



卫生部“十二五”规划教材  
全国高等医药教材建设研究会“十二五”规划教材  
全国高等学校药学专业第七轮规划教材



• 供药类专业用 •

# 高等数学

## 学习指导与习题集

主 编 王敏彦  
副主编 吕 同 刘启贵

第2版



人民卫生出版社  
PEOPLE'S MEDICAL PUBLISHING HOUSE

九江学院图书馆



1489748

1442210

卫生部“十二五”规划教材

全国高等医药教材建设研究会“十二五”规划教材

全国高等学校药学专业第七轮规划教材

供药学类专业用

# 高等数学 学习指导与习题集

第2版

主 编 王敏彦

副主编 吕 同 刘启贵

编 者 (以姓氏笔画为序)

王敏彦 河北医科大学

刘启贵 大连医科大学

宁 刚 广东药学院

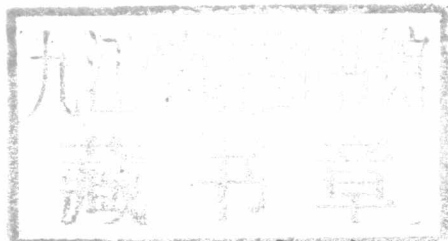
刘 涛 湖北医药学院

闫心丽 沈阳药科大学

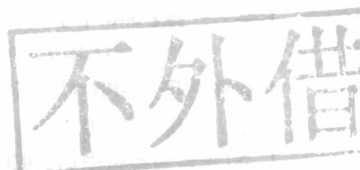
李 芳 河北医科大学

吕 同 山东大学数学学院

雷玉洁 第三军医大学



013/  
10908



人民卫生出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学学习指导与习题集/王敏彦主编. —2 版.

—北京: 人民卫生出版社, 2011. 8

ISBN 978 - 7 - 117 - 14542 - 8

I. ①高… II. ①王… III. ①高等数学 - 高等学校 - 教学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 129441 号

|                                                       |                       |
|-------------------------------------------------------|-----------------------|
| 门户网: <a href="http://www.pmph.com">www.pmph.com</a>   | 出版物查询、网上书店            |
| 卫人网: <a href="http://www.ipmph.com">www.ipmph.com</a> | 护士、医师、药师、中医师、卫生资格考试培训 |

版权所有, 侵权必究!

高等数学学习指导与习题集

第 2 版

主 编: 王敏彦

出版发行: 人民卫生出版社 (中继线 010 - 59780011)

地 址: 北京市朝阳区潘家园南里 19 号

邮 编: 100021

E - mail: [pmph@pmph.com](mailto:pmph@pmph.com)

购书热线: 010 - 67605754 010 - 65264830

010 - 59787586 010 - 59787592

印 刷: 北京市文林印务有限公司

经 销: 新华书店

开 本: 787 × 1092 1/16 印张: 14

字 数: 340 千字

版 次: 2007 年 7 月第 1 版 2011 年 8 月第 2 版第 3 次印刷

标准书号: ISBN 978 - 7 - 117 - 14542 - 8/R · 14543

定 价: 25.00 元

打击盗版举报电话: 010 - 59787491 E-mail: [WQ@pmph.com](mailto:WQ@pmph.com)

(凡属印装质量问题请与本社销售中心联系退换)

# 卫生部“十二五”规划教材 全国高等学校药学类专业第七轮规划教材

## 出版说明

全国高等学校药学类专业本科卫生部规划教材是我国最权威的药学类专业教材,于1979年出版第一版,1987年、1993年、1998年、2003年、2007年进行了5次修订,并于2007年出版了第六轮规划教材。第六轮规划教材主干教材29种,全部为卫生部“十一五”规划教材,其中22种为教育部规划的普通高等教育“十一五”国家级规划教材;配套教材25种,全部为卫生部“十一五”规划教材,其中3种为教育部规划的普通高等教育“十一五”国家级规划教材。本次修订编写出版的第七轮规划教材中主干教材共30种,其中修订第六轮规划教材28种。《生物制药工艺学》未修订,沿用第六轮规划教材;新编教材2种,《临床医学概论》、《波谱解析》;配套教材21种,其中修订第六轮配套教材18种,新编3种。全国高等学校药学专业第七轮规划教材及其配套教材均为卫生部“十二五”规划教材、全国高等医药教材建设研究会“十二五”规划教材,具体品种详见出版说明所附书目。

