

高等学校“十二五”规划教材



HIGHER
DUCATION



系统仿真基础 与计算机实现

梁向阳 等编著

XITONG FANGZHEN JICHU YUJISUANJI SHIXIAN

西北工业大学出版社

系统仿真基础与计算机实现

梁向阳 等 编著

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书对系统仿真的基本概念、基本原理、基本方法给予了详细介绍，同时对计算机实现技术的基本方法进行了阐述。其主要内容包括系统仿真的基本概念和原理，仿真中的基础数学理论，计算机常用程序设计算法，系统建模与模型处理技术，典型的连续系统仿真算法以及离散系统仿真算法，社会经济系统的仿真，虚拟现实仿真以及仿真中的校核、验证和确认技术。另外，还对现代仿真技术中的面向对象技术、分布交互仿真以及常用仿真软件做了介绍。

本书内容广泛而且多为基础知识，并对计算机仿真技术在理工学科、经济学、社会学领域的应用都进行了初步的介绍，利于初次接触计算机仿真技术的学生、教师和科研人员对仿真领域知识的全面理解和学习。

本书可作为高等院校工科专业、经济学专业、社会科学专业本科生和研究生的教材，也可以供相关领域的科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

系统仿真基础与计算机实现/梁向阳等编著. —西安:西北工业大学出版社, 2011. 4
ISBN 978 - 7 - 5612 - 3049 - 7

I . ①系… II . ①梁… III . ①系统仿真 IV . ①TP391. 9

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 046456 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:陕西友盛印务有限责任公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:14. 875

字 数:359 千字

版 次:2011 年 4 月第 1 版 2011 年 4 月第 1 次印刷

定 价:30.00 元

前　　言

系统仿真技术开始于 20 世纪四五十年代，并在本世纪初得到迅猛的发展而应用于各行各业。随着计算机相关技术的发展，如集成芯片技术和网络传输速度的提高，利用计算机技术对系统进行仿真越来越受到人们的关注，并成为了一种被广泛使用的手段。

计算机仿真技术是一门利用计算机软件、网络或与实际系统连接等方法，模拟实际系统进行科学实验的技术。采用计算机技术进行仿真具有经济、安全、灵活、可靠并可多次重复使用的优势，已成为许多科学的研究和工程项目中必不可少的技术手段。它以计算机的相关技术为基础，针对不同的专业领域，采用合适的计算机仿真方法，实现对目标系统的分析、设计、实验和评估。对计算机仿真技术的掌握和运用已成为体现当前本科生、研究生专业素质能力的一个重要方面。

本书在对系统仿真的基本概念、基本原理阐述的同时，对以计算机为工具进行仿真时需要掌握的基础知识和常用方法给予了详尽的说明，突出计算机仿真知识的广度和基础性内容。全书共分 11 章。第 1 章介绍系统仿真的基本知识、概念并对典型的连续系统仿真和离散系统仿真进行了举例说明；第 2 章介绍了仿真中用到的基础数学理论，包括积分变换、线性代数、概率统计、数在计算机中的表现和计算机中的误差理论；第 3 章介绍了计算机仿真程序中用到的典型算法，包括递归、动态规划等；第 4 章介绍了连续系统建模与模型处理技术，包括相似理论、连续系统的常用数学模型和模型之间的转化；第 5 章介绍了连续系统仿真时常用的仿真算法；第 6 章全面介绍了离散系统仿真的知识；第 7 章介绍了管理与社会经济系统仿真的基本知识和常用方法；第 8 章介绍了虚拟现实仿真的知识；第 9 章介绍了仿真建模的校核、验证与确认技术的基本概念和知识；第 10 章介绍了面向对象仿真和分布交互仿真这两个较为先进的仿真技术；第 11 章介绍了仿真中常用的两个工具：MATLAB 和 OPNET。

本书由梁向阳、姚红革、赵妮、韩秀蓉、高武奇、李蓉、张璐和赵佳共同编写。其中，第 1, 2, 7 章由梁向阳编写，第 3 章由赵佳编写，第 4 章由高武奇编写，第 5 章由李蓉编写，第 6 章由张璐编写，第 8 章和第 11 章由姚红革编写，第 9 章由赵妮编写，第 10 章由韩秀蓉编写。本书由钟联炯审核。本书引用了许多国内外学者的研究成果，在此一并表示感谢。

