丛书主编／丁 岩
学科主编／王海鹰

焦点问答

JIAODIAN WENDA

知识点 重点 难点 疑点

数学

高中三年级 高考

东北师范大学出版社

东师教辅

高长玉　杨智勇　编著

焦点问答

JIAODIAN WENDA

知识点 重点

数学

高中三年级　高考

东北师范大学出版社
长春

图书在版编目(CIP)数据

焦点问答:-高三·高考数学/高长玉 杨智勇编著一长春:东北师范大学出版社,2001.5
ISBN 7-5602-2277-3

Ⅰ.数… Ⅱ.①高 ②杨… Ⅲ.数学课-高三-教学参考资料 Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 20161 号

□出 版 人:贾国祥
□策划编辑:刘宗谊 □责任编辑:李 雁
□封面设计:张 然 □责任校对:胡 影
□责任印制:栾喜湖

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 138 号(130024)
电话:0431—5695744 5688470
传真:0431—5695734
网址:http://www.nnup.com
电子函件:sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春第二新华印刷有限责任公司印刷
2001 年 5 月第 1 版 2001 年 5 月第 1 次印刷
开本:880 mm×1230 mm 1/32 印张:10.75 字数:312 千
印数:00 001 — 10 000 册

本册定价:11.80 元

目 录

焦点问答 知识点·重点·难点·疑点

焦点问答 知识点·重点·难点·疑点

焦点问答 → 知识点·重点·难点·疑点

焦点问答

知识点·重点·难点·疑点

焦点问答 ↓ 知识点·重点·难点·疑点

焦点问答

认认真真总结

第一部分　知识归纳

一　函　数

(一)集　合

1. 集合的有关概念

(1)集合的定义

现行高中教材对集合的概念给出了描述性的说明:“我们说,每一组对象的全体就形成一个集合.”

(2)集合的分类

有限集:含有有限个元素的集合.

无限集:含有无限个元素的集合.

空集:不含任何元素的集合.

(3)集合中元素的性质

确定性:任何一个对象对一个集合来说,它要么属于这个集合,要么不属于这个集合.

互异性:集合中任何两个元素必须是不同的对象.

无序性:用列举法表示集合中的元素时,不必考虑它们之间的顺序.

(4)集合的表示法

列举法:把集合中的元素一一列举出来写在大括号内.

描述法:把集合中元素的公共属性描述出来,写在大括号内.

采用描述法表示集合$\{p|p$的条件$\}$时,一定要特别注意代表元素p的属性.否则,很易出现表达方式上的错误.

2. 集合间的运算

两个集合间的运算关系有子、交、并、补,一定要注意各个概念的实质和内涵.两个集合的包含、真包含和相等是三个既有区别又有联系的概念,必须加以区分.$M\subseteq N$有两层含义,即$M\subset N$或$M=N$两种情况必具其一.反之,$N=M$或$N\supset M$也可写成$M\subseteq N$.若$M\subseteq N$且$N\subseteq M$,则有$M=N$,这是证明两个集合相等的有效方法之一.

(二)一元二次不等式

1. $|ax+b|<c$和$|ax+b|>c$ $(c>0)$型不等式

(1)$|x|<a$和$|x|>a$ $(a>0)$的解集

一般地,$|x|<a$ $(a>0)$型不等式的解集为$\{x|-a<x<a\}$,$|x|>a$ $(a>0)$型不等式的解集为$\{x|x>a$或$x<-a\}$.

(2)$|ax+b|<c$和$|ax+b|>c$型不等式的解集

可将$ax+b$看成(1)中的x,运用代换的思想有$|ax+b|<c$的解集是$\{x|-c<ax+b<c\}$,由此可求出原不等式的解集.运用类似的办法可以求出$|ax+b|>c$ $(a>0)$的解集.

2. 一元二次不等式

(1)定义:$ax^2+bx+c>0$或$ax^2+bx+c<0(a\neq0)$型的不等式叫一元二次不等式.

(2)解　法

使用二次函数的图像和一元二次方程的根来解一元二次不等式.

对于二次函数$y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$,$\Delta=b^2-4ac$,那么$ax^2+bx+c>0$或$ax^2+bx+c<0$的解集有如下三种情况.

① 当$\Delta=b^2-4ac>0$时,$x_2<x_1$,如图1,有

$ax^2+bx+c>0$的解集为$\{x|x>x_1$或$x<x_2\}$,

$ax^2+bx+c<0$ 的解集为$\{x\mid x_2<x<x_1\}$.

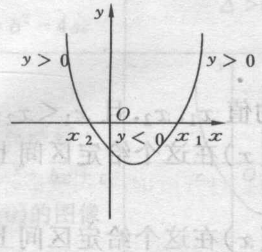


图 1

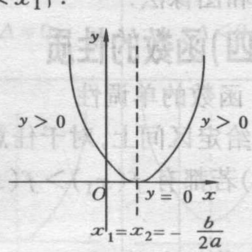


图 2

② 当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时, $x_1=x_2$, 如图 2, 有

$ax^2+bx+c>0$ 的解集为$\{x\mid x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq-\dfrac{b}{2a}\}$,

$ax^2+bx+c<0$ 的解集为$\varnothing$.

