

胡金德 谭泽光 考研数学系列

命题人与阅卷人联袂打造

2017 考研数学

辅导全书

(数学一)

清华大学 胡金德 主 编
清华大学 谭泽光

- 权威名师主笔，紧扣考纲，夯实基础，突出核心考点
- 典型真题例题详解，提供多种解题思路
- 归纳提炼常考题型，贴心提示知识点理解误区
- 揭秘解题方法奥妙，举一反三，成功过关



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

2017 考研数学

辅导全书

(数学一)

清华大学 胡金德 主 编
清华大学 谭泽光



北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

2017 考研数学辅导全书(数学一)、(数学二)、(数学三)是本系列丛书的主干书,是考生进行考研基础复习的主要教材。本书分为高等数学、线性代数和概率论与数理统计三部分,每部分包含若干章节,每章有大纲解读、大纲知识点精解和习题精选与预测。其中,大纲解读包含考试内容和考试要求;大纲知识点精解包括考点梳理和例题解析,知识点全面,讲解详细,以帮助考生全面掌握考研数学的基础知识,为后续的复习打下坚实的基础。

本书可供参加 2017 年研究生入学考试的考生备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

2017 考研数学辅导全书. 数学一 / 胡金德, 谭泽光

主编. -- 北京:北京航空航天大学出版社, 2015. 12

ISBN 978-7-5124-2016-8

I. ①2… II. ①胡… ②谭… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 317588 号

版权所有,侵权必究。

2017 考研数学辅导全书(数学一)

胡金德 谭泽光 主编

责任编辑 张冀青

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路 37 号(邮编 100191) <http://www.buaapress.com.cn>

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhpress@263.net 邮购电话:(010)82316936

北京兴华昌盛印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:37.5 字数:960 千字

2016 年 1 月第 1 版 2016 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5124-2016-8 定价:67.80 元

前言

数学是考研科目中特别重要的一个科目,考生要想在最后取得理想成绩,除了需要不懈的努力外,还必须掌握“巧劲”,而非“蛮劲”。在复习准备阶段正确选择考试辅导用书,可以在复习过程中达到事半功倍的效果。本书就是这样一本在考前基础复习阶段为考生用心编写、量身定做的考研辅导书。

本书作为一本系统、全面的考研数学一知识点梳理及能力提高训练用书,适合考研的同学在考研复习初期使用。本书分三部分进行编写:高等数学、线性代数和概率论与数理统计。每一部分都是严格按照教育部考试中心编写的最新《全国硕士研究生入学统一考试大纲》(数学一)的要求,精心编写体例,概括总结每章知识点,重点突出,知识点讲解详略得当,帮助考生在复习时有的放矢,快速提升学习效率,达到良好的复习和备考效果。

本书编排结构及特点如下:

一、考点清晰,内容权威

本书每章首先介绍考试内容与考试要求,明确给出最新数学考试大纲中的考试内容与考试要求,旨在让考生复习时明确目标、突出重点,做到有的放矢。同时,方便考生在复习过程中不断地查缺补漏,完善知识体系。

另外,本书作者在编写过程中,通过深入研究考试大纲,把握其要求和精神,并结合近10年来的考研数学真题,分析其命题特点和动向,结合多年来的教学经验,精心编写此书,内容非常权威。

二、知识全面,详略得当

本书考点梳理部分由“基本概念”和“重要定理、性质与公式”两大部分组成,涵盖考研大纲的所有知识点,并做到详略得当。对于重要的知识点,给予详细的论述,常考的题型,给出常用的解题方法和解题步骤,旨在帮助考生熟悉考点,掌握考试的基本题型,建立考研数学的整体知识架构。

三、归纳总结,指点迷津

在体例设计上,作者通过精心研究考研数学的命题规律,将考试内容分为不同的专题进行讲解;通过归纳总结历年考试类型,力求涵盖考试中可能出现的所有考试题型,为考生指点迷津。在题目选择上,既有紧扣考试内容的经典题目,也有许多发散思维的新题目,考生对常考题型要做到了然于胸,对一些新颖的题目要做到先记后用、触类旁通。



