高等数学

——微积分

主编　费伟劲

立信会计出版社
LIXIN ACCOUNTING PUBLISHING HOUSE

高等数学

——微积分

主　编　费伟劲
副主编　苏海容　邹　赢

立信会计出版社
LIXIN ACCOUNTING PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

高等数学:微积分/费伟劲主编. —上海:立信会计出版社，2010.6
ISBN 978-7-5429-2538-1

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①费… Ⅲ. ①高等数学—教材②微积分—教材Ⅳ. ①O13②O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 112136 号

责任编辑 蔡莉萍
封面设计 周崇文

高等数学:微积分

出版发行 立信会计出版社
地　　址 上海市中山西路 2230 号　　邮政编码 200235
电　　话 (021)64411389　　传　　真 (021)64411325
网　　址 www.lixinaph.com　　E-mail lxaph@sh163.net
网上书店 www.shlx.net　　Tel:(021) 64411071
经　　销 各地新华书店

印　　刷 上海申松立信印刷有限责任公司
开　　本 787 毫米×960 毫米　　1/16
印　　张 13.25
字　　数 257 千字
版　　次 2010 年 6 月 第 1 版
印　　次 2010 年 6 月 第 1 次
印　　数 1—3 100
书　　号 ISBN 978-7-5429-2538-1/O
定　　价 20.00 元

内 容 简 介

本书是在教育部“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”的研究成果的基础上，为适应新形势下经济与管理类人才对高等数学的教学需要，编者根据多年的教学实践而编写的。全书共分七章，内容包括：预备知识；函数、极限与连续；导数与微分；导数的应用；不定积分；定积分；微分方程。每节配有适量的练习，每章末配有总习题，书后附有习题参考答案，较难的习题还有提示供读者参考。本书叙述深入浅出、通俗易懂，概念清晰，难点分散，例题典型，贴近实际，便于教师教学与学生自学。本书可作为高等继续教育经济类与管理类各专业的学生微积分课程的教材，也可作为高职高专经济与管理类的学生微积分课程的教材或教学参考书。

前　　言

本书是以高等继续教育、高等职业教育经济类与管理类专业的学生为主要对象编写的。微积分是大学非数学各专业学生必修的一门经典数学课程，经典微积分在经历了近300年的辉煌发展之后，已经高度成熟，因此想要对该课程内容作较大精简、改编的空间已经非常有限了。像任何经典学科都无法逃避被精简浓缩的命运一样，在近30年之内经典微积分课程总学时也缩减了四分之一。确实，我们不该让如今的大学生去重复历史的发展，通晓从极限到微积分运算的每一细节，他们应当将有限的时间与精力花费在最必需的那部分内容上。正是基于以上的现实和认识，本书编者在现有的条件下作了最大的努力，使读者有可能在比过去少得多的时间内学到经典微积分学的主要内容，而又不降低基本的数学思维训练水准。

本书是在强调"变化趋势"的极限直观定义和初等函数极限的基础上，展开对一元函数微分和积分的概念、计算、应用及简单微分方程等微积分最基础内容的介绍。考虑到经济类与管理类大学生数学知识相对薄弱，在材料选取上，以"必须、够用"为原则，同时注重与中学数学教学相衔接，注重和经济类与管理类专业相结合；在教学方法上，坚持"数学为人人"的理念，充分考虑逻辑思维的规律，力求突出重点、通俗易懂、便于教学；在内容编排上，适当降低了某些问题的理论深度，删去了一些繁琐的推理和证明，重点是让学生接受高等数学的思想方法和思维习惯。我们也注意到教学活动个性化的特点，在理论阐述、教学方法、组织方式和课堂作业布置等方面给任课教师预留了一定的灵动空间。

本书第1章、第6章由苏海容编写，第4章、第5章由邹赢编写，第0章、第2章、第3章由费伟劲编写；书中插图均由费伟劲绘制，最后由费伟劲统稿。姚力民仔细审阅了初稿，金兴华、谷玉盈、武宏琳对书中的习题答案一一进行了验算，许多章节在内容与形式上的改进都大大得益于他们的意见。

本书编写团队在提笔之初，即明确提出"经典、简明、易学"的标准作为自我规范，为此作者们总共构思了近1年，实际动笔则花费了3个月的时间。在这3个多月的时间里，编者无数次地读过书中的每一个字，唯恐太多的繁文影响读者的学习！尽可能达到字字珠玑、言简意赅，让读者一目了然，达到最佳的学习效果！无奈编者才疏学浅，在书中难免有疏漏和不足之处，因此期望各位读者及同仁能对此书多提宝贵意见，以便及时补充和修正。

编　者

2010年6月于上海

目　　录

第 0 章

预 备 知 识

高等数学是以初等数学作为基础的。这一章包含了为学习微积分所必须掌握的大部分中学数学的基本内容，这些内容可能是与第 1 章结合起来使用，或因某些技巧的需要而在本书各章中出现。

