系统总体出发,要求各阶段决策所构成的决策序列使目标函数值达到最优。

可以将上述线性规划、非线性规划、动态规划统称为规划论。

四、图论与网络分析

图论与网络分析的主要研究内容是:生产管理中经常遇到工序间的合理衔接问题,设计中经常遇到研究各种管道、线路的负载能力以及仓库、附属设施的布局等问题。把这些问题的研究对象抽象为顶点,对象之间的联系抽象为边,则点、边的集合就构成图。图论是研究顶点和边所组成的图形的数学理论和方法,而图是网络分析的基础,如果根据研究的具体网络对象(如铁路网、电力网、通信网等)赋予图中各边某个具体的参数(如时间、流量、费用、距离等)并指定了起点、中转点和终点,称这样的图为网络图。网络分析主要是利用图论方法来研究各类网络结构和流量的优化分析,还包括利用网络图形来描述一项工程中各项作业的进度和结构关系,以便对工程进度进行优化控制。此分支通过对图和网络性质及优化的研究解决了设计与管理中的实际问题。

五、存储论

存储论的主要研究内容是:为了保证企业生产的正常进行,需要有一定数量的原材料和零部件的储备,以调节供需之间的不平衡。在实际问题中需求量可能是个常数,也可能是服从某一分布的随机变量;每次订货需要一定费用,提出订货后货物可以一次到达,也可以分批到达;从提出订货到货物的到达可能是即时的,也可能是需要一个周期的(提前订货期);有些情况下允许缺货,有些情况则不允许缺货。存储论就是研究在各种供应和需求的条件下,应当在什么时间,提出多大的订货批量来补充储备,使得用于采购、存储和有可能发生的短缺导致的费用损失的总和为最少等问题。

六、排队论

排队论的主要研究内容是:在生产和生活中存在着大量有形和无形的拥挤和排队现象。排队系统由服务机构(服务员)及被服务的对象(顾客)组成。一般顾客的到达及服务员用于对每位顾客的服务时间是随机的,服务员可以是一个或多个,在多个情况下又可分为平行或串联排列。排队按一定规则进行,有等待制、损失制、混合制等。排队论就是一种研究排队服务系统工作过程优化的数学理论和方法。它通过找出这类系统工作特性的数值,即在顾客不同输入、各类服务时间的分布、不同服务员数以及不同排队规则情况下,排队系统的工作性能和状态,来为设计新的服务系统和改进现有系统提供数量依据。工业企业生产中多台设备的看管、机修服务等都属于这类服务系统。

七、对策论

对策论多用于具有对抗局势的模型。在该类模型中,参与对抗的各方(称为局中人)均有一组策略可供选择,当各局中人分别采用不同策略时,对应一个收益或需要支付的函数。在社会、经济、管理等与人类活动有关的系统中,各局中人都按照各自的利益和知

识进行对策,每个人都力求扩大自己的利益,但又无法精确地预测其他局中人的行为对策,他们之间还可能玩弄花招,制造假象。对策论就是为局中人在这种高度不确定和充满竞争的环境中,提供一套完整的、量化的和程序化的选择策略的理论和方法。它已应用于商品、消费者、生产者之间的供求平衡分析,利益集团的协商和谈判,以及军事上各种作战模型的研究等。

八、决策论

决策论的主要研究内容是:为最优地达到目标,依据一定的准则,对若干备选行动的方案进行抉择。随着科学技术的发展、生产规模和人类社会活动的扩大,不断要求用科学的决策来代替经验决策,即实行科学的决策程序,采用科学的决策技术和具有科学的思维方法。在决策过程中一般包括:形成决策问题,即提出方案,确定目标和效果的度量;确定各方案对应的结果以及出现的概率;确定决策者对不同结果的效用值;综合评价,作出方案的取舍。决策论就是对整个决策过程中涉及的问题进行综合研究,以便确定决策准则,并选择最优的决策方案。

综上所述,运筹学的内容有数学规划、运输问题、图与网络分析、排队论、存储论、决策论和对策论等,其中数学规划又包括线性规划、整数规划、非线性规划、目标规划和动态规划等。虽然运筹学包括的内容较多,但是它们有两个共同的特点:一是以全局最优作为研究问题的出发点;二是通过建立数学模型,运用优化技术求得系统最佳的运营方案。

第五节 运筹学的研究展望

运筹学作为一门独立的科学一经产生,就因其在第二次世界大战中发挥了积极的作用而著称于世,后又因其在工业、农业、商业、交通运输业及政府部门等管理领域里的巨大成功而备受世人的青睐。同时,其自身在理论和实践方面都有了飞速的发展。时至今日,运筹学究竟向哪个方向深入发展,在运筹学界有着种种不同的推测,综合起来主要有如下几种发展趋势:

