



邹友峰◎著

条带开采优化设计 及其地表沉陷预计的 三维层状介质理论



科学出版社

条带开采优化设计及其地表沉陷 预计的三维层状介质理论

邹友峰 著

国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目
国家自然科学基金资助项目

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书对条带开采工程岩体的力学模型进行了研究,给出了相应的理论解。本书通过敏感性分析,得出了条带开采地表沉陷的主要影响因素;重点探讨了开采几何尺寸、地层结构对条带开采地表沉陷和岩体内部波浪移动带高度的影响,并在此基础上,绘制了大量的计算诺谟图,给出了条带开采地表沉陷和岩体内部波浪移动带高度的预计方法。

本书可供从事开采沉陷与特殊采矿方法研究的科研人员及煤矿工程技术人员阅读,也可供高等院校矿山测量、采矿工程、工程力学、土木工程等专业的研究生、本科生参考。

图书在版编目(CIP)数据

条带开采优化设计及其地表沉陷预计的三维层状介质理论/邹友峰著.
—北京:科学出版社,2011

ISBN 978-7-03-030765-1

I. ①条… II. ①邹… III. ①条带开采-地面沉降-研究 IV. ①TD327

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 066796 号

责任编辑:童安齐 王 钰 / 责任校对:王万红

责任印制:吕春珉 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2011 年 5 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2011 年 5 月第一次印刷 印张:9 3/4

印数:1—1 500 字数:180 000

定价:45.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈双青〉)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137026(BA08)

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229; 010-64034315; 13501151303

前 言

我国煤矿建筑物下、铁路下、水体下(简称“三下”)压煤量巨大。据对国有重点煤矿统计,全国“三下”压煤量约 137.9 亿吨,其中建筑物下压煤为 87.6 亿吨,而村庄下压煤又占建筑物下压煤的 60%,达到 52.21 亿吨。村庄压煤几乎遍及各个矿区,一般占矿井储量的 10%~30%。随着经济社会的发展,煤层开采深度和开采强度的增大,新矿区和新井田的建设,“三下”压煤量迅速扩大。例如,新汶矿区“三下”压煤高达 2.67 亿吨,占可采储量的 70%;开滦集团 9 个生产矿井(不含东欢坨矿和嘉盛公司)中,就有 6 个市镇、101 个村庄和企事业单位下压 9 亿多吨煤炭,占整个集团公司生产矿井可采储量的 59%。我国主要产煤地如河南、山东、河北、江苏、安徽等省,多数矿区地处平原,人口密度大,村庄密集,村庄下压煤较多,有的矿区村庄下的压煤量占总储量的比例高达 70%,有的新建矿井投产就遇到了村庄下压煤开采问题。因此,“三下”压煤及其开采逐渐成为我国煤炭开采面临的突出问题。

目前“三下”压煤开采的方法和技术主要有条带开采、充填开采、协调开采、离层注浆、搬迁开采、就地重建、建筑结构加固和抗变形结构设计等,每种方法都因其可能会造成开采成本增加、生产效率降低及管理复杂等问题,因此各有其适用条件。条带开采法源于房柱式采矿法,由于其具有对围岩扰动轻、地表变形小的特点,已日益成为建筑物下采煤的一种有效的采矿方法。尽管如此,条带开采由于影响因素多,其地表沉陷的机理并不十分明确,相应的地表沉陷预计方法也不太成熟,很少涉及到岩层内部的移动变形预计,而且条带开采尺寸设计与地表沉陷预计之间没有有机的联系。因此,进行条带开采优化设计和地表沉陷预计方法的研究具有十分重要的意义。

通过近 20 年的研究,提出了条带开采优化设计及其地表沉陷预计的三维层状介质理论。首先将条带开采工程岩体介质概化为具有开挖孔洞的分层各向同性线弹性空间体,给出了相应的力学模型和边界条件、层间几何接触条件,导出了基本解。它不仅考虑了上覆岩体,而且还

考虑了煤柱和下伏岩体对岩层和地表移动的影响。之后,通过反演,得出了条带开采矿柱平均垂直应力的宏观分布规律。在敏感性分析的基础上,提出了条带开采优化设计和地表沉陷的主控因素。然后,详细分析了开采几何尺寸和地层结构对地表沉陷和波浪移动带高度的影响,给出了利用层状介质理论进行地表沉陷预计和波浪移动带高度估算的简化计算公式和诺谟图。

