



数学的诱惑

日常生活中的数字游戏

【德】克里斯托弗·德罗塞/著

胡晓琛 朱雯霏/译

了如指掌

数学的诱惑：日常生活中的数字游戏

【德】克里斯托弗·德罗塞 / 著 胡晓琛 朱雯霏 / 译



吉林出版集团有限责任公司

图书在版编目(CIP)数据

数学的诱惑：日常生活中的数字游戏 / (德) 德罗塞著；胡晓琛，朱雯霏译. —长春：吉林出版集团有限责任公司，2011.12

(了如指掌)

ISBN 978-7-5463-7017-0

I. ①数… II. ①德… ②胡… ③朱… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第238447号



Originally published under the title DER MATHEMATIKVERFÜHRER

Copyright © 2008 by Rowohlt Verlag GmbH, Reinbek bei Hamburg

吉林省版权局著作权合同登记 图字：07-2010-2632号

数学的诱惑：日常生活中的数字游戏

作者 [德]克里斯托弗·德罗塞

译者 胡晓琛 朱雯霏

责任编辑 宋春 奚春玲

特约编辑 黍离

封面设计 sddoffice.com

开本 720mm×980mm 1/16

印张 16

版次 2012年1月第1版

印次 2012年1月第1次印刷

出版 吉林出版集团有限责任公司

电话 总编办：010-63109462-1104

发行部：010-58480099

印刷 北京市通州鑫欣印刷厂

ISBN 978-7-5463-7017-0

定价：29.80元

版权所有 侵权必究

投稿热线：010-63023553

目录

别害怕大数——歌德的6个分子/1

设想一下，德意志银行董事长约瑟夫·阿克曼正坐在电脑前工作。他突然发现办公室门前过道上有一张某人掉的5欧元纸币。如果阿克曼站起来捡这张纸币，值不值呢？

加油站的杀人犯——一个有限定条件的嫌疑犯/9

被害人是被掐死的。收银台被洗劫一空。发现尸体的司机显得过分热心，当着办案人员的面掏空了口袋。他想以此摆脱干系，但却很可能破坏了凶案现场的重要痕迹。

成功只需三步——天才也会犯错/19

很多人说，玛丽莲·沃斯·舍万特是世界上最聪明的女性。无论如何，她已经占据《吉尼斯世界纪录》一书“有史以来智商最高的人”这个位置很多年了，并且将保持到这一纪录作古之时。

挣平均工资的人——从经过中间开始/29

“鲍纳先生，我是一家中型企业的负责人。我得负责任！在我的管理下，上两年公司销售额每年增长12%。我的薪酬等级却只能排在底层！”

婚姻问题——能否找到一个更好的/41

“你的犹豫、你的话语还有你的眼神已经出卖了你——卡斯滕不是那个人。他身上总有点什么对于你来说太正经、太优雅、太保守、太缺乏惊喜。”

算出来的竞选胜利——有时候少就是多/55

“我想我明白了。”绍尔显然领会了皮娅的意图。“我们只需看看是否能利用选区变动，把不平等的局面……我是说，重新调整一下。”

伪造的学期论文——奇特的本福德定律/67

“嗯，这个本福德发现，他的定律和实际中的很多数集惊人地吻合。比如城市居民数、杂志版数，等等。对我们尤为重要的一点就是，三年前，瑞士的一位社会学家发现，它甚至适用于此类回归分析中的数值。”

公平游戏——一个完美的装置/81

“从已经出现的数字推断未来出现数字的人，这位就算一个。可怜的蠢猪。”布尔迈斯特对他的朋友耳语着。“真让人纳闷，总有人搞不明白，赌池是没有记忆的。每次投掷之前，出现一个确定数字的概率是相等的。这和彩票一样。”