四、答案解析详细,解题方案多样

本书在题目讲解上,力求做到准确、详细,并在一些解题的关键处给出提示和注解,为考生提供详细的答案解析,从解析一道题学会分析解答类似的题目。除此之外,对于同一问题,本书给出了多种思路的解题方案,以帮助考生能灵活地运用所学的知识,发散思维。考生在阅读完此部分后,定能加深对定义、定理的理解,极大提升解题的能力。

希望本书能成为广大考生的良师益友。

由于时间仓促,书中难免有疏漏之处,诚请各位专家和读者批评指正。

最后,祝愿每一位考生都取得优异的成绩,考取理想的学府。

编 者

2016 年 1 月

目 录

第一部分 高等数学

第一章 函数 极限 连续	3
大纲解读	3
考试内容	3
考试要求	3
大纲知识点精解	3
§1 函 数	3
考点梳理	3
一、基本概念	3
二、重要性质、公式与结论	6
例题解析	7
题型一 求函数的定义域与函数表达式	7
题型二 函数的性质	8
§2 极 限	9
考点梳理	9
一、基本概念	9
二、重要性质、公式与结论	11
例题解析	14
题型一 求函数极限	14
题型二 求数列极限	19
题型三 无穷小的比较	22
题型四 已知极限或无穷小求待定参数	24
§3 函数的连续与间断	25
考点梳理	25
一、基本概念	25
二、重要性质、公式与结论	26
例题解析	27
题型一 初等函数和抽象函数的连续与间断	27
题型二 分段函数的连续性	28
题型三 由极限定义的函数的连续性	29
题型四 连续函数的零点问题	30
题型五 综合题	31
习题精选与预测	32
第二章 一元函数微分学	36
大纲解读	36



考试内容	36
考试要求	36
大纲知识点精解	37
§1 导数与微分	37
考点梳理	37
一、基本概念	37
二、重要性质、公式与结论	38
例题解析	38
题型一 利用导数与微分的定义解题	38
题型二 可微、可导、连续与极限的关系	41
题型三 导数的物理、几何应用	41
§2 导数的计算	42
考点梳理	42
重要性质、公式与结论	42
例题解析	44
题型一 利用导数公式与运算法则求导	44
题型二 求分段函数导数或微分	45
题型三 幂指函数的导数或微分	46
题型四 由参数方程确定的函数的导数	47
题型五 隐函数求导	47
题型六 求 n 阶导数	47
§3 利用导数研究函数性态	49
考点梳理	49
一、基本概念	49
二、重要定理、性质与公式	50
例题解析	51
题型一 求曲率与曲率半径	51
题型二 利用导数讨论函数单调性、极值与最值	52
题型三 函数的凹凸性与拐点	53
题型四 求曲线的切线、法线和渐近线	55
题型五 综合题	56
§4 微分中值定理、零点问题与不等式证明	58
考点梳理	58
重要性质、公式与结论	58
例题解析	60
题型一 函数零点的存在性与个数问题	60
题型二 证明项中包含 $\xi, f(\xi), f'(\xi), \dots$ 的问题	62
题型三 拉格朗日中值定理与带拉格朗日余项的泰勒公式及其应用	64
题型四 证明项中包含 $\xi, \eta, f(\xi), f(\eta), f'(\xi), f'(\eta)$ 的问题	65
题型五 不等式证明	66
习题精选与预测	68



第三章 一元函数积分学	73
大纲解读	73
考试内容	73
考试要求	73
大纲知识点精解	73
§1 不定积分和定积分的概念与性质	73
考点梳理	73
一、基本概念	73
二、重要性质、公式与结论	74
例题解析	76
§2 不定积分与定积分的计算	78
考点梳理	78
重要性质、公式与结论	78
例题解析	80
题型一 有理函数的积分	80
题型二 无理函数的积分	80
题型三 三角函数的积分	81
题型四 乘积的混合式积分	83
题型五 分段函数与绝对值函数的积分	85
题型六 变限积分问题	86
§3 反常积分	88
考点梳理	88
一、基本概念	88
二、重要性质、公式与结论	89
例题解析	91
题型一 反常积分的计算	91
题型二 判定反常积分的敛散性	92
§4 定积分的应用	93
考点梳理	93
重要性质、公式与结论	93
例题解析	95
题型一 几何应用	95
题型二 物理应用	98
§5 定积分的证明题	99
例题解析	99
题型一 等式的证明	99
题型二 不等式的证明	100
习题精选与预测	102
第四章 向量代数和空间解析几何	113
大纲解读	113
考试内容	113
考试要求	113