该套教材曾为全国高等学校药学类专业惟一套统编教材,后更名为规划教材,具有较高的权威性和一流水平,为我国高等教育培养大批的药学专业人才发挥了重要作用。随着我国高等教育体制改革的不断深入发展,药学类专业办学规模不断扩大,办学形式、专业种类、教学方式亦呈多样化发展,我国高等药学教育进入了一个新的时期。同时,随着国家基本药物制度建设的不断完善及相关法规政策、标准等的出台,以及《中国药典》(2010年版)的颁布等,对高等药学教育也提出了新的要求和任务。此外,我国新近出台的《医药卫生中长期人才发展规划(2011—2020年)》对我国高等药学教育和药学专门人才的培养提出了更高的目标和要求。为跟上时代发展的步伐,适应新时期我国高等药学教育改革和发展的要求,培养合格的药学专门人才,以满足我国医药卫生事业发展的需要,从而进一步做好药学类专业本科教材的组织规划和质量保障工作,全国高等学校药学专业教材第三、第四届评审委员会围绕药学专业第六轮教材使用情况、药学教育现状、新时期药学领域人才结构等多个主题,进行了广泛、深入地调研,并对调研结果进行了反复、细致地分析论证。根据药学专业教材评审委员会的意见和调研、论证的结果,全国高等医药教材建设研究会、人民卫生出版社决定组织全国专家对第六轮教材进行修订,并根据教学需要组织编写了部分新教材。

药学类专业第七轮规划教材的编写修订,坚持紧紧围绕全国高等学校药学类专业(本科)教育和人才培养目标要求,突出药学专业特色,以教育部新的药学教育纲要为基础,以国家执业药师资格准入标准为指导,按照卫生部等相关部门及行业用人要求,强调培养目标与用人要求相结合,在继承和巩固前六轮教材建设工作成果的基础上,不断创新

和发展,进一步提高教材的水平和质量。同时还特别注重学生的创新意识和实践能力培养,注重教材整体优化,提高教材的适应性和可读性,更好地满足教学的需要。

为了便于学生学习、教师授课,在做好传承的基础上,本轮教材在编写形式上有所创新,采用了“模块化编写”。教材各章开篇,以普通高等学校药学本科教学要求为标准编写“学习要求”,正文中根据课程、教材特点有选择性地增加“知识链接”“实例解析”“知识拓展”“小结”。为给希望进一步学习的学生提供阅读建议,部分教材在“小结”后增加了“选读材料”。

需要特别说明的是,全国高等学校药学专业第三届教材评审委员会成立于2001年,至今已10年,随着教育教学改革的发展和专家队伍的发展变化,根据教材建设工作的需要,在修订编写本轮规划教材之初,全国高等医药教材建设研究会、人民卫生出版社对第三届教材评审委员会进行了改选换届,成立了第四届教材评审委员会。无论新老评审委员,都为本轮教材工作做出了重要贡献,在此向他们表示衷心的感谢!

由于众多学术水平一流和教学经验丰富的专家教授都积极踊跃和严谨认真地参与本套教材的编写,从而使教材的质量得到不断完善和提高,并被广大师生所认同。在此我们对长期支持本套教材编写修订的专家和教师及同学们表示诚挚的感谢!