由于水平有限，不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编著者

2010 年 10 月

目 录

第 1 章 系统仿真概论	1
1.1 仿真概述	1
1.2 仿真的基本知识	4
1.3 仿真工作流程	6
1.4 仿真举例	9
1.5 综述	13
习 题	13
第 2 章 仿真中的基础数学理论	14
2.1 积分变换理论	14
2.2 矩阵理论	20
2.3 统计与概率理论	23
2.4 数在计算机中的表示	31
2.5 误差与算法的稳定性	33
第 3 章 计算机算法设计与分析	37
3.1 计算机算法设计与分析概述	37
3.2 递归与分治策略	37
3.3 动态规划	40
3.4 贪心算法	42
3.5 回溯法	44
3.6 分支限界法	52
3.7 蒙特卡罗算法	55
习 题	61
第 4 章 系统建模与模型处理技术	62
4.1 相似原理	62
4.2 建模方法学	64
4.3 连续时间系统的数学模型	67
4.4 连续系统数学模型之间的转换	77
习 题	81

第 5 章 连续系统的仿真算法	82
5.1 求解初值问题的 Euler 法	82
5.2 梯形法	87
5.3 Runge - Kutta 法	90
5.4 线性多步法	95
5.5 稳定性分析	99
5.6 微分方程组的矩阵分析	102
5.7 仿真算法的选择与计算步长的确定	106
习 题	107
第 6 章 离散系统仿真	109
6.1 离散事件概述	109
6.2 离散事件系统与模型	110
6.3 排队系统的仿真	117
6.4 随机数和随机变量的生成	124
6.5 变换机系统的排队仿真	127
6.6 Petri 网仿真	130
6.7 库存系统的仿真	136
习 题	142
第 7 章 社会经济系统仿真方法	144
7.1 微观分析模拟模型	144
7.2 细胞自动机	150
7.3 多代理人建模	154
习 题	160
第 8 章 虚拟现实仿真	161
8.1 虚拟现实概述	161
8.2 虚拟现实的计算机技术	162
8.3 虚拟现实的建模与仿真	173
习 题	181
第 9 章 建模与仿真的校核、验证与确认技术	183
9.1 VVA 的基本概念	183
9.2 VVA 的发展进程	185
9.3 建模与仿真中的 VVA 过程	187

目 录

9.4 建模与仿真的技术方法	190
9.5 仿真系统系统可信度评估应用实例	196
习 题.....	201
第 10 章 现代仿真技术	202
10.1 面向对象的仿真.....	202
10.2 分布交互仿真.....	207
习 题.....	214
第 11 章 仿真软件	215
11.1 MATLAB 在仿真中的应用	215
11.2 OPNET 在仿真中的应用	219
习 题.....	228
参考文献.....	229

第1章 系统仿真概论

如同任何一门成熟的学科一样,由于科技的进步和社会的发展,系统仿真作为一门新兴学科,随着系统仿真的理论方法和应用技术研究的深入以及计算机技术的发展,应用数字计算机对实际系统或假想系统进行仿真的技术越来越受到人们的重视。总结和回顾系统仿真技术发展的道路,分布交互仿真、虚拟现实仿真、离散事件系统仿真、武器制导回路半实物仿真、面向对象仿真和建模与仿真的VVA技术等现代仿真技术及应用取得了引人瞩目的进展。系统仿真技术不仅在航空、航天、航海、原子能、电力等领域进一步提高了应用水平,而且逐步发展到应用于社会、经济、交通、生态系统等各个领域,已成为高科技产品从论证、设计、生产试验、训练到更新等全生命周期各个阶段不可缺少的技术手段,为研究和解决复杂系统乃至大系统问题提供了有效的工具。“网上练兵”“虚拟主持人”“虚拟制造”等诸多与仿真应用相关的新名词和术语的不断出现,也从另一个侧面表明了仿真创新技术对社会进步的影响力和创造力,仿真技术的普及使它正走向大众,走向人们的生活。本章将介绍有关系统、模型和系统仿真的概念,讲述有关仿真技术的基本知识。