§0.1 代 数

0.1.1 一元二次方程

一元二次方程式为

$$ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$$

根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$

当 $\Delta>0$ 时，方程有两个相异实根。

当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等实根。

当 $\Delta<0$ 时，方程有共轭复根。

求根公式为 $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

0.1.2 对数的运算性质

1. 若 $a^y=x$，则 $y=\log_a x$
2. $\lg x=\log_{10} x$，$\ln x=\log_e x$
3. $\log_a a=1$，$\log_a 1=0$，$\ln e=1$，$\ln 1=0$
4. $\log_a(x\cdot y)=\log_a x+\log_a y$
5. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$
6. $\log_a x^b=b\log_a x$
7. $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}$，$\log_a x=\dfrac{\ln x}{\ln a}$
8. $a^{\log_a x}=x$，$e^{\ln x}=x$

0.1.3 指数的运算性质

1. $a^m a^n=a^{m+n}$
2. $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$

4. $(ab)^m = a^m b^m$

5. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$

6. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

0.1.4 绝对值

1. $|a| = \begin{cases} a, & a \geqslant 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$

2. $|ab| = |a||b|$

3. $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$

4. $|a| = \sqrt{a^2}$

0.1.5 排列、组合、二项式定理

1. 排列数公式 $P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)\ (m \leqslant n)$

特别地，$P_n^n = n(n-1)(n-2)\cdots 2 \times 1 = n!$

2. 组合数公式 $C_n^m = \dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}\ (m \leqslant n)$

3. 二项式定理 $(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^k a^{n-k} b^k + \cdots + C_n^n a^0 b^n\ (n \in \mathbf{Z}^+)$

例如：$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2 b + 3ab^2 - b^3$

0.1.6 因式分解

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2} b + \cdots + a^{n-k} b^{k-1} + \cdots + b^{n-1})\ (n \in \mathbf{Z}^+)$

例如：

1. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
3. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

0.1.7 常用不等式

1. 若 $a > b$，$b > c$，则 $a > c$
2. 若 $a > b$，则 $a \pm c > b \pm c$
3. 若 $a > b$，$k > 0$，则 $ka > kb$
4. 若 $a > b$，$k < 0$，则 $ka < kb$
5. 若 $a > b$，$c > d$，则 $a + c > b + d$，$a - d > b - c$
6. 若 $a > b > 0$，则 $a^n > b^n\ (n > 0)$，$a^n < b^n\ (n < 0)$

7. 若 $a > b > 0$,则$\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ $(n \in \mathbf{Z}^{+})$

8. 对于任意实数 a, b,均有 $|a| - |b| \leqslant a + b \leqslant |a| + |b|$

9. 对于任意非负实数 a, b,均有$\dfrac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}$(“$=$”当且仅当 $a = b$ 时成立)

0.1.8 常用数列及求和公式

1. 等差数列:a_1, $a_1 + d$, $a_1 + 2d$, $\cdots$, $a_1 + (n-1)d$

公差为 d,前 n 项的和为:

$$S = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \cdots + [a_1 + (n-1)d] =$$

$$na_1 + \frac{1}{2}n(n-1)d = \frac{a_1 + a_n}{2}n$$

2. 等比数列:a_1, $a_1 q$, $a_1 q^2$, $\cdots$, $a_1 q^{n-1}$

公比为 q,前 n 项的和为:

$$S = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \cdots + a_1 q^{n-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

3. 几个常见数列的前项和

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n+1) \qquad 2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n+1)$$

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2 \qquad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

0.1.9 集合、区间、邻域

1. 集合

集合是指某些可以列举,或者可用某种属性加以区别的个体的全体。

集合 A 中每一个体 a 称为 A 的元素,记作 $a \in A$。

记号“$\in$”读作“属于”;记号“$\notin$”读作“不属于”。

不含任何元素的集合称为空集,记为 $\varnothing$。例如,由方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实根构成的集合为空集。

本书今后用到的集合主要是数集,即元素为数的集合。下面是几个常用的数集:

自然数集 $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \cdots, n, \cdots\}$。

整数集 $\mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \cdots, \pm n, \cdots\}$。

有理数集 $\mathbf{Q} = \left\{ \dfrac{p}{q} \,\middle|\, p, q \text{ 为互质的整数}, q \neq 0 \right\}$。

实数集 $\mathbf{R}=\{x \mid x$ 为实数$\}$。

2. 区间

区间是指介于某两个实数之间的全体实数。

这两个实数称为区间的端点。两端点间的距离(线段的长度)称为区间的长度。

区间实质上是实数集的一种特殊子集,常用区间有:

开区间:$\{x \mid a<x<b\}=(a, b)$,如图 0-1 所示。

闭区间:$\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}=[a, b]$,如图 0-2 所示。

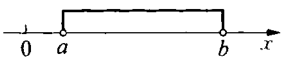

图 0-1 开区间

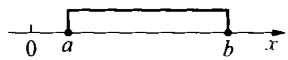

图 0-2 闭区间

半开半闭区间:$\{x \mid a<x \leqslant b\}=(a, b]$, $\{x \mid a \leqslant x<b\}=[a, b)$,如图 0-3 所示。