本轮教材出版后,各位教师、学生在使用过程中,如发现问题请反馈给我们,以便及时更正和修订完善。

全国高等医药教材建设研究会

人民卫生出版社

2011年5月

# 卫生部“十二五”规划教材

## 全国高等学校药学类专业

### 第七轮规划教材书目

| 序号 | 教材名称              | 主编  | 单位              |
|----|-------------------|-----|-----------------|
| 1  | 药学历论(第3版)         | 毕开顺 | 沈阳药科大学          |
| 2  | 高等数学(第5版)         | 顾作林 | 河北医科大学          |
|    | 高等数学学习指导与习题集(第2版) | 王敏彦 | 河北医科大学          |
| 3  | 医药数理统计方法(第5版)     | 高祖新 | 中国药科大学          |
| 4  | 物理学(第6版)(配光盘)     | 武 宏 | 山东大学物理学院        |
|    | 物理学学习指导与习题集(第2版)  | 武 宏 | 山东大学物理学院        |
| 5  | 物理化学(第7版)(配光盘)    | 李三鸣 | 沈阳药科大学          |
|    | 物理化学学习指导与习题集(第3版) | 李三鸣 | 沈阳药科大学          |
|    | 物理化学实验指导(第2版)(双语) | 崔黎丽 | 第二军医大学          |
| 6  | 无机化学(第6版)         | 张天蓝 | 北京大学药学院         |
|    |                   | 姜凤超 | 华中科技大学同济药学院     |
|    | 无机化学学习指导与习题集(第3版) | 姜凤超 | 华中科技大学同济药学院     |
| 7  | 分析化学(第7版)(配光盘)    | 李发美 | 沈阳药科大学          |
|    | 分析化学学习指导与习题集(第3版) | 赵怀清 | 沈阳药科大学          |
|    | 分析化学实验指导(第3版)     | 赵怀清 | 沈阳药科大学          |
| 8  | 有机化学(第7版)         | 陆 涛 | 中国药科大学          |
|    | 有机化学学习指导与习题集(第3版) | 陆 涛 | 中国药科大学          |
| 9  | 人体解剖生理学(第6版)      | 岳利民 | 四川大学华西基础医学与法医学院 |
|    |                   | 崔慧先 | 河北医科大学          |
| 10 | 微生物学与免疫学(第7版)     | 沈关心 | 华中科技大学同济医学院     |
| 11 | 生物化学(第7版)         | 姚文兵 | 中国药科大学          |
| 12 | 药理学(第7版)          | 朱依淳 | 复旦大学药学院         |
|    |                   | 殷 明 | 上海交通大学药学院       |
|    | 药理学学习指导与习题集(第2版)  | 程能能 | 复旦大学药学院         |
| 13 | 药物分析(第7版)         | 杭太俊 | 中国药科大学          |
|    | 药物分析学习指导与习题集***   | 于治国 | 沈阳药科大学          |
|    | 药物分析实验指导***       | 范国荣 | 第二军医大学          |
| 14 | 药用植物学(第6版)        | 张 浩 | 四川大学华西药学院       |
|    | 药用植物学实践与学习指导***   | 黄宝康 | 第二军医大学          |

续表

| 序号 | 教材名称                     | 主编  | 单位          |
|----|--------------------------|-----|-------------|
| 15 | 生药学(第6版)                 | 蔡少青 | 北京大学药学院     |
|    | 生药学实验指导(第2版)             | 刘塔斯 | 湖南中医药大学     |
| 16 | 药物毒理学(第3版)               | 楼宜嘉 | 浙江大学药学院     |
| 17 | 临床药物治疗学(第3版)             | 姜远英 | 第二军医大学      |
| 18 | 药物化学(第7版)(配光盘)           | 尤启冬 | 中国药科大学      |
|    | 药物化学学习指导与习题集(第3版)        | 孙铁民 | 沈阳药科大学      |
| 19 | 药剂学(第7版)                 | 崔福德 | 沈阳药科大学      |
|    | 药剂学学习指导与习题集(第2版)         | 王东凯 | 沈阳药科大学      |
|    | 药剂学实验指导(第3版)             | 崔福德 | 沈阳药科大学      |
| 20 | 天然药物化学(第6版)              | 吴立军 | 沈阳药科大学      |
|    | 天然药物化学习题集(第3版)           | 吴立军 | 沈阳药科大学      |
|    | 天然药物化学实验指导(第3版)          | 吴立军 | 沈阳药科大学      |
| 21 | 中医学概论(第7版)               | 王 建 | 成都中医药大学     |
| 22 | 药事管理学(第5版)(配光盘)          | 杨世民 | 西安交通大学医学院   |
|    | 药事管理学学习指导与习题集(第2版)       | 杨世民 | 西安交通大学医学院   |
| 23 | 药学生物学(第4版)               | 张景海 | 沈阳药科大学      |
| 24 | 生物药剂学与药物动力学(第4版)         | 刘建平 | 中国药科大学      |
|    | 生物药剂学与药物动力学学习指导与习题集(第2版) | 李 高 | 华中科技大学同济药学院 |
| 25 | 药学英语(上、下册)(第4版)(配光盘)     | 史志祥 | 中国药科大学      |
|    | 药学英语学习指导(第2版)            | 史志祥 | 中国药科大学      |
| 26 | 药物设计学(第2版)               | 徐文方 | 山东大学药学院     |
| 27 | 制药工程原理与设备(第2版)           | 王志祥 | 中国药科大学      |
| 28 | 生物技术制药(第2版)              | 王凤山 | 山东大学药学院     |
| 29 | 生物制药工艺学★                 | 何建勇 | 沈阳药科大学      |
| 30 | 临床医学概论★★                 | 于 锋 | 中国药科大学      |
| 31 | 波谱解析★★                   | 孔令义 | 中国药科大学      |