本书的研究工作是在原博士学位论文的基础上逐步完成的,先后得到了国家自然科学基金项目(41072225)、国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2009CB226107)、煤炭科学基金等的资助。在项目的研究过程中,导师马伟民教授、何满潮教授、邢安仕教授级高工给予了指导;刘天泉院士、焦传武教授级高工、仲维林教授级高工、顾少华教授级高工、籍丛炎高工等提出了许多宝贵的意见和建议;邓喀中教授、陈宜金教授、邹正盛教授、郭增长教授、郭文兵教授、陈俊杰副教授、柴华彬博士等给予了帮助;在资料的收集过程中,得到了原峰峰矿务局领导和工程技术人员的支持。在此,向他们一并表示衷心感谢!

由于作者水平有限,书中缺点和错误在所难免,恳请读者不吝指正。

作 者

河南理工大学

2011年3月1日

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 条带开采地表沉陷预计研究方法综述	1
1.1.1 唯象法	1
1.1.2 连续介质力学方法	3
1.1.3 数值分析法	3
1.1.4 物理模拟	3
1.2 层状介质理论的研究现状	4
1.3 研究的内容和方法	4
1.3.1 采用的研究方法	5
1.3.2 研究的主要内容	5
第 2 章 条带开采工程岩体力学模型	6
2.1 条采工程岩体的等效介质模型	6
2.1.1 等效介质模型	6
2.1.2 等效介质模型的分解	7
2.2 基本平衡方程	7
2.3 层间接触条件	9
2.3.1 力学平衡条件	9
2.3.2 几何接触条件	9
2.4 边界条件	14
2.4.1 煤柱上的附加应力	14
2.4.2 边界条件	16
2.5 小结	16
第 3 章 岩层移动变形及其数值解	18
3.1 解算方法简述	18
3.1.1 求解过程	18
3.1.2 采用的二重傅里叶变换	18
3.2 分层各向同性弹性体通解	19
3.2.1 位移法求解的基本方程	19
3.2.2 傅里叶变换	19

3.2.3	象空间的位移	21
3.2.4	象空间的应力	22
3.2.5	象空间的倾斜、曲率及其变形	23
3.3	上覆岩体积分常数	24
3.3.1	第一层积分常数	24
3.3.2	第 k 层积分常数的递推公式	25
3.3.3	积分常数 C_i	27
3.4	下伏岩体积分常数	30
3.4.1	第一层积分常数	30
3.4.2	第 k 层积分常数的递推公式	31
3.4.3	积分常数 C_i	31
3.5	垂直应力边界条件的傅里叶变换 σ_0	31
3.5.1	应力修正系数 $f(x, y)$ 为常数 1	31
3.5.2	应力修正系数仅为 x 的函数	33
3.5.3	应力修正系数为 (x, y) 的函数	34
3.6	水平煤层岩层与地表移动变形	35
3.6.1	源空间的位移、应力和变形	35
3.6.2	矿柱的压缩量 W	38
3.6.3	条带开采出现的位移、应力及其变形	38
3.7	特殊条件下条带开采的移动变形	40
3.7.1	倾斜煤层条带开采	40
3.7.2	不规则条带开采	41
3.7.3	多煤层条带开采	42
3.8	条带开采岩层移动预计分析系统 (PASSM)	43
3.8.1	系统的构成及其主要功能	43
3.8.2	积分区间抽样计算点间距	43
3.9	小结	45
第 4 章	工程岩体的物理力学参数及煤柱的应力分布	46
4.1	工程岩体参数与开采几何尺寸的敏感性分析	46
4.1.1	影响因素的变化范围	46
4.1.2	工程岩体物理参数的敏感性分析	47
4.1.3	工程岩体力学参数的敏感性分析	48
4.1.4	开采几何尺寸的敏感性分析	50
4.1.5	地表沉陷的主控因素	52
4.2	工程岩体参数的确定	53