秘密杀人组织——“黄金分割”/95

“五边形对角线和一边的比例无法用分子分母均为整数的分数表示！学会的标志一直在我们眼皮底下，我们却置之不理，它就是毕达哥拉斯学说徒有其表的证据。万物皆是数！也许吧，可并不都是整数。”

女性问题——有时候多就是少/111

“我从中得出结论，录取时更偏向于男生。我无法想象，在这种标准下，男生的水平会更高。所以难题就产生了。”

男人的幻想——啤酒、美腿和其他极限/123

“现在先不管这个。漂亮女人，漂亮的腿。两双眼睛想一睹为快。视角得足够大。我们离得太远，视角就太小了。因为这样的话，女人的腿在我们的视域中所占的角度就很小。”

时间就是金钱——一个有吸引力的项目/141

“这没什么好害羞的。”女职员有点冷淡地表示同意，同时尽量不去回想她上一段感情的终结。那个家伙的确事事都很保守。“您肯定在电话里告诉过我，您看重长期保险的投资，”客户服务专员平息着事态，“我可以告诉您，如果您想让存款在一段时间内作为保值投资，那我可以向您开出非常优厚的支付条件！”

路线图——部长的行程/155

“看起来很有说服力，”根舍喃喃自语道。“计算机算这个需要五个小时？那我迫不及待地想知道，未来几年里，是欧共体扩大的速度快还是计算机发展的速度快。”

在曼哈顿的大街上——法庭上的毕达哥拉斯定理/169

安静！现在我宣布判决如下：驳回被告的上诉，维持一审判决。理由是：法律条款的意义是，以学校为中心，必须保证半径为1 000步的圆形范围内，学生免受毒品交易的侵害。这与各个城区的建筑状况无关。

动听的数学——“约翰·塞巴斯蒂安密码”/181

把所有乐音化成整数比例——这是古希腊毕达哥拉斯学派的梦想。他们相信，所有数都可以用这种形式的分数表示。不知何时，他们认识到这并不总是成立。

一切都顺利吗？——遭遇堵车的银行抢劫犯/193

“这样他们最多只能因为偷车抓我们，”哈里继续说，“说不定我们走运，车主还没有报案，那警察就不会拦我们了。万一拦下来，你就给他们看你的驾照。别傻看着！大脑阻塞比堵车更危险。”

化圆为方者——法律规定的真理/213

“他们正在让自己变成今后几百年科学界的笑柄，”瓦尔多说，“幸好它还得通过参议院表决。今晚我很乐意给你们上一堂几何课，让你们看到这样的法律是多么荒唐。”

附录/227

别害怕大数

——歌德的6个分子

作为一个学术领域，数学有些太过严肃，需要千方百计地让它变得有意思一些。

——布莱兹·帕斯卡尔（Blaise Pascal，1623—1662）

“再多一点光明！”这是约翰·沃尔夫冈·冯·歌德吐出最后一口气前说的话。之后，这位伟大的德国诗人就与世长辞了。

歌德的最后一口气——这口气对于这位魏玛重臣的死来说，想必价值连城（别人想想可能就觉得恶心了）。但是它到哪里去了呢？我们此时此刻吸进肺里的空气，是不是还含有歌德曾呼出的气息中的一个分子呢？甚或这最后一息里的一个？

对这个问题可进行哲学思考，也可以诉诸计算。很少有人会想到后一个主意。其实只要知道一些基本数据，问题就一点都不复杂。

有些人可能还记得在学校里学过“Mol”（摩尔）这个单位。1摩尔物质含有 6×10^{23} ，也就是600 000 000 000 000 000 000 000个分子。在研究物质的微观结构时会用到此类单位。

对于一切气体，常压下1摩尔气体体积约为25升。呼出一口气，比如歌德的最后一息，体积约为1升，含 $1/25$ 摩尔即 2.4×10^{22} 个分子。人每分钟呼吸约20次，那么83年（这是歌德的寿命）就有 $20 \times 60 \times 24 \times 365 \times 83 = 872\,496\,000$