③ 当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 如图 3, 有

$ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $x\in\mathbf{R}$,

$ax^2+bx+c<0$ 的解集为 $x\in\varnothing$.

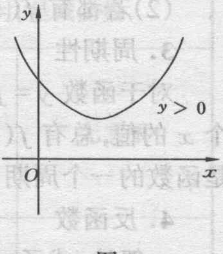


图 3

(三)映射与函数

1. 映　射

映射的概念是为函数的概念作准备的, 它是一种特殊的对应, 要求原象集 A 中的每个元素都有惟一的象, 但在集合 B 中不一定所有的元素都有原象.

2. 函　数

(1)函数的定义: 集合 A 和 B 都是非空数集, 且 B 中的每个元素都有原象, 这时的映射 $f: A\rightarrow B$ 就称为从定义域 A 到值域 B 上的函数, 记为 $y=f(x)$.

(2)函数的定义域: 所有原象的集合即是函数的定义域. 若给出函数解析式, 那么定义域就是使式子有意义的所有自变量的全体. 若函数由实际问题给出, 还要注意定义域须由实际情况来界定.

(3)函数的值域: 所有象的集合即是值域, 也可以认为是所有函数值的集合或函数值的变化范围.

(4)函数的表示方法: 常用的方法有解析法(即给出函数解析式)、

列表法和图像法.

(四)函数的性质

1. 函数的单调性

在给定区间上,对于任意两个自变量的值 x_1, x_2,且 $x_1 < x_2$:

(1)若都有 $f(x_1) > f(x_2)$,则函数 $f(x)$ 在这个给定区间上是减函数;

(2)若都有 $f(x_1) < f(x_2)$,则函数 $f(x)$ 在这个给定区间上是增函数.

2. 函数的奇偶性

对于函数定义域内任意一个 x:

(1)若都有 $f(-x) = f(x)$,则函数 $f(x)$ 为偶函数;

(2)若都有 $f(-x) = -f(x)$,则函数 $f(x)$ 为奇函数.

3. 周期性

对于函数 $y = f(x)$,若存在非零常数 T,使得对定义域内的每一个 x 的值,总有 $f(T+x) = f(x)$ 成立,则 $y = f(x)$ 叫做周期函数,T 是函数的一个周期.

4. 反函数

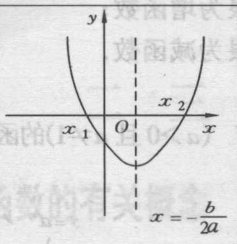
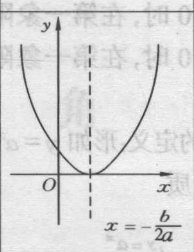
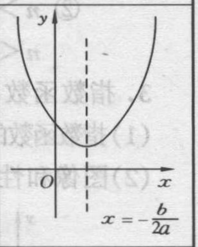
一般地,式子 $y = f(x)$ 表示 y 是自变量 x 的函数,设它的定义域为 A,值域为 C.我们从式子 $y = f(x)$ 中解出 x,得到式子 $x = \varphi(y)$,它表示 x 是自变量 y 的函数,记作 $x = f^{-1}(y)$,即 $x = \varphi(y) = f^{-1}(y)$,把式子中的 x, y 对调,得到 $y = f^{-1}(x)$.

(五)几种初等函数的图像和性质

1. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$

函数的图像和性质见下表:

焦点问答 ↓ 知识点 · 重点 · 难点 · 疑点

判别式 $\Delta=b^2-4ac$	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c$ $(a>0)$的图像			
定义域	**R**		
值　域	$y\geqslant\dfrac{4ac-b^2}{4a}$		
单调性	$x\geqslant-\dfrac{b}{2a}$时,是增函数;$x\leqslant-\dfrac{b}{2a}$时,是减函数.		
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$的根	有相异实根 $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $(x_1<x_2)$	有二相等实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	无实根
一元二次不等式的解集 $ax^2+bx+c>0$ $(a>0)$	$\{x\mid x>x_2$ 或 $x<x_1\}$	$\{x\mid x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq-\dfrac{b}{2a}\}$	**R**
一元二次不等式的解集 $ax^2+bx+c>0$ $(a<0)$	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

2. 幂函数

(1)幂函数的定义:形如 $y=x^{\alpha}$ (α 为常数)的函数叫做幂函数,中学阶段只考虑 α 为有理数 n 的情况.

(2)$y=x^n$ (n 为有理数)的图像和性质

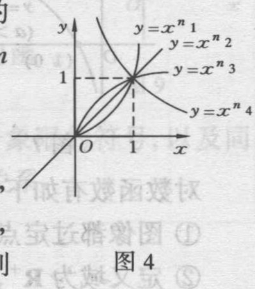


图 4

如图 4,四个函数 $y=x^{n_1}$, $y=x^{n_2}$, $y=x^{n_3}$, $y=x^{n_4}$的图像, $n_1>1$, $n_2=1$, $0<n_3<1$, $n_4<0$, 函数在其他象限的图像可由函数的奇偶性得到

(因为幂函数只要定义域允许,一定具有奇偶性).