第一,着力于运筹学的应用研究。有人认为目前专家们追求完美的数学模型,其主观愿望是值得肯定的,但若忽视运筹学解决实际问题的根本宗旨是不可取的。而且他们指出不能迷恋于数学模型的精巧、复杂化和使用高深的数学工具,而应将注意力集中在处理面临的大量新的不易解决的实际问题上来。所以说加强运筹学应用的研究是运筹学始终保持生机勃勃的基本保证。

第二,着力于运筹学和计算机结合的研究。计算机的产生是推动运筹学应用的基本因素,因为任何一个运筹学的实际问题若没有计算机的协助是很难取得满意结果的,而且没有计算机绝大多数运筹学技术也无法得以实现。一个中等难度的线性规划问题,采用计算机运算可能几分钟甚至几十秒钟就能取得最优解,而用人工计算则需花费几周甚至几个月才能算出结果。因此,研究计算机和运筹学的结合,使计算机成为运筹学不可分割的一部分和不可分割的工具将是一项长期的研究任务。

第三,运筹学和创造学“硬软”结合的研究。数学方法存在如下的局限性:其一,有些因素例如人的心理因素和社会因素无法进行量化,因而也难以将它们反映到数学模型中来;其二,在现代管理中所要考虑的变量和目标的多样性,以及它们之间存在着错综

复杂的关系,是现今数学所无法予以准确描述的;其三,一些常规的实际问题,至今还没有简单易行的数学方法来给予解决。因此运筹学界已经意识到了将运筹学埋在烦琐的数学模型里的做法,最终会使运筹学行走向死亡的危险。为了使运筹学这个硬技术不至于因过分的僵化而死,国外在 20 世纪 70 年代中期,不仅提出了硬技术软化的问题,例如,将最优原则改为满意原则,出现了模糊数学和仿真等新的发展趋向;而且还提出软技术和软技术科学化的概念。所谓软技术指的是创造学,提倡加强思维能力的锻炼,研究创造思维的规律,掌握创造力的研发技术等,甚至宣称软技术的科学化比硬技术的科学化更加重要。

总的来说,运筹学发展的历史并不如其他学科那样久远,应该说它还是一门年轻的科学,自它诞生以来只有 60 多年的历史,现有的分支、理论和方法还远远满足不了描述复杂的系统运动过程和规律的需要。但它发展空间大,处于不断发展之中,新的思想、观念和方法也不断地涌现。因此,有志于运筹学事业的人都应加入这个行列,为运筹学的明天作出不懈的努力。

第二章 线性规划及单纯形法

本章学习要点

- 线性规划模型的建立及标准型；
- 线性规划模型的求解方法——图解法、单纯形法和大M法；
- 线性规划模型的应用案例；
- WINQSB软件在线性规划模型求解中的应用。

线性规划是运筹学的重要分支,英语称 Linear Programming,简称 LP。最早提出这类问题是在 20 世纪 30 年代,苏联数学家康托洛维奇为解决生产组织中若干问题时提出线性规划问题,当时提出了“乘数解法”。20 世纪四五十年代美国独立发展了线性规划,1947 年由丹捷格(G. B. Dantzig)提出了单纯形法,并且将这类问题称作 Linear Programming。此后,线性规划在理论上趋于成熟,在实际应用中也日益广泛和深入。随着计算机处理能力的提高,线性规划的适用领域就更为广泛,从解决技术问题的最优化设计延伸到工业、农业、商业、交通运输业、军事、经济计划和管理决策等领域,它已是现代科学管理的主要手段之一。本章主要介绍线性规划的基本概念、模型的建立及求解。

第一节 线性规划数学模型

一、线性规划数学模型及其建立的步骤

在生产实践中,常常会遇到两类优化问题:如何运用现有的资源(如人力、机器、原材料等)安排生产,使产值最大或利润最高;或者,对于给定的任务,如何统筹安排以便消耗最少的资源。线性规划是用来解决这类问题常见的方法,而建立线性规划数学模型则是用线性规划解决问题时最基本的步骤。下面结合例题,说明线性规划数学模型建立的步骤。

【例 2-1】 某工厂用甲、乙、丙三种原材料生产 A、B 两种产品,有关资料见表 2-1。

表 2-1

产品	单位产品甲原料消耗量(吨)	单位产品乙原料消耗量(吨)	单位产品丙原料消耗量(吨)	单位产品利润(万元)
A	1	4	0	2
B	2	0	4	3

该工厂每天可获得 4 吨的甲原料、8 吨的乙原料和 6 吨的丙原料,问该工厂每天应各生产 A、B 多少件,可使总利润最大?

解:

第一步,假设变量。确定合适的决策变量是能否成功地建立数学模型的关键。在本例题中,可以设 x_1, x_2 分别表示 A、B 产品的日产量。

第二步,根据假设变量列出约束条件。约束条件是用来描述决策变量受到各种限制