★为第七轮未修订,直接沿用第六轮规划教材;★★为第七轮新编教材;★★★为第七轮新编配套教材。

# 全国高等学校药学专业第四届 教材评审委员会名单

## 顾 问

郑 虎 四川大学华西药学院

## 主任委员

毕开顺

## 副主任委员

姚文兵 朱家勇 张志荣

## 委 员 (以姓氏笔画为序)

|     |             |
|-----|-------------|
| 王凤山 | 山东大学药学院     |
| 刘俊义 | 北京大学药学院     |
| 朱依淳 | 复旦大学药学院     |
| 朱家勇 | 广东药学院       |
| 毕开顺 | 沈阳药科大学      |
| 张志荣 | 四川大学华西药学院   |
| 张淑芳 | 中国执业药师协会    |
| 李 高 | 华中科技大学同济药学院 |
| 李元建 | 中南大学药学院     |
| 李勤耕 | 重庆医科大学      |
| 杨世民 | 西安交通大学医学院   |
| 杨晓红 | 吉林大学药学院     |
| 陆 涛 | 中国药科大学      |
| 陈 忠 | 浙江大学药学院     |
| 罗光明 | 江西中医学院      |
| 姚文兵 | 中国药科大学      |
| 姜远英 | 第二军医大学      |
| 曹德英 | 河北医科大学      |
| 黄 民 | 中山大学药学院     |
| 彭代银 | 安徽中医学院      |
| 潘卫三 | 沈阳药科大学      |

# 前言

在师生恳谈会上，同学们提的最多的两个问题是：①作为医药学专业的学生，学习高等数学究竟有什么用途？②高等数学学起来很难，如何学好这门课程？

我们所学的各门课程是适应自身专业需要的一个课程体系，是一个系统工程。在这个系统工程中，高等数学是最基础的课程之一。由于各学科间的相互渗透和联系越来越密切，使得高等数学不仅教给学生思考和解决实际问题的科学方法和必要技能，也为后继课程的学习提供知识和方法论的支撑。这主要体现在数理统计方法课程的学习，需要完备的高等数学理论作支持。好比一条连接完好的封闭链条，不允许出现断点一样，高等数学的学习是最基础的一个环节。

之所以有的同学说高等数学学起来很难，是因为它内容丰富，系统性强，且需要较扎实的中学数学知识储备。在相对较短的时间内，学习如此众多的数学模型并掌握它们的应用，确非易事。但高等数学的内容结构合理，联系密切。抓住它的特点，不断地总结各章内容的知识体系结构以及它们之间的联系，并适当地做些练习，积累下来，你会发现高等数学如同蕴含无数宝藏的大海，我们常常惊叹于发现一颗颗美丽的贝壳，进而激发进一步探究它的欲望。

为了帮助广大读者学好这门课程，由参加教材编写的各位老师，总结自己多年的教学实践经验，编写了这本与《高等数学》教材配套的指导书。

本书的特色是将各章内容的知识体系结构以图解的形式展现，使读者从整体上更清晰地了解各章内容及它们之间的联系，突出各章内容的重点和难点。把各章内容的主要知识点总结、汇集起来，形成内容概要。通过丰富的例题分析，建立完善的解题方法和技巧体系，并提供大量的复习思考题，巩固、提高读者的解题技能。