次呼吸，其中含有气体分子 2×10^{31} 个。（此处已进行粗略的简化。因为歌德肯定会重复呼吸这些分子中的一部分，尤其是在夜晚关上窗户之后。）

可以认为，歌德死后，大气中的空气充分混合，故每升空气都含有等量歌德呼出的分子。大气中含有多少空气呢？我曾在某本书上看到过，其质量为 5×10^{21} 克。1摩尔空气重约30克。共有 $5 \times 10^{21}/30 = 1.7 \times 10^{20}$ 摩尔空气，其中含有 10^{44} 个分子，这个数大得难以想象。

现在我们有了最后一步计算的所有数据。我们用所有空气分子数目去除歌德呼出的所有分子数，得到：有 $1/5 \times 10^{12}$ （5万亿）个空气分子是歌德呼出的，甚至有 $1/4 \times 10^{21}$ 个分子来自那最后一息。我们和歌德一样，每次呼吸吸入 2.4×10^{22} 个分子，其中大概有50亿个分子是歌德呼出的，有6个分子来自这位诗人的最后一息。顺便说一句，用类似的办法可以估算一杯水中含有构成歌德身体的分子数。

我们吸入的每升空气中有6个分子来自歌德的最后一口气！再呼吸时人们立刻会更加充满敬畏。不过整个计算过程还是十足的胡思乱想。我的估计十分粗略，每一步的结果都尽量化零为整。但这样做是行不通的。这里的数量级有问题。显然，不管是6个、2个还是20个，我们是不是真的总能吸入歌德呼出的分子？

这样的疑问自然毫无意义，但用这些数字进行计算使我们对数量级有了概念。有这样一种概念很重要，尤其是在和钱打交道的时候。花了100还是10 000欧元不是无所谓的事情。有这么一位经济部长，回答记者“10亿有几个零”这个问题时还要连蒙带猜：“老天啊！7个，还是8个？”是9个，邦格曼（Bangemann）先生！

如果把摄像机或麦克风突然伸到一个人面前，他说话很可能会语塞。所以应该允许有点考虑时间。可是人们信任的很多政客其实并不清楚这一点。

尽管如此，每一天，带着7个、8个或9个零的款项分配还是要由他们来决定。

即便新闻中款额数十亿的报道总能让我们把茶水喷了一地，也很少有人确切知道10亿究竟有多大。有心理学家在研究了人类与金钱的关系之后确信，只有500 000（当时德国的货币单位是马克）以下的金额才对人们有意义（问他们用这笔钱能买什么，他们的回答是“一套私人住宅”），再高就弄不清了。一位部长会努力争取使本年度预算达到210亿欧元——因为去年是200亿。但他对这笔金额是不是真的心中有数，就大可让人怀疑了。

尽管大数总是远远超过可把握的意义，但练习将它和其他已知大数作比较，从而检验其可信度，却并非只对部长有意义。实际上，计算大数和计算小得多的数一样简单，就像歌德这个例子显示的那样。（指数在其中很有用，相关内容见本书“附录”）

举一个与钱有关的例子。设想一下，德意志银行董事长约瑟夫·阿克曼（Josef Ackermann）正坐在电脑前工作。他突然发现办公室门前过道上有一张某人掉的5欧元纸币。如果阿克曼站起来捡这张纸币，值不值呢？我们假设他不在电脑前坐着这段时间一分钱不挣（这当然是胡扯）。问题实际上是：阿克曼先生为挣5欧元需要工作多久？请您在计算前先估计一下！

2006年，阿克曼挣了约1 200万欧元。这可不是小数目。我们从他的角度考虑，假设他为此每周工作60个小时，不休假。52周下来他每小时挣3 846欧元。我们把这个数字再化成整数，就算是3 600欧元吧。所以，约瑟夫·阿克曼每秒钟挣1欧元。为了使这5欧元值得一捡，整个动作不能超过5秒。所以得抓紧，董事长先生！