1.1 仿真概述

现代的仿真技术大多和计算机技术有着密切的联系,运用计算机来进行仿真是系统科学、运筹学和计算机应用的一门综合学科,是科学的研究和解决问题的一种有效方法。计算机仿真在军事、航空、机电、冶金等工业部门以及社会经济、交通运输、生态系统等方面有着广泛的应用,已成为分析、研究和设计各种系统的重要手段。

计算机仿真的概念是从仿真的概念延伸出来的。

仿真是对真实事物的模拟,也就是用一个模型来模仿真实的事物。它是一种具体事物到另一种具体事物或抽象思维的映射。现实世界中的很多现象可以用数学概念来表示,而这些数学的字符、公式就是思维的一种反映,如图 1.1 所示为大家熟悉的胡克定律。

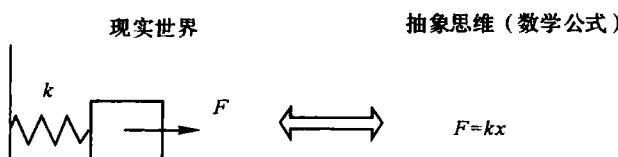


图 1.1 胡克定律

利用飞机模型做风洞实验来研究飞机在高速飞行情况下的特征,也属于仿真的范畴。这

种情况属于具体事物到具体事物的映射。

计算机仿真时用计算机对一个系统的结构和行为进行动态演示,以评价或预测一个系统的行为效果,为决策提供信息的一种方法。它是解决较复杂实际问题的一条有效途径。计算机仿真通过建立数学模型、编制计算机程序实现对真实系统的模拟,从而了解系统随时间变化的行为或特性。

计算机仿真技术是以多种学科和理论为基础,以计算机及其相应的软件为工具,通过虚拟试验的方法来分析和解决问题的一门综合性技术。

计算机仿真大致经历了模拟机仿真、模拟-数字混合机仿真和数字机仿真三个大的阶段。20世纪50年代,计算机仿真主要采用模拟机;60年代后,串行处理数字机逐渐应用到仿真之中,但难以满足航天、化工等大规模复杂系统对仿真时限的要求;到了70年代,模拟-数字混合机曾一度应用于飞行仿真、卫星仿真和核反应堆仿真等众多高技术研究领域;80年代后,由于并行处理技术的发展,数字机才最终成为计算机仿真的主流。

1.1.1 仿真举例

计算机仿真反映出新的科学技术的时代特征,它的应用为各个领域带来新气象和成果。现在,计算机仿真技术已经在各行各业中有了用武之地,其应用的领域有航空管理,公交车的调度,飞机设计,动画设计,三峡的安全、生态,道路的修建,医疗保险,国债的发行,家居装修,炼钢的温度估计,发电厂的操作训练,飞行员训练,病情灾害的检测和预报,机械制造,航空航天,交通运输,船舶工程,经济管理,工程建设,军事模拟以及医疗卫生,体育运动,等等。



图 1.2 长江三峡工程图和战斗机的设计

三峡水库总库容为393亿立方米,总装机容量为1820万千瓦,是世界上最大的水电站之一,如图1.2(a)所示。但是三峡的安全问题是一个很重要的问题,不可能等到建好后再看它的安全性,而对于它的安全性问题用计算机仿真就可以很好地解决。飞机设计中有一个重要环节是风洞试验,实际的风洞试验费用巨大,使用计算机仿真进行模拟风洞试验,使费用大大降低,如图1.2(b)所示。

除了战斗机的设计是这样,对民用客机的设计也是如此,常常采用一种叫做虚拟制造的仿真方法来进行。如图1.3(a)所示是波音公司客机虚拟制造的软件开发图,如图1.3(b)所示是对运动员训练的模拟仿真情况。