在本书的编写过程中，参考了国内外大量有关书籍，我们对这些书籍的作者表示感谢，同时也感谢编写组成员所在各医药院校有关领导和老师的悉心关怀和大力支持。

由于编者水平有限，书中难免有错误或考虑不周之处，恳请读者多提宝贵意见。

王敏彦

2011年3月于石家庄

# 目 录

|                      |    |
|----------------------|----|
| 第一章 函数与极限 .....      | 1  |
| 一、教学要求 .....         | 1  |
| 二、重点及难点 .....        | 2  |
| 三、内容概要 .....         | 2  |
| 四、例题分析 .....         | 8  |
| 复习思考题 .....          | 16 |
| 第二章 导数与微分 .....      | 21 |
| 第一节 导数 .....         | 22 |
| 一、教学要求 .....         | 22 |
| 二、重点及难点 .....        | 22 |
| 三、内容概要 .....         | 22 |
| 四、例题分析 .....         | 24 |
| 第二节 求导数的一般方法 .....   | 25 |
| 一、教学要求 .....         | 25 |
| 二、重点及难点 .....        | 25 |
| 三、内容概要 .....         | 26 |
| 四、例题分析 .....         | 27 |
| 第三节 中值定理 洛必达法则 ..... | 30 |
| 一、教学要求 .....         | 30 |
| 二、重点及难点 .....        | 30 |
| 三、内容概要 .....         | 30 |
| 四、例题分析 .....         | 31 |
| 第四节 函数性态的研究 .....    | 34 |
| 一、教学要求 .....         | 34 |
| 二、重点及难点 .....        | 34 |
| 三、内容概要 .....         | 34 |
| 四、例题分析 .....         | 35 |
| 第五节 微分及其应用 .....     | 38 |
| 一、教学要求 .....         | 38 |

|                        |    |
|------------------------|----|
| 二、重点及难点 .....          | 38 |
| 三、内容概要 .....           | 38 |
| 四、例题分析 .....           | 39 |
| 第六节 泰勒公式 .....         | 40 |
| 一、教学要求 .....           | 40 |
| 二、重点及难点 .....          | 40 |
| 三、内容概要 .....           | 40 |
| 四、例题分析 .....           | 41 |
| 复习思考题 .....            | 42 |
| 第三章 不定积分 .....         | 49 |
| 第一节 不定积分的概念与性质 .....   | 49 |
| 一、教学要求 .....           | 49 |
| 二、重点及难点 .....          | 49 |
| 三、内容概要 .....           | 49 |
| 四、例题分析 .....           | 51 |
| 第二节 换元积分法 .....        | 52 |
| 一、教学要求 .....           | 52 |
| 二、重点及难点 .....          | 52 |
| 三、内容概要 .....           | 52 |
| 四、例题分析 .....           | 53 |
| 五、凑微分常见的类型及举例说明 .....  | 55 |
| 第三节 分部积分法与有理函数积分 ..... | 57 |
| 一、教学要求 .....           | 57 |
| 二、重点及难点 .....          | 57 |
| 三、内容概要 .....           | 57 |
| 四、例题分析 .....           | 59 |
| 五、分步积分常见的类型及举例说明 ..... | 61 |
| 复习思考题 .....            | 62 |
| 第四章 定积分及其应用 .....      | 67 |
| 一、教学要求 .....           | 68 |
| 二、重点及难点 .....          | 68 |
| 三、内容概要 .....           | 68 |
| 四、例题分析 .....           | 76 |
| 复习思考题 .....            | 88 |
| 第五章 无穷级数 .....         | 94 |
| 第一节 无穷级数的概念和基本性质 ..... | 94 |