4.2.1 岩体的弹性模量	53
4.2.2 岩体的分层厚度	55
4.3 矿柱的屈服宽度	55
4.4 矿柱平均垂直应力的宏观分布状态	57
4.4.1 反演所遵循的基本原则	57
4.4.2 矿柱应力与开采几何尺寸之间的关系	59
4.4.3 沿走向方向矿柱应力的简化计算方法	63
4.4.4 倾向应力分布系数 $f'(y)$	65
4.5 小结	65
第5章 开采几何尺寸对地表沉陷的影响	67
5.1 基础数据及各因素的变化范围	67
5.1.1 工程岩体的物理力学参数	67
5.1.2 开采几何尺寸的变化范围	68
5.2 采宽 b 和留宽 a 的影响	69
5.2.1 采出条带宽度 b 的影响	69
5.2.2 条带煤柱宽度 a 的影响	70
5.2.3 采出条带宽度与保留条带宽度的综合影响	70
5.2.4 边界角与条带煤柱宽度之间的关系	73
5.3 采区尺寸的影响	73
5.3.1 条带地表充分采动的定义	74
5.3.2 采区走向长度对地表沉陷的影响	74
5.3.3 采区倾向长度对地表沉陷的影响	76
5.3.4 充分采动程度的评定准则	76
5.4 开采深度的影响	77
5.5 小结	79
第6章 地层结构对地表沉陷的影响	81
6.1 地层结构的种类	81
6.2 上覆岩体地层结构的影响	81
6.2.1 中硬底板岩层	83
6.2.2 坚硬底板岩层	84
6.2.3 软弱底板岩层	86
6.2.4 顶板岩性修正系数的比较	87
6.3 下伏岩体地层结构的影响	87
6.3.1 中硬直接顶板岩层	88
6.3.2 坚硬直接顶板岩层	89

6.3.3 软弱直接顶板岩层	89
6.3.4 底板岩性修正系数的比较	91
6.4 其他类型地层结构的影响	92
6.4.1 上覆岩体上部存在极坚硬或极软弱岩层	92
6.4.2 工程岩体弹性模量扩大或缩小	93
6.5 小结	93
第7章 工程岩体波浪移动带的高度	94
7.1 波浪式移动盆地出现的机理及岩体分带	94
7.1.1 岩体竖向移动变形	94
7.1.2 条带开采工程岩体的分带	95
7.2 开采几何尺寸的影响	96
7.2.1 条带开采尺寸	96
7.2.2 采空区尺寸	98
7.3 地层结构的影响	100
7.3.1 直接顶板岩性对 H_W^B 和 H_Δ^B 的影响	101
7.3.2 底板岩性对 H_W^B 和 H_Δ^B 的影响	103
7.3.3 其他地层结构的影响	103
7.4 小结	104
第8章 地表移动变形预计的简化方法	106
8.1 地表最大下沉值及最大水平移动值	106
8.1.1 最大下沉值 W_m	106
8.1.2 最大水平移动值 U_m	111
8.2 地表沉陷的半盆地长度	113
8.3 地表下沉及水平移动曲型曲线	115
8.4 波浪移动带的高度	116
8.4.1 上覆岩体的 H_W^B 和 H_Δ^B	116
8.4.2 下伏岩体的 H_W^B 和 H_Δ^B	120
8.5 直接顶板岩层综合弹性模量的近似估算	124
8.5.1 叠合岩层的弹性模量	124
8.5.2 直接顶板岩层的综合弹性模量	126
8.5.3 中硬直接顶底板的综合弹性模量 E_M	126
8.6 小结	127
第9章 条带开采工程实例	128
9.1 条带开采实例	128
9.1.1 峰峰一矿工人村下厚煤层分层冒落条带开采	128

9.1.2 峰峰二矿工业广场区域下近距离煤层群开采	130
9.1.3 峰峰三矿工业广场区域古小窑采空区下条带开采	132
9.2 羊渠河煤矿条带开采地表沉陷预计	133
第 10 章 主要结论	138
参考文献	139

第 1 章 绪 论

条带开采法源于房柱式采矿法,由于其具有对围岩扰动轻、地表变形小的特点,首先在美国、英国、南非、波兰、前苏联得到了广泛应用,之后澳大利亚、印度、德国等也相继采用^[1~7]。自 1967 年以来,我国在抚顺、阜新、蛟河、淄博、丰城、峰峰、焦作等地进行了许多条带开采试验研究,取得了一些有益的经验。目前条带开采已日益成为建筑物下采煤的一种有效的采矿方法^[8~15]。尽管如此,条带开采由于影响因素多,其地表沉陷的机理并不十分明确,相应的地表沉陷预计方法也不太成熟,很少涉及到岩层内部的移动变形预计^[16~19]。因此,进行条带开采地表沉陷预计方法的研究具有十分重要的意义。