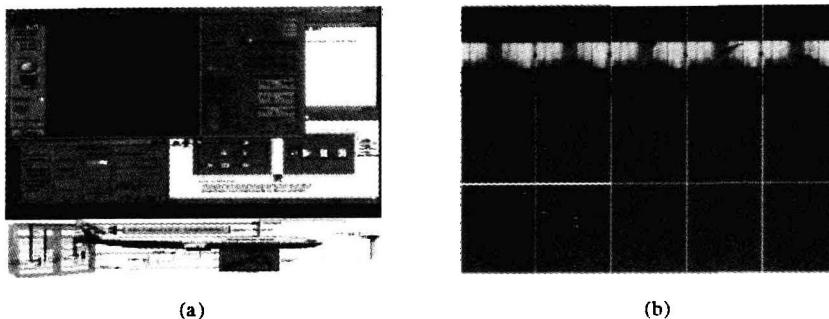


图 1.3 波音客机的虚拟制造和运动员模拟仿真

前苏联赫鲁晓夫时代鼓吹亿吨级氢弹时,美国却走提高导弹精度的道路。当时有争论,这个争论通过构造战略核武器杀伤力模型就可以得出结论,杀伤力 K 不仅仅与威力 Y 有关,而且与精度 C 有关。经过大量实验表明, K 与 Y, C 的关系为

$$K = \frac{Y^{\frac{2}{3}}}{C^2} \quad (1.1.1)$$

由此,分别将威力与精度各自提高 8 倍时,由这个模型出发,当 $Y^* = 8Y$ 时, $K^* = 4K$; 当 $C^* = C/8$ 时, $K^* = 64K$ 。这说明提高精度比提高威力对提高整体的杀伤力要合理。

1.1.2 进行仿真的理由

一般来说,人们采用计算机仿真模型而不直接利用真实系统进行分析实验的主要理由有以下几条。

(1) 直接用真实系统进行实验通常会破坏或扰乱系统的正常操作和运转。比如,对一条生产负荷饱满的制造装配线进行试验分析,需要多次停车调整有关参数,必定会扰乱该生产线的正常运转,从而造成重大经济损失。

(2) 直接用真实系统进行实验,成本一般都较高。比如,直接对一个大型的物流系统进行实验以确定其最佳系统参数,通常成本代价昂贵。相反,利用计算机模型进行模拟试验通常是比较经济合算的。在实际中,人们往往只是对分析系统某一方面的问题感兴趣,采用仿真模型可以把问题抽象地集中在感兴趣的方面,从而大大节省建模时间,提高效率。

(3) 有些实验的时间太长,或是有危险,使得直接用真实系统进行实验的做法有时根本不可能。比如,研究确定宇宙飞船的发射操作程序。又比如,为一个规划中的制造工厂设计和确定其生产设施、设备的布局。

(4) 在实际系统没有建立之前,它是对系统的行为或结果进行研究的一个行之有效的方法。例如对武器的研究,总是在进行一定的论证后才得出最后的结果,而仿真的方法已经被越来越多的国家和军队所使用,作为论证、研究、采办的手段。

(5) 当人是系统的一部分时,他的行为往往影响实验的效果。人的感觉和判断力总是不断在变换的,为了使系统更加符合真实的情况,进行有人参与的仿真往往是解决问题的最佳途径。

(6) 单次在实际的系统上实验的费用太大,而这样的实验难保每次的操作条件都相同,因而对实验结果的好坏难以评定。

1.1.3 研究问题的方法

一般来说,人们对系统研究的方法如图 1.4 所示。

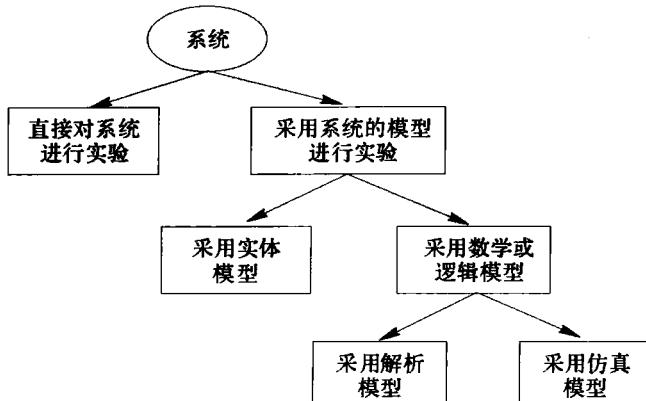


图 1.4 研究和分析系统的方法以及模型种类

从图 1.4 可以看出,用于分析系统的抽象模型可以分为两类:一类是解析模型,而另一类是仿真模型。这两种模型的基本特点如下:

(1) 解析模型又称为确定的数学模型。在解析模型中,系统的行为表现为输出变量是输入变量(包括模型参数)的确定函数,其结果是通过数学计算完全确定的解。比如一元二次方程

$$y = ax^2 + bx + c$$

就是一个简单的数学模型。由于变量 x 与 y 之间的数学(函数)关系已经确定,对于任何设定的参数组合(a, b, c)来说,只要给出自变量 x 的数值变化,就可以完全确定因变量 y 的数值变化。对于简单的系统来说,采用解析模型可以求出精确的结果;然而对于现实中的大多数系统来说,由于其复杂性,确定变量之间的函数关系是非常困难甚至是不可能的事情,除非用大量的假设来简化问题。然而增加的假设越多,模型的可信度和有效性也就越差。所以,完全采用解析模型的方法一般仅局限于简单系统的分析研究。

(2) 仿真模型也就是借以对真实系统进行数值模拟的逻辑模型,通常是一个由相关的程序和数据组成的计算机模型。它通过对模拟过程中收集的数据进行统计分析,实现对系统行为表现的评估。由于仿真模型是通过对系统的结构与功能进行模拟表述,并运用统计的方法来分析其行为变化,并不直接依赖于系统中各变量之间的确定关系(或者说函数关系),所以仿真模拟的方法适用于任何较复杂的系统。事实上,计算机仿真之所以成为一种在实际应用中流行的系统分析手段,一个主要的原因就是因为它具有分析复杂系统的能力。或者说,在相对经济的条件下,计算机仿真能够有效地分析复杂的系统,为解决复杂问题提供有力的决策支持。

1.2 仿真的基本知识

1.2.1 仿真的分类

依据不同的分类方法,可以将系统仿真进行不同的分类。

(1) 根据被研究系统的特征,可以将系统仿真分为连续系统仿真和离散事件系统仿真两大类。连续系统仿真是指对那些系统状态量随时间连续变化的系统的仿真研究,包括数据采集与处理系统的仿真。这类系统的数学模型包括连续模型(微分方程等)、离散时间模型(差分方程等)及连续-离散混合模型。

离散事件系统仿真是指对那些系统状态只在一些时间点上由于某种随机事件的驱动而发生变化的系统进行仿真试验。这类系统的状态量是由于事件的驱动而发生变化的,在两个事件之间状态量保持不变,因而是离散变化的,被称为离散事件系统。这类系统的数学模型通常用流程图或网络图来描述。

(2) 按仿真实验中所取的时间标尺 t (模型时间)与自然时间的时间标尺 T (原型时间)之间的比例关系,可以将仿真分为实时仿真和非实时仿真两大类。若 $t/T = 1$,则称为实时仿真,否则称为非实时仿真。非实时仿真又分为超实时 $t/T > 1$ 和亚(欠)实时 $t/T < 1$ 两种。

(3) 按照参与仿真的模型种类不同,将系统仿真分为物理仿真、数学仿真和物理-数学仿真(又称半物理仿真或半实物仿真)。

物理仿真又称为物理效应仿真,是指按照实际系统的性质构造系统的物理模型,并在物理模型上进行实验。物理仿真直观形象,逼真度高,但不如数学仿真方便;尽管不用采用昂贵的原型系统,但在某些情况下构造一套物理模型也需要较大的投资,且周期较长;此外,在物理模型上做试验不容易修改系统的结构和参数。

数学仿真是指首先建立系统的数学模型,并将数学模型转化成仿真计算模型,通过仿真模型的运行来达到系统运行的目的。现代数学仿真由仿真系统的软件/硬件环境、动画与图形显示、输入/输出等设备组成。数学仿真在系统分析与设计阶段是十分重要的,通过它可以检验理论设计的正确性和合理性。数学仿真具有经济性、灵活性和仿真模型的通用性等特点,今后随着并行处理技术、集成化技术、图形技术、人工智能技术和先进的交互式建模仿真的软硬件技术的发展,数学仿真必将获得飞速发展。

物理-数学仿真,又称为半实物仿真,准确的称谓是硬件(实物)在回路(Hardware in the Loop)的仿真。这种仿真将系统的一部分以数学模型描述,并把它转化为仿真计算模型;另一部分以实物(或物理模型)方式引入仿真回路。