性质:① 图像都过定点(1,1).

② $n>0$ 时,在第一象限为增函数;

$n<0$ 时,在第一象限为减函数.

3. 指数函数

(1)指数函数的定义:形如 $y=a^x$ $(a>0$ 且 $a\neq1)$的函数叫做指数函数.

(2)图像和性质

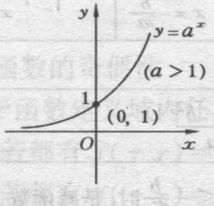


图 5

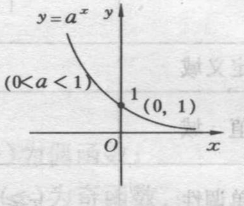


图 6

指数函数有如下性质:

① 图像都过定点(0,1).

② 定义域为 **R**,值域为 $\mathbf{R}^+$.

③ $a>1$ 时,$y=a^x$ 在 $x\in\mathbf{R}$ 时是增函数;

$0<a<1$ 时,$y=a^x$ 在$x\in\mathbf{R}$时是减函数.

4. 对数函数

(1)对数函数的定义:$y=a^x$ $(a>0$ 且 $a\neq1)$的反函数 $y=\log_a x$ $(a>0$ 且$a\neq1)$叫做对数函数.

(2)图像和性质

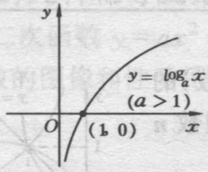


图 7

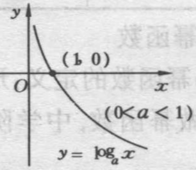


图 8

对数函数有如下性质:

① 图像都过定点(1,0).

② 定义域为 $\mathbf{R}^+$,值域为 **R**.

③ $a>1$ 时，函数 $y=\log_a x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，

$0<a<1$ 时，函数 $y=\log_a x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数.

二 三 角

(一)三角函数的有关概念

1. 角的定义

一条射线由原来的位置 OA，绕着它的端点 O 旋转到另一位置 OB 就形成一个角 α，把按顺时针方向旋转得到的角叫做负角，把按逆时针方向旋转得到的角叫做正角，没作任何旋转时叫做零角.

2. 角度制和弧度制

(1)规定周角的 $\dfrac{1}{360}$ 为 1 度的角，这种用度做单位来度量角的制度叫做角度制.

(2)等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角，这种用弧度做单位来度量角的制度叫做弧度制.

(3)角度制与弧度制的关系：$180^\circ=\pi$ 弧度.

3. 三角函数的定义

在角 α 的终边上任取一点 P(非原点)，设 $P(x,y)$，它与原点的距离 $|OP|=r=\sqrt{x^2+y^2}$，如图 9.

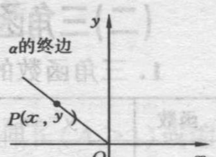


图 9

则 $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$，$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$，

$\cot\alpha=\dfrac{x}{y}$，$\sec\alpha=\dfrac{r}{x}$，$\csc\alpha=\dfrac{r}{y}$，

分别称为角 α 的正弦函数、余弦函数、正切函数、余切函数、正割函数和余割函数.

由三角函数的定义能得到三角函数值在各个象限的符号，以及同角的六个三角函数间的关系，即同角三角函数的关系.

(1)平方关系　　(2)倒数关系　　(3)商的关系

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$　　$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$　　$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\sec^2\alpha-\tan^2\alpha=1$　　$\csc\alpha\cdot\sin\alpha=1$　　$\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$\csc^2\alpha-\cot^2\alpha=1$　　$\sec\alpha\cdot\cos\alpha=1$

4. 诱导公式

公式一　$\sin(k\cdot360^\circ+\alpha)=\sin\alpha$　　$\cos(k\cdot360^\circ+\alpha)=\cos\alpha$

　　　　$\tan(k\cdot360^\circ+\alpha)=\tan\alpha$　　$\cot(k\cdot360^\circ+\alpha)=\cot\alpha$

公式二　$\sin(180^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$　　$\cos(180^\circ+\alpha)=-\cos\alpha$

　　　　$\tan(180^\circ+\alpha)=\tan\alpha$　　$\cot(180^\circ+\alpha)=\cot\alpha$

公式三　$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$　　$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$

　　　　$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$　　$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$

公式四　$\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$　　$\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$

　　　　$\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$　　$\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$

公式五　$\sin(360^\circ-\alpha)=-\sin\alpha$　　$\cos(360^\circ-\alpha)=\cos\alpha$

　　　　$\tan(360^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$　　$\cot(360^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$

5. 已知三角函数值求角

先根据已知的三角函数值确定所求的角在第几象限，再求出这个三角函数值的绝对值所对应的一个锐角，最后由诱导公式求出适合题意的角.

(二)三角函数的图像和性质

1. 三角函数的图像和性质

函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$	$y=\cot x$
图像