1.1 条带开采地表沉陷预计研究方法综述

从国内外条带开采的试验研究来看,条带开采地表沉陷的预计研究方法可分为唯象法、力学方法、数值分析方法和物理模拟法 4 类(图 1.1)^[58,59]。

1.1.1 唯象法

所谓唯象法,就是根据现象或者输入、输出(如采矿方法、工作面尺寸及地表观测站资料),而不详细考察内部结构(工程岩体的性质),得出的输入与输出之间的定性或定量关系。目前条采和全采地表沉陷普遍采用的预计方法主要归于此类^[20~32]。

经验图表法主要应用于英国,典型曲线法在英国、中国、前苏联均有应用。在剖面函数法中,Munson D. E. 和 Eichfeld W. F. 已验证,误差函数和三角函数能很好地拟合伊利诺斯房柱法开采的实测资料;Hood M. 等人也认为双曲正切函数也能适合该地区。Karmis M. 等人通过对美国阿巴拉契亚地区 60 个房柱法开采和 32 个长壁法开采实例的研究表明,双曲正切函数可精确描述房柱法开采地表的下沉。负指数函数法主要应用于中国和匈牙利的长壁开采之中,而三角函数法主要应用于前苏联。

影响函数法的核心是影响函数和叠加原理。不同的影响函数可导出不同的预计方法,而应用最广的是概率积分法,其影响函数为高斯概率密度函数。分带面积法,即积分格网法,它只是影响函数法的一种几何描述,英国、美国与中国、德国采用不同的表达形式。