大纲知识点精解	113
§1 向量代数	113
考点梳理	113
一、基本概念	113
二、重要性质、公式与结论	115
例题解析	115
§2 空间平面方程与空间直线方程	116
考点梳理	116
一、基本概念	116
二、重要性质、公式与结论	117
例题解析	119
题型一 求空间的平面方程	119
题型二 求空间的直线方程	120
题型三 点、直线、平面间的关系	121
§3 空间曲面方程与空间曲线方程	122
考点梳理	122
一、基本概念	122
二、重要性质、公式与结论	123
例题解析	123
题型一 旋转面与柱面方程	123
题型二 投影方程	124
习题精选与预测	125
第五章 多元函数微分学	128
大纲解读	128
考试内容	128
考试要求	128
大纲知识点精解	128
§1 多元函数的极限与连续性	128
考点梳理	128
一、基本概念	128
二、重要性质、公式与结论	129
例题解析	130
题型一 二元函数的概念	130
题型二 二元函数的极限	130
§2 偏导数与全微分	131
考点梳理	131
一、基本概念	131
二、重要性质、公式与结论	132
例题解析	132
题型一 简单的二元函数偏导数与微分计算	132
题型二 二元函数连续、可偏导、可微的关系	134
§3 多元函数求导法则	137

考点梳理	137
重要性质、定理与公式	137
例题解析	138
题型一 求复合函数的偏导数与全微分	138
题型二 求隐函数的偏导数与全微分	142
§ 4 多元函数微分学的几何应用	146
考点梳理	146
一、基本概念	146
二、重要性质、定理与公式	147
例题解析	148
题型一 空间曲线与空间曲面	148
题型二 求方向导数与梯度	149
§ 5 多元函数的极值与最值	150
考点梳理	150
一、基本概念	150
二、重要性质、定理与公式	150
例题解析	151
题型一 求解多元函数的无条件极值	151
题型二 求解多元函数的条件极值	154
题型三 求解多元函数的最值	155
习题精选与预测	160
第六章 多元函数积分学	165
大纲解读	165
考试内容	165
考试要求	165
大纲知识点精解	165
§ 1 二重积分	165
考点梳理	165
一、基本概念	165
二、重要性质、公式与结论	166
例题解析	169
题型一 二重积分的概念和性质	169
题型二 直角坐标和极坐标下二重积分的计算	169
题型三 二次积分交换积分次序	175
题型四 利用对称性计算二重积分	177
§ 2 三重积分	180
考点梳理	180
一、基本概念	180
二、重要性质、公式与结论	180
例题解析	183
题型一 直角坐标系下三重积分的计算	183
题型二 柱坐标系下三重积分的计算	183



题型三 球坐标系下三重积分的计算	184
§ 3 曲线积分	185
考点梳理	185
一、基本概念	185
二、重要性质、公式与结论	186
例题解析	188
题型一 第一类曲线积分	188
题型二 第二类曲线积分与格林公式的应用	190
§ 4 曲面积分	193
考点梳理	193
一、基本概念	193
二、重要性质、公式与结论	194
例题解析	196
题型一 第一类曲面积分	196
题型二 第二类曲面积分与高斯公式的应用	198
题型三 斯托克斯公式的应用	201
§ 5 散度与旋度	202
考点梳理	202
基本概念	202
例题解析	203
§ 6 多元函数积分学的几何、物理应用	203
考点梳理	203
重要定理、公式与性质	203
例题解析	204
题型一 几何应用	204
题型二 物理应用	205
习题精选与预测	209
第七章 无穷级数	214
大纲解读	214
考试内容	214
考试要求	214
大纲知识点精解	215
§ 1 常数项级数及其敛散性	215
考点梳理	215
一、基本概念	215
二、重要性质、公式与结论	216
例题解析	218
题型一 级数的概念与敛散性	218
题型二 正向级数的敛散性判定	219
题型三 交错级数的敛散性判定	221
题型四 任意项级数的敛散性判定	222
§ 2 幂级数	223