对仿真模型的分类,在本书的第4章中将有详细的论述。

1.2.2 适应于用计算机仿真解决的问题

- (1) 难以用数学公式表示的系统,或者没有建立和求解数学模型的有效方法。
- (2) 虽然可以用解析的方法解决问题,但数学的分析与计算过于复杂,这时计算机仿真可能提供简单可行的求解方法。
- (3) 希望能在较短的时间内观察到系统发展的全过程,以估计某些参数对系统行为的影响。
- (4) 难以在实际环境中进行实验和观察时,计算机仿真是一唯一可行的方法,例如对太空飞行的研究。
- (5) 需要对系统或过程进行长期运行比较,从大量方案中寻找最优方案。

1.2.3 仿真中的常用术语

- (1) 系统。一些具有特定的功能、相互之间以一定的规律联系的物体所组成的整体称为系统。
- (2) 系统环境。影响系统而又不受该系统直接控制的全部外界因素的集合称为系统环境。
- (3) 系统边界。为了限制所研究问题涉及的范围,用系统边界把所研究的系统与影响系统的环境区分开来。
- (4) 实体。系统的组成元素称为系统的实体。
- (5) 属性。属性反映实体的某些性质。
- (6) 状态。系统的状态是指在某一个时刻实体及其属性值的集合。
- (7) 活动。导致系统状态变化的一个过程称为活动。活动反映了系统变化的规律。
- (8) 事件。活动是指一段过程,即在一段时间里发生的情况;事件是指某时刻的情况,系统发生变化的瞬时就发生了事件。
- (9) 仿真时钟。研究系统一般是为了认识其状态随时间变化的规律,故需要一个仿真的时间变量。对连续系统仿真时,常在均匀的时间点上展现其状态值,这样仿真时钟的步进是一个常数。对离散系统仿真时,当事件发生的时候,系统的状态才发生变化,才有必要展现出系统的状态。此时仿真时钟的步进根据事件发生的时刻变化。
- (10) 事件表。记录事件发生的有序的记录表称为事件表。为了使仿真程序能够如实地模拟实际系统的变化,在某些离散事件的仿真过程中,采用事件表的形式进行调度。事件表一般是一个有序的记录列,每个记录包含事件发生的时间、事件类型等内容。

1.3 仿真工作流程

1.3.1 仿真基本要素和关系

数字仿真和半实物仿真的工作流程如图 1.5 所示,该图表示了系统仿真的关系。数字仿真的三个基本要素是系统、模型和计算机。联系三要素的三项基本活动是系统建模、仿真建模和仿真实验。半实物仿真与数字仿真不同的地方是,在原来的计算机方框中增加了物理效应模型和被实验的系统实物。

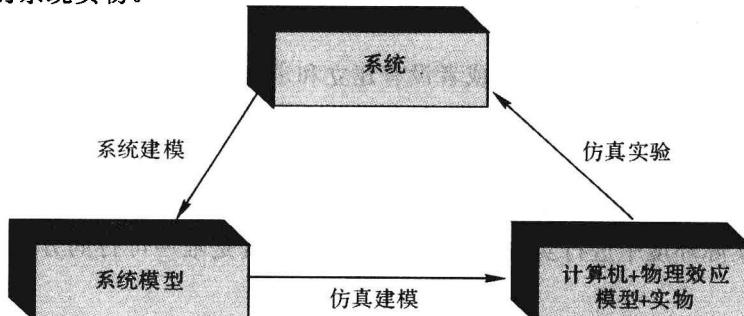


图 1.5 系统仿真的关系图

对于需要研究的对象,计算机一般是不能直接认知和处理的,这就要求建立一个既能反映所研究对象的实质,又易于被计算机处理的数学模型。

从模型这个角度出发,可以将计算机仿真的实现分为以下三个步骤。

1. 系统建模(模型的建立)

对于所研究的对象或问题,首先需要根据仿真所要达到的目的抽象出一个确定的系统,并且要给出这个系统的边界条件和约束条件。

2. 仿真建模(模型的转换)