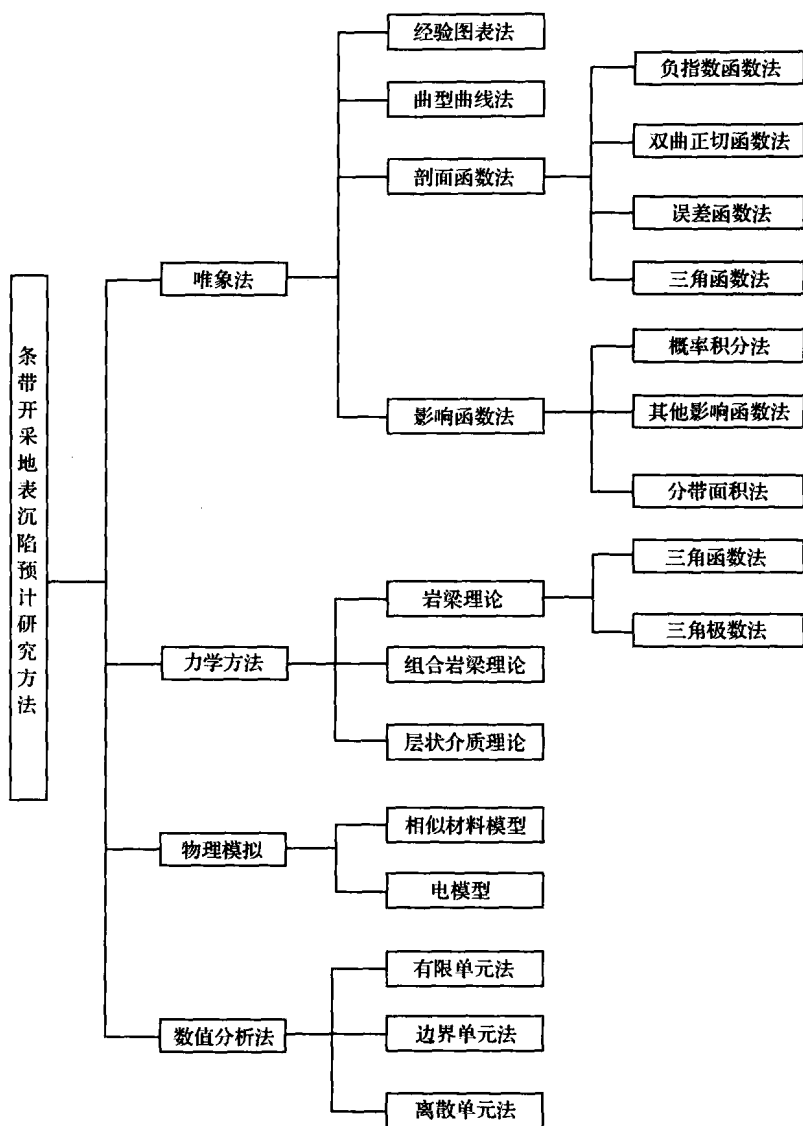


图 1.1 条带开采地表沉陷预计研究方法分类

唯象法是地表沉陷预计的基本方法,它能较好地拟合地表的移动变形,适合于本地区的地表移动变形预计,而且应用非常方便。但由于曲线仅依赖于剖面方程的少数几个参数,或者说条带开采工程岩体的内部结构及其性质仅由预计参数来综合反映,因此,唯象法在相同条件下的类比预计较为可靠,但条件若有改变,其预计精度并不高。

1.1.2 连续介质力学方法

连续介质力学方法是将条采工程岩体概化为满足特定边界条件的某种连续介质,利用相应的力学理论得出的地表沉陷预计方法。根据概化的连续介质的不同,可细分为岩梁理论、组合岩梁理论、托板理论及层状介质(无限大板的组合)理论。

岩梁及组合岩梁理论均是把条采工程岩体视为平面问题,前者仅抽取顶板中的一个岩层,可利用三角函数和三角级数求解,所得的剖面方程为一种特定的剖面函数(指数函数与三角函数的乘积或乘积之和),参数的物理意义不十分明确^[33,44]。组合岩梁理论考虑了“顶板—矿柱—底板”之间的相互作用问题,只能采用数值法求解^[35]。岩梁和组合岩梁过于简化。

托板理论认为顶板岩体内存在着一层强度相对较大的坚硬厚岩层,它的作用类似于托板,可以减缓和减小地的下沉^[36~38]。托板理论把条采工程岩体视为“准三维”介质,在模型上是一大进步,但托板的位置、托板的断裂准则、托板的边界条件如何合理确定,以及在岩体移动预计中如何考虑托板的作用,还需作一步研究。

从煤系地层的形成过程来看,岩体属于层状介质。每一岩层为一个长度和宽度均为无限大而厚度为有限的板,则条采工程岩体为各个岩层的组合,即板的叠合。因此,层状介质理论能够较好地描述工程岩体的性质,适合于解决条带开采地表沉陷预计问题。其预计公式只是与条采的几何尺寸和工程岩体的性质有关,参数的物理意义明确。

1.1.3 数值分析法

由于工程岩体的复杂性,数值计算方法显示出了其独特的优越性,人们广泛应用数值分析法进行条带开采和全采应力场、位移场及其煤柱稳定性的分析计算。数值分析法包括有限元法、边界单元法和离散单元法^[39~49]。目前离散单元法还不十分完善,未开发出通用的计算软件;边界单元法一般也只能解决一些简单的工程问题;应用最广泛的是有限元法。

数值分析法能够成功应用的关键主要取决于对岩体的认识和计算模型的选取。此外,由于计算机内存和计算费用的限制,而条采工程岩体范围较大,因此只能将实际的条采工程问题简化为平面问题来处理。但一般的条带开采其采区的宽度有限,沿倾斜方向为非充分采动,沿走向方向能否简化为平面问题还有待于论证。而沿倾斜方向,截面的位置不同(或者位于采出条带处,或者位于保留矿柱上),其下部的边界条件不同,也不能简化为平面问题。

1.1.4 物理模拟

物理模拟包括相似模型和电模型,但电模型应用较少^[50,51]。在我国已进行了

大量的相似材料模型试验,但主要局限于平面模型。由于模型尺寸、材料配比及观测技术的限制,只能得出一些定性或半定量的结论。由于平面模型不符合条采的边界条件,而且矿柱处于三向应力状态。因此,立体相似材料模型试验是揭示条采矿柱荷载分布和矿柱强度的有效方法。前苏联采用的立体模型尺寸一般为 $2.1\text{m} \times 1.5\text{m} \times 2.0\text{m}$,并利用平面模型和光弹试验作为辅助手段。然而,立体相似材料模型因其费用大,难以进行内部移动变形观测,而且模型之间观测结果的可比性差,因而限制了其推广应用。