考点梳理	223
一、基本概念	223
二、重要性质、公式与结论	223
例题解析	225
题型一 幂级数的收敛区间与收敛域	225
题型二 幂级数与常数项级数求和	228
题型三 函数的幂级数展开式	231
§ 3 傅里叶级数	234
考点梳理	234
一、基本概念	234
二、重要性质、公式与结论	235
例题解析	236
题型一 函数的傅里叶级数展开	236
题型二 傅里叶级数的收敛性	237
习题精选与预测	239
第八章 微分方程	244
大纲解读	244
考试内容	244
考试要求	244
大纲知识点精解	244
§ 1 一阶微分方程与可降阶的高阶微分方程的解法	244
考点梳理	244
一、基本概念	244
二、重要定理、性质与公式	245
例题解析	247
题型一 变量可分离的方程与齐次方程的求解	247
题型二 一阶线性方程与伯努利方程的求解	248
题型三 全微分的求解	250
题型四 可降解的高阶微分方程的求解	252
§ 2 高阶线性微分方程	254
考点梳理	254
一、基本概念	254
二、重要定理、性质与公式	254
例题解析	256
题型一 高阶线性微分方程解的结构、性质与判定	256
题型二 求解二阶线性微分方程	257
题型三 求解欧拉方程	258
§ 3 微分方程的应用	259
考点梳理	259
重要定理、性质与公式	259
例题解析	259
习题精选与预测	265



第二部分 线性代数

第一章 行列式	271
大纲解读	271
考试内容	271
考试要求	271
大纲知识点精解	271
考点梳理	271
一、基本概念	271
二、重要性质、公式与结论	272
例题解析	274
题型一 行列式的概念及性质	274
题型二 数字型行列式的计算	276
题型三 抽象行列式的计算	280
题型四 有关 $ A =0$ 的证明	281
习题精选与预测	282
第二章 矩 阵	285
大纲解读	285
考试内容	285
考试要求	285
大纲知识点精解	285
§1 矩阵的概念及运算	285
考点梳理	285
一、基本概念	285
二、重要性质、公式与结论	287
§2 可逆矩阵与伴随矩阵	288
考点梳理	288
一、基本概念	288
二、重要性质、公式与结论	288
§3 矩阵的初等变换	290
考点梳理	290
一、基本概念	290
二、重要性质、公式与结论	290
§4 分块矩阵	291
考点梳理	291
一、基本概念	291
二、重要性质、公式与结论	291
例题解析	292
题型一 矩阵的概念及运算	292
题型二 求方阵的幂	293
题型三 矩阵可逆的判定及逆矩阵的计算	296
题型四 伴随矩阵	298

题型五 矩阵的初等变换	300
题型六 分块矩阵	301
题型七 求解矩阵方程	303
习题精选与预测	307
第三章 向 量	311
大纲解读	311
考试内容	311
考试要求	311
大纲知识点精解	311
§1 向量与向量组的线性相关性	311
考点梳理	311
一、基本概念	311
二、重要定理、性质与公式	312
例题解析	313
题型一 线性相关性的判别与证明	313
题型二 向量与向量组的线性表出	316
§2 极大线性无关组与向量组的秩	320
考点梳理	320
一、基本概念	320
二、重要定理、性质与公式	320
例题解析	321
题型一 矩阵的秩	321
题型二 向量组的秩与极大线性无关组	322
题型三 向量组的等价	324
§3 向量空间	326
考点梳理	326
一、基本概念	326
二、重要定理、性质与公式	327
例题解析	328
题型一 向量空间的基本概念	328
题型二 过渡矩阵与坐标变换	329
题型三 正交矩阵与正交化	331
习题精选与预测	332
第四章 线性方程组	337
大纲解读	337
考试内容	337
考试要求	337
大纲知识点精解	337
§1 齐次线性方程组	337
考点梳理	337
一、基本概念	337
二、重要性质、公式与结论	338