另一个对比也可以让我们了解这些高管们的收入。阿克曼先生在获得哈茨IV方案^[1]规定的345欧元前要工作345秒，也就是不到6分钟。提到哈茨IV方

[1] 德国政府于2006年1月1日起实行的一系列就业与社会保障改革方案。

案，请您再估算一下，根据规定，需要多少位哈茨IV方案受助者，才能在一年时间内用受助款买下一架“台风”战斗机？180、1 800还是18 000？

一架“台风”战斗机要花掉纳税人7 500万欧元。用这个数除以方案规定的受助额，再除以12，大约为18 000。这大约是像波鸿这样的城市全城的受助人数。好吧，这笔账不能这样摊。购买战斗机还是很有必要的。德国可不是只订购了一架，而是180架。

从政治角度出发，人们肯定会争辩说，这么算是蛊惑人心，是拿苹果和梨作比较，我们为了国防需要这样的现代化战斗机，价格很合理。也许是吧，但计算可没错。把钱投在这上面的人不应该只从“质”的角度论证（“我们需要它，因为……”），还应该在“量”上确信：“这笔开支我们负担得起。”

之后他得找到一个相应的“梨与苹果”式的对比，因为每一欧元都只能花一次。

直面“不精确”

再举个例子，请您设想一下下面的游戏：有人在汉堡至柏林的高速公路旁某处插了一根宽2毫米、高2米的木条。具体在哪里，您并不清楚。晚上，您开着车经过，随身带了一把手枪。随便选个时间，您把窗户摇下来，向路边射击一次。如果打中了那根木条，您就赢了。

如果打中的奖励是100万欧元，您愿意为这个游戏花1欧元打个赌吗？不愿意？每星期，上百万人填彩票的时候就是这么做的。猜中6个数字的几率和晚上打中木条的几率一样大，大约 $1/14\,000\,000$ 。祝您好运！

学校里，我们被要求进行精确计算。问“7乘以14等于多少”时，回答

“约等于100”可不够。女老师希望听到精确答案，也就是98。

在绝大多数实际情况中，7乘以14就是约等于100的。圆周率是3（而不是3.14...），重力加速度是 10m/s^2 （而不是9.81）。只有在真正的精细以及细微差别很重要时，精确值才是必要的。比如，在体育比赛中，我们不想知道某人百米成绩是不是“大约10秒”。因为9秒8和10秒4差了整整一个档次。与之相反，在以数量级计算时，精确往往只是表面上的。统计学家瓦尔特·克雷默（Walter Krämer）很喜欢引用下面这张源自一份英国出版物的清单，它是关于“二战”平民死亡人数的：

平民		
盟国	英国.....	60 595
	比利时.....	90 000
	中国.....	数目庞大
	丹麦.....	不详
	法国.....	152 000
	荷兰.....	242 000
	挪威.....	3 638
	苏联.....	<u>6 000 000</u>
		6 548 233
敌国	德国.....	500 000
	奥地利.....	125 000
	意大利.....	180 000
	日本.....	600 000
	波兰.....	5 300 000

南斯拉夫…………… 数目庞大

6 705 000

其中，尤其是第一张表格毫无意义，它将精确数字（如挪威）和粗略数字（如比利时）或完全不详的数字混为一谈。这样的合计只会产生一个貌似精确的数值，我们会相信它，但它却十足地错了。

只要数量级正确，您敢于直面“不精确”吗？如果能，那么经过一定的练习，您就能成功步入数字王国了。

► 了如指掌

问题：地球上住着65亿人。当所有人紧紧挨着站在一起时，就像在摇滚音乐会上那样，那么博登湖能容纳这么多人吗？先估计，再计算！（博登湖面积为536平方千米）

答案：见第10页。

加油站的杀人犯

——一个有限定条件的嫌疑犯