1.2 层状介质理论的研究现状

层状介质理论是把工程岩体概化为层间满足力学平衡条件和几何接触条件的多层层状介质的组合,然后根据相应的力学理论,求解满足待定边界条件的力学问题。

关于横观各向同性弹性层的通解,文献[52~54]早已进行过研究。之后煤炭科学研究总院北京开采研究所的李增琪曾将层状介质理论应用于水平煤层全部跨落法开采的岩层与地表移动预计之中,取得了较为满意的成果^[55,56]。但作者只考虑了顶板岩层,而且在直接顶板处的边界条件取为位移边界条件。之后山东矿业学院的成枢等人对该方法又进行了改进和完善,在原有的介质模型中又增加了一个分层,该分层包括煤层、冒落的矸石及底板岩层。

真正将层状介质理论应用于条带开采地表沉陷预计之中的是北京开采研究所的白矛等人。在直接顶板处所取的边界条件为^[57]

$$W = \begin{cases} 0 & \text{在矿柱处} \\ M & \text{在采出条带处} \end{cases} \quad (1.1)$$

式中 M 为采厚, W 为直接顶板的垂直位移。然而相似材料模型试验和现场实测结果表明^[43]:在采空区中央保留条带处,矿柱的垂直位移量约为相应地表下沉值的 $1/4$ 。而且在采出条带处,直接顶板与直接底板并不完全接触,即直接顶板的垂直位移并不等于采厚。因此,对条带开采来说,直接顶板处的垂直位移为不定量,式(1.1)给出的位移边界条件并不完全合理。此外,白矛等人并未考虑矿柱和底板岩层对地表沉陷的影响。

1.3 研究的内容和方法

综上所述,由于唯象法未考察条采工程岩体的结构和性质;物理模拟只能解决定性或半定量问题;数值分析法研究三维问题费用较大,也存在力学模型的选取问题;而力学方法中的岩梁和组合岩梁理论模型过于简化,预计参数的物理意义不明

确,托板理论存在着断裂准则和边界条件难确定等问题,我们将利用层状介质理论来探讨条带开采岩层与地表移动变形的预计方法。

1.3.1 采用的研究方法

众所周知,力学问题的核心是物理方程和边界条件。不同的介质具有不同的物理方程,而当介质给定时,不同的边界条件对应着不同的工程问题。

首先对条采工程岩体进行概化,得出岩体的等效介质模型,并根据条带开采的特点给出条采工程岩体应满足的边界条件。然后利用傅里叶变换推导理论解,编制相应的计算软件,利用该软件计算一个矿区各种条件下条带开采在岩层内部及其地表出现的移动变形。通过对计算结果进行分析,来研究工作面尺寸和地层结构对地表沉陷的影响、波浪式下沉盆地的展布规律和波浪移动带的高度,并给出条带开采地表沉陷的简化预计方法。

1.3.2 研究的主要内容

- (1) 条带开采工程岩体力学模型及其解析解和计算机实现;
- (2) 参数的确定方法;
- (3) 工作面尺寸和地层结构对地表沉陷的影响;
- (4) 条带工程岩体内波浪移动带高度和剧烈波浪移动带高度的变化规律;
- (5) 条带开采地表沉陷预计和波浪移动带高度的简化计算方法。

第 2 章 条带开采工程岩体力学模型

2.1 条采工程岩体的等效介质模型

2.1.1 等效介质模型

任何地下工程问题都是工程岩体介质在工程力作用下的岩体稳定性问题,包括强度稳定性和变形稳定性。而不同的工程问题,其工程岩体介质可以进行不同的概化。条带开采引起的岩层与地表移动主要是地下开挖引起的工程岩体的变形稳定性问题。

岩体是地壳的一部分,由于岩石的建造与改造,使得岩体内出现了不连续面,具体表现为岩体的层面、断裂、劈理、节理等^[60]。因此,岩体具有复杂的力学特性,如弹性、塑性、黏性等。企图完全真实地描述岩体所有特性是不现实的,也没有必要。只能根据岩体的生成特点和工程的需求,抓住岩体的主要特征,对其进行概化,得出工程岩体的等效介质模型。