|                              |            |
|------------------------------|------------|
| 一、教学要求 .....                 | 94         |
| 二、重点及难点 .....                | 95         |
| 三、内容概要 .....                 | 95         |
| 四、例题分析 .....                 | 96         |
| 第二节 常数项级数收敛性判别法 .....        | 97         |
| 一、教学要求 .....                 | 97         |
| 二、重点及难点 .....                | 97         |
| 三、内容概要 .....                 | 97         |
| 四、例题分析 .....                 | 99         |
| 第三节 幂级数 .....                | 102        |
| 一、教学要求 .....                 | 102        |
| 二、重点及难点 .....                | 102        |
| 三、内容概要 .....                 | 102        |
| 四、例题分析 .....                 | 105        |
| 复习思考题 .....                  | 113        |
| <b>第六章 空间解析几何</b> .....      | <b>119</b> |
| 一、教学要求 .....                 | 120        |
| 二、重点及难点 .....                | 120        |
| 三、内容概要 .....                 | 120        |
| 四、例题分析 .....                 | 124        |
| 复习思考题 .....                  | 131        |
| <b>第七章 多元函数微分法及其应用</b> ..... | <b>135</b> |
| 第一节 多元函数的微分法 .....           | 136        |
| 一、教学要求 .....                 | 136        |
| 二、重点及难点 .....                | 136        |
| 三、内容概要 .....                 | 136        |
| 四、例题分析 .....                 | 138        |
| 第二节 多元复合函数及隐函数的求导法 .....     | 140        |
| 一、教学要求 .....                 | 140        |
| 二、重点及难点 .....                | 140        |
| 三、内容概要 .....                 | 140        |
| 四、例题分析 .....                 | 142        |
| 第三节 多元函数微分法的应用 .....         | 144        |
| 一、教学要求 .....                 | 144        |
| 二、重点及难点 .....                | 144        |
| 三、内容概要 .....                 | 145        |

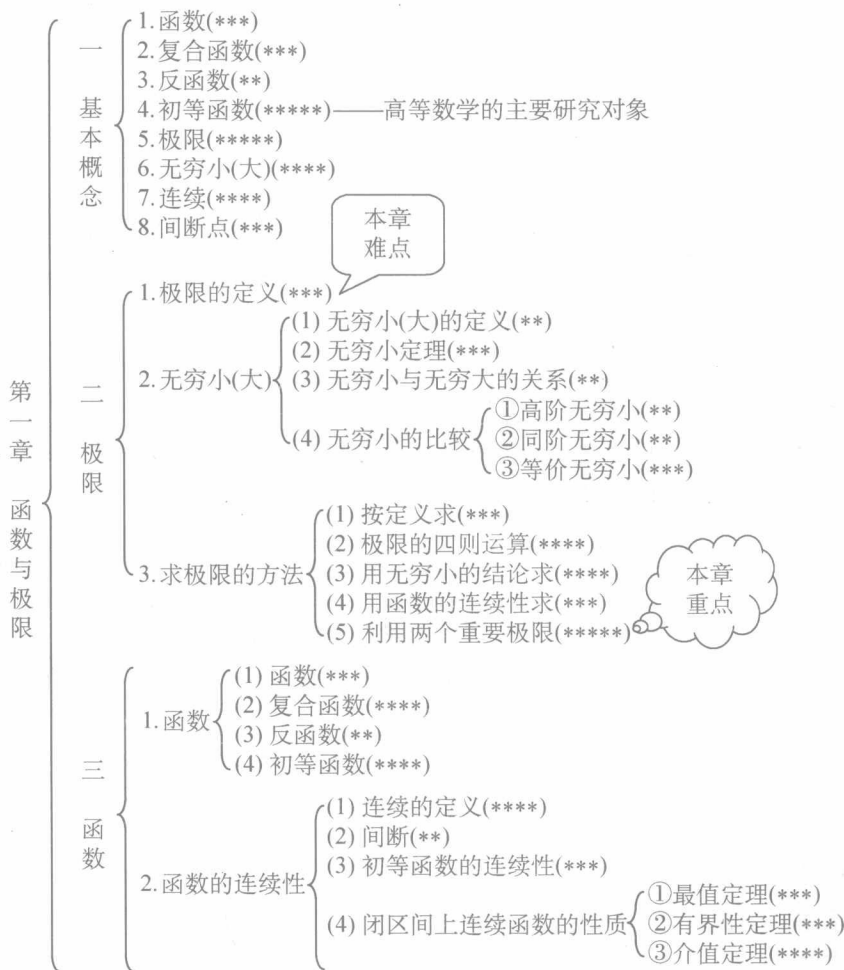
|                            |            |
|----------------------------|------------|
| 四、例题分析 .....               | 147        |
| 复习思考题 .....                | 152        |
| <b>第八章 多元函数积分法 .....</b>   | <b>158</b> |
| 一、教学要求 .....               | 158        |
| 二、重点及难点 .....              | 159        |
| 三、内容概要 .....               | 159        |
| 四、例题分析 .....               | 164        |
| 复习思考题 .....                | 169        |
| <b>第九章 常微分方程及其应用 .....</b> | <b>172</b> |
| 第一节 微分方程的基本概念 .....        | 173        |
| 一、教学要求 .....               | 173        |
| 二、重点及难点 .....              | 173        |
| 三、内容概要 .....               | 173        |
| 四、例题分析 .....               | 173        |
| 第二节 一阶微分方程 .....           | 174        |
| 一、教学要求 .....               | 174        |
| 二、重点及难点 .....              | 174        |
| 三、内容概要 .....               | 175        |
| 四、例题分析 .....               | 176        |
| 第三节 可降阶的高阶微分方程 .....       | 180        |
| 一、教学要求 .....               | 180        |
| 二、重点及难点 .....              | 180        |
| 三、内容概要 .....               | 180        |
| 四、例题分析 .....               | 181        |
| 第四节 二阶常系数线性微分方程 .....      | 182        |
| 一、教学要求 .....               | 182        |
| 二、重点及难点 .....              | 182        |
| 三、内容概要 .....               | 183        |
| 四、例题分析 .....               | 184        |
| 第五节 微分方程组 .....            | 186        |
| 一、教学要求 .....               | 186        |
| 二、重点及难点 .....              | 186        |
| 三、内容概要 .....               | 186        |
| 四、例题分析 .....               | 186        |
| 第六节 用拉普拉斯变换解微分方程 .....     | 187        |
| 一、教学要求 .....               | 187        |