图 0-3 半开半闭区间

无穷区间:$(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$, $[a,+\infty)=\{x \mid x \geqslant a\}$, $(-\infty, b)=\{x \mid x<b\}$, $(-\infty, b]=\{x \mid x \leqslant b\}$, $(-\infty,+\infty)=\{x \mid x \in \mathbf{R}\}$,如图 0-4 所示。

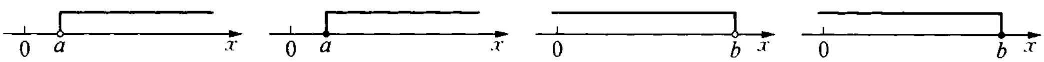

图 0-4 无穷区间

3. 邻域

邻域是指以某点 a 为中心的一个长度为 $2\delta(\delta>0)$ 的对称开区间,称为点 a 的 δ 邻域,记为 $U(a, \delta)$, 即 $U(a, \delta)=\{x \mid |x-a|<\delta, \delta>0\}=(a-\delta, a+\delta)$。如图0-5 所示。

若把邻域 $U(a, \delta)$ 的中心去掉,所得到的邻域称为点 a 的去心 δ 邻域,记为 $\dot{U}(a, \delta)$,即$\dot{U}(a, \delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta, \delta>0\}=(a-\delta, a) \cup(a, a+\delta)$。如图 0-6 所示。

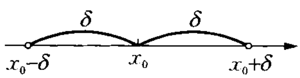

图 0-5 邻域

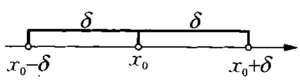

图 0-6 去心邻域

§0.2 几　　何

0.2.1 三角形

面积 $= \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2}ab\sin\theta$(如图 0 - 7 所示)

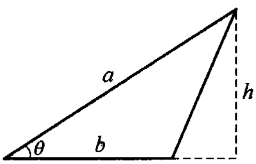

图 0 - 7　三角形

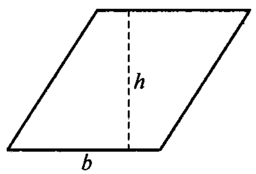

图 0 - 8　平行四边形

0.2.2 平行四边形

面积 $= bh$(如图 0 - 8 所示)

0.2.3 梯形

面积 $= \frac{a+b}{2}h$(如图 0 - 9 所示)

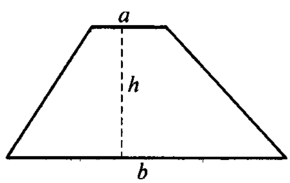

图 0 - 9　梯形

0.2.4 圆

周长 $= 2\pi r$,面积 $= \pi r^2$(如图 0 - 10 所示)

0.2.5 扇形

弧长 $l = r\theta$, 面积 $= \frac{1}{2}r^2\theta$(如图 0 - 11 所示)

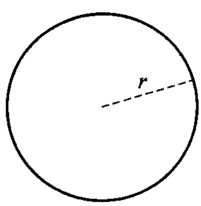

图 0 - 10　圆

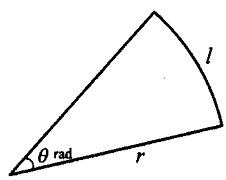

图 0 - 11　扇形

0.2.6 圆柱

体积 $= \pi r^2 h$(如图 0-12 所示)

0.2.7 圆锥

侧面积 $= \pi rl$,体积 $= \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$(如图 0-13 所示)

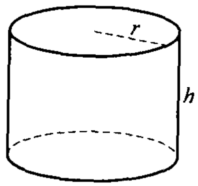

图 0-12 圆柱体

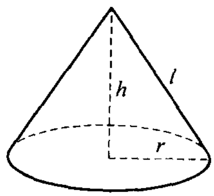

图 0-13 圆锥体

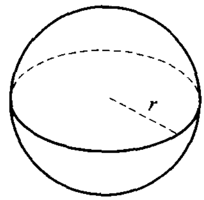

图 0-14 球体

0.2.8 球体

表面积 $= 4\pi r^2$,体积 $= \dfrac{4}{3}\pi r^3$(如图 0-14 所示)

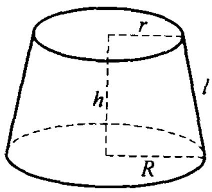

图 0-15 圆台

0.2.9 圆台

侧面积 $= \pi l(r+R)$,体积 $= \dfrac{1}{3}\pi(r^2+rR+R^2)h$(如图 0-15 所示)

§0.3 三　角

0.3.1 定义和基本恒等式

如图 0-16 所示。

1. 正弦:$\sin\theta = \dfrac{y}{r} = \dfrac{1}{\csc\theta}$

2. 余弦:$\cos\theta = \dfrac{x}{r} = \dfrac{1}{\sec\theta}$

3. 正切:$\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{\cot\theta}$

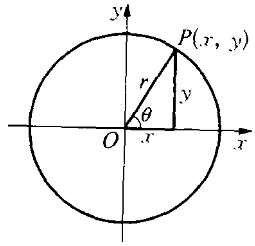

图 0-16 圆与三角