从煤系地层的沉积过程来看,岩体具有明显的“成层”性,所以又称之为岩层。地质学家把岩层定义为“由同一岩性组成的、有两个平行或近于平行界面所限制的层状岩石”,即每一岩层具有相似的物理性质。若不考虑断层等大型地质构造的影响,则不连续面对地表沉陷贡献最大的是层面,而且层面延展性强,分布范围广,因此可仅考虑分层效应。有限元计算结果表明^[42]:对同一工程岩体,若将其分为 1 个层面和 7 个层面,后者的地表下沉是前者的 3 倍。相似材料模型试验也证实^[43]:在试验的特定条件下,底板的沉陷量占地表下沉的 26%,顶板的顶陷量占 54%,其余 20%为上覆岩体中层理的压缩和裂隙的闭合,而煤柱本身的压缩量较小。

虽然岩体的每一个岩层具有复杂的力学性质,但许多文献表明^[61]:仅考虑弹性或者弹塑性,而不考虑弱面,二者结果相近,但与现场实测资料相差较大;考虑弹性和弱面与考虑弹塑性和弱面,二者结果相近,且与现场实测资料吻合。条带法开采的开采强度较小,地表的下沉量仅为采厚的 5%~20%,与工程岩体尺寸相比可视为小变形。因此每一岩层可视为均质、各向同性线弹性体。

由上分析可以看出,条带开采工程介质可概化为“具有开挖孔洞的分层各向同性线弹性空间体”。其范围为水平方向为无限大,垂直方向上至地表,向下延伸到

煤层底部某一深度的厚坚硬岩层或对下位岩层的影响可以忽略的某一岩层处^[62,63](如图 2.1 所示)。

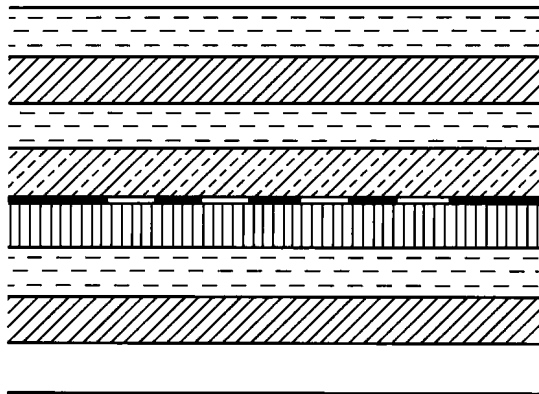


图 2.1 条带开采工程岩体等效介质模型

2.1.2 等效介质模型的分解

由于条带开采工程岩体的等效介质模型为三维多连通域,难以对其进行分析计算。假想用 2 个平面在煤层的上下界面处将工程岩体介质截为 3 个分离体:上覆岩体、矿柱和下伏岩体,则地表的下沉由 3 部分组成:上覆岩体的下沉、矿柱的压缩及下伏岩体的沉降。

2.2 基本平衡方程

建立图 2.2~图 2.4 所示的整体坐标系、上覆岩体和下伏岩体坐标系。设 U_k 、 V_k 、 W_k 分别为上覆岩体(或下伏岩体)第 k 分层沿 X 轴、 Y 轴和 Z 轴方向的位移,而地表的位移即为上覆岩体第一分层顶面相应处的位移。第 k 分层的应力为 σ_x^k 、 σ_y^k 、 σ_z^k 、 τ_{xy}^k 、 τ_{yz}^k 、 τ_{zx}^k ,其岩层的容重、分层厚度、弹性模量和泊松比分别为 γ_k 、 h_k 、 E_k 、 ν_k 。暂取水平煤层规则条带开采来考虑,即假定采出条带宽度为 b ,保留条带宽度为 a ,采区长度为 l ,采出宽度为 L 。条带开采工程岩体应满足齐次拉梅-纳维埃方程,即^[64]

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_k}{2(1+\nu_k)} \left(\frac{1}{1-2\nu_k} \frac{\partial e_k}{\partial x} + \nabla^2 U_k \right) &= 0 \\ \frac{E_k}{2(1+\nu_k)} \left(\frac{1}{1-2\nu_k} \frac{\partial e_k}{\partial y} + \nabla^2 V_k \right) &= 0 \\ \frac{E_k}{2(1+\nu_k)} \left(\frac{1}{1-2\nu_k} \frac{\partial e_k}{\partial z} + \nabla^2 W_k \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$