---

|                  |     |
|------------------|-----|
| 二、重点及难点 .....    | 187 |
| 三、内容概要 .....     | 188 |
| 四、例题分析 .....     | 189 |
| 复习思考题 .....      | 190 |
| 附录 复习思考题答案 ..... | 193 |

函数、极限、连续是高等数学的基本概念。函数是高等数学研究的主要对象,极限是研究函数变化趋势的重要方法。

本章内容的知识体系结构图解如下:



注:“\*”表示内容的重要程度。

## 一、教学要求

1. 正确理解函数、反函数、复合函数及初等函数的概念。
2. 掌握函数的简单性质及复合函数的复合过程。
3. 正确理解极限、无穷小及无穷大概念,掌握无穷小性质,了解无穷小的比较。

4. 熟练应用极限的四则运算法则及两个重要极限求极限,了解极限存在准则。
5. 理解函数连续性的定义,掌握闭区间上连续函数的性质,了解函数的间断点及其分类。

## 二、重点及难点

重点:

1. 函数、复合函数的概念。
2. 极限的概念及极限求法。
3. 判断函数的连续性。

难点:

极限的定义。

## 三、内容概要

### (一) 函数

#### 1. 函数的概念

定义 1-1 如果对于数集  $D$  中的每一个元素  $x$ ,按照某一对应法则  $f$ ,都有唯一确定的数值  $y$  与之对应,则称  $f$  是在  $D$  上的一个函数,记作:

$$y = f(x), x \in D$$

集合  $D$  称为函数的定义域,集合:  $V = \{y | y = f(x), x \in D\}$  称为函数的值域。

在理解函数定义时要注意以下几点:

(1) 定义域和对应法则  $f$  是确定函数的两个基本要素,缺一不可。因此,两函数相等是指它们的定义域、对应法则分别相同。

例如  $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x-1}}$  与  $g(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-1}}$ 。显然,  $f(x)$  与  $g(x)$  对应法则相同,但定义域不同,前者定义域是  $(-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$ , 后者定义域是  $[2, +\infty)$ , 故,  $f(x) \neq g(x)$ 。