§2 非齐次线性方程组	340
考点梳理	340
一、基本概念	340
二、重要性质、公式与结论	340
例题解析	341
题型一 线性方程组解的判定、性质及结构	341
题型二 求解齐次线性方程组	345
题型三 求解非齐次线性方程组	348
题型四 两方程组的公共解与同解问题	357
习题精选与预测	361
第五章 矩阵的特征值和特征向量	365
大纲解读	365
考试内容	365
考试要求	365
大纲知识点精解	365
§1 特征值与特征向量	365
考点梳理	365
一、基本概念	365
二、重要性质、公式与结论	366
例题解析	367
题型一 求数字型矩阵的特征值与特征向量	367
题型二 求抽象矩阵的特征值与特征向量	370
题型三 特征值与特征向量的逆问题	372
题型四 有关特征值与特征向量的证明题	374
§2 相似矩阵及矩阵的相似对角化	376
考点梳理	376
一、基本概念	376
二、重要性质、公式与结论	376
例题解析	377
题型一 相似矩阵的性质及其判定	377
题型二 方阵的对角化问题	380
§3 实对称矩阵及其相似对角化	384
考点梳理	384
一、基本概念	384
二、重要性质、公式与结论	384
例题解析	385
题型一 实对称矩阵的性质	385
题型二 实对称矩阵的对角化	390
习题精选与预测	393
第六章 二次型	397
大纲解读	397
考试内容	397

考试要求	397
大纲知识点精解	397
§1 二次型的定义、矩阵表示	397
考点梳理	397
基本概念	397
§2 化二次型为标准形和规范形	398
考点梳理	398
一、基本概念	398
二、重要性质、公式与结论	399
§3 合同矩阵	400
考点梳理	400
一、基本概念	400
二、重要性质、公式与结论	400
§4 正定二次型与正定矩阵	400
考点梳理	400
一、基本概念	400
二、重要性质、公式与结论	400
例题解析	401
题型一 二次型的基本概念	401
题型二 线性变换	403
题型三 化二次型为标准形和规范形	404
题型四 矩阵的合同	410
题型五 正定二次型与正定矩阵的判定与证明	412
习题精选与预测	416

第三部分 概率论与数理统计

第一章 随机事件和概率	421
大纲解读	421
考试内容	421
考试要求	421
大纲知识点精解	421
§1 随机事件的关系与运算	421
考点梳理	421
一、基本概念	421
二、重要定理、性质与公式	422
例题解析	423
§2 随机事件的概率	425
考点梳理	425
一、基本概念	425
二、重要定理、性质与公式	426
例题解析	426
题型一 概率的基本性质	426

题型二	古典概型与几何概型	428
题型三	条件概率	429
题型四	全概率公式与贝叶斯公式	430
§ 3	事件的独立性与独立重复试验	432
考点梳理		432
一、基本概念		432
二、重要定理、性质与公式		433
例题解析		433
题型一	事件的独立性	433
题型二	伯努利概型	435
习题精选与预测		436
第二章	随机变量及其分布	439
大纲解读		439
考试内容		439
考试要求		439
大纲知识点精解		439
§ 1	随机变量及其分布函数	439
考点梳理		439
一、基本概念		439
二、重要定理、性质与公式		440
例题解析		440
§ 2	离散型与连续型随机变量	443
考点梳理		443
一、基本概念		443
二、重要定理、性质与公式		443
例题解析		446
题型一	离散型随机变量及其分布律	446
题型二	连续型随机变量及其概率密度	447
题型三	随机变量的常见分布	449
§ 3	随机变量函数的分布	451
考点梳理		451
例题解析		452
习题精选与预测		455
第三章	多维随机变量及其分布	459
大纲解读		459
考试内容		459
考试要求		459
大纲知识点精解		459
§ 1	二维随机变量及其分布	459
考点梳理		459
一、基本概念		459
二、重要性质、公式与结论		461