(2) 若对于每一个  $x \in D$ ,有唯一确定的数值  $y$  与之对应,则称  $f$  是  $D$  上的单值函数,否则称为多值函数。

如  $y = x^2$  是  $(-\infty, +\infty)$  内的单值函数,而由方程  $x^2 + y^2 = a^2$  所确定的函数

$$y = \pm\sqrt{a^2 - x^2}$$

是  $[-a, a]$  上的多值函数。

2. 函数表示法 解析法、列表法、图像法。

3. 定义域求法

(1) 当函数用解析式表示时,定义域就是使这个式子有意义的自变量值的全体构成的集合。

(2) 在实际问题中,定义域应由实际问题的意义来确定。

例如,在图 1-1 所示的直角三角形中,  $y = \sqrt{4^2 - x^2}$ , 此函数的定义域应满足:

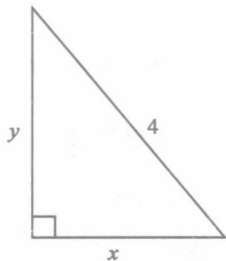


图 1-1

$$\begin{cases} 4^2 - x^2 \geq 0 \\ \sqrt{4^2 - x^2} > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

解得  $\begin{cases} |x| < 4 \\ x > 0 \end{cases}$ , 故函数的定义域为  $(0, 4)$ 。

4. 函数的特性 单值性和多值性、有界性、单调性、奇偶性、周期性。

## (二) 复合函数与反函数

1. 复合函数 函数  $y = f(u)$ ,  $u = \varphi(x)$  复合而成的复合函数为  $y = f[\varphi(x)]$ 。

理解此概念时应注意以下几点:

(1) 不是任何两个函数都能复合成一个复合函数, 只有当  $u = \varphi(x)$  的值域与  $y = f(u)$  的定义域的交集非空时才能构成复合函数。

例如  $y = \arccos u$ ,  $u = \sqrt{2 + x^2}$  就不能进行复合, 因为函数  $u = \sqrt{2 + x^2}$  的值域为  $[2, +\infty)$ , 而  $y = \arccos u$  的定义域为  $[-1, 1]$ , 显然,  $[2, +\infty) \cap [-1, 1] = \varnothing$ , 故不能构成复合函数。

(2) 形成复合函数的中间变量可以不只有一个, 即复合函数可由多个函数构成。

例如  $y = \arctan u$ ,  $u = \sin v$ ,  $v = x^2 + 1$ 。由以上三个函数构成一个复合函数:

$$y = \arctan[\sin(x^2 + 1)]$$

中间变量为  $u, v$ 。

(3) 分解复合函数的方法: 对给定的复合函数, 可以由外及里一层层顺序拆开, 使拆开后的每个函数都是基本初等函数或由基本初等函数及常数经四则运算所构成的简单函数。

例 指出下列函数由哪些函数复合而成

$$(1) y = \sqrt[3]{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2} \quad (2) y = \arcsin(1-x)^3$$

解 由复合函数分解方法知

$$(1) y = u^{\frac{2}{3}}, u = \frac{1+x}{1-x}$$

$$(2) y = \arcsin u, u = v^3, v = 1-x$$

2. 反函数 理解该定义时应注意:

(1) 反函数是指: 从  $y = f(x)$  中解出的函数  $x = \varphi(y)$ , 人为地写成  $y = \varphi(x)$ , 常用  $y = f^{-1}(x)$  表示, 即  $f^{-1} = \varphi$ 。

(2)  $f$  的定义域、值域分别为  $f^{-1}$  的值域、定义域。

(3) 在同一坐标系中,  $y = f(x)$  与  $y = f^{-1}(x)$  的图形关于直线  $y = x$  对称, 而  $y = f(x)$  与  $x = f^{-1}(y)$  的图形是同一图形。

3. 初等函数 常数及基本初等函数经过有限次的四则运算及有限次的复合而构成的, 可用一个解析式表示的函数, 称为初等函数。

4. 分段函数 在定义域的不同范围内函数的解析式不相同, 即不能用一个解析式表