所谓模型的转换,即是对上一步抽象出来的数学表达式通过各种适当的算法和计算机语言转换成为计算机能够处理的形式,这种形式所表现的内容,就是所谓的“仿真模型”。

3. 模型的仿真实验

将上一步得到的仿真模型载入计算机,按照预先设置的实验方案来运行仿真模型。仿真结果将作用于实际的研究对象或问题。

1.3.2 仿真的步骤

仿真的步骤,可以分为以下几步。

(1) 系统分析。明确问题和提出总体方案;把被仿真目标系统的内容表达清楚;弄清仿真目的、系统的边界;确定问题的目标函数和可控变量;找出系统的实体、属性和活动等。

(2) 模型构造。建立模型;选择合适的仿真方法;确定系统的初始状态;设计整个系统的仿真流程图;收集数据;编写程序、程序验证;模型确认。

(3) 模型的运行与改进。

运行:确定具体的运行方案,如初始条件、参数、步长、重复次数等,然后输入数据,运行程序。

改进:将得出的仿真结果与实际系统比较,进一步分析和改进模型,直到符合实际系统的要求及精度为止。

(4) 设计格式输出仿真结果。设计出结构清晰的仿真结果输出,包括提供文件的清单,记录重要的中间结果等。输出格式要有利于用户了解整个仿真过程,分析和使用仿真结果。

1.3.3 仿真过程的图解流程

图1.6表示了一个实际作战的计算机仿真的过程。首先,由实际事物,如飞机、坦克、军舰、突击队等出发,建立其数学模型。其次,由数学模型建立其计算机仿真模型,变成能够在计算机上运行的程序。这些程序分别实现了这些实际事物,表征了这些实际事物在作战仿真中的特点和性能。最后,通过一定的通信手段,如网络,将这些计算机程序连接起来,完成一个真正的交互作战仿真。

在以上的仿真过程中,还要对各个步骤的建模进行不断的修改并对最终结果进行验证,以保证整个仿真过程的准确性和结果的有效可靠。如果将这些内容加入仿真的过程中,就可以得到一个仿真实验的一般性过程,如图1.7所示。

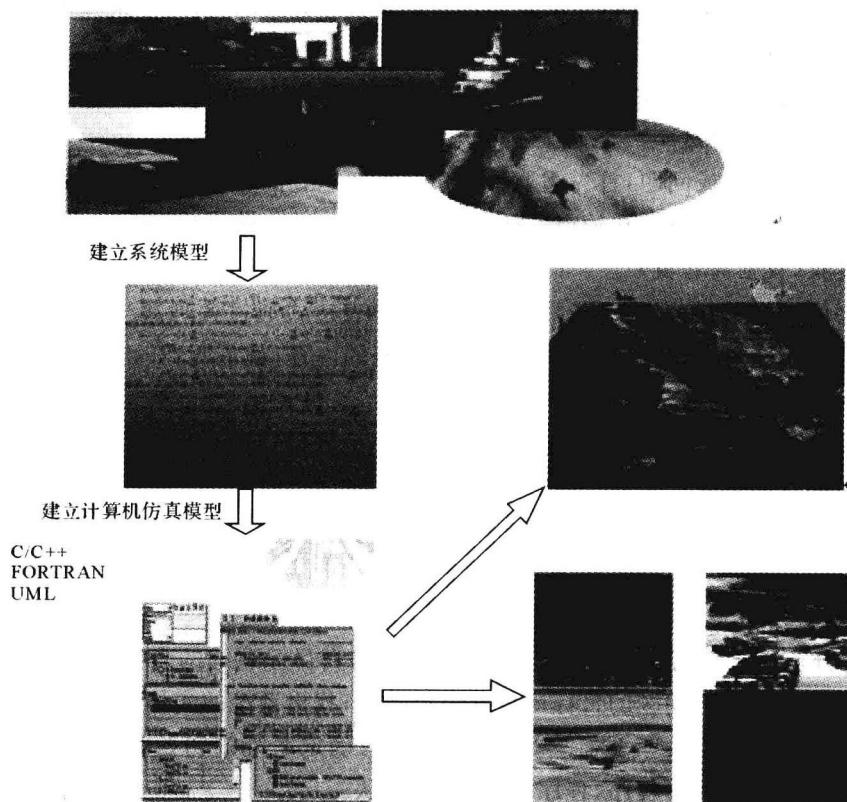


图 1.6 仿真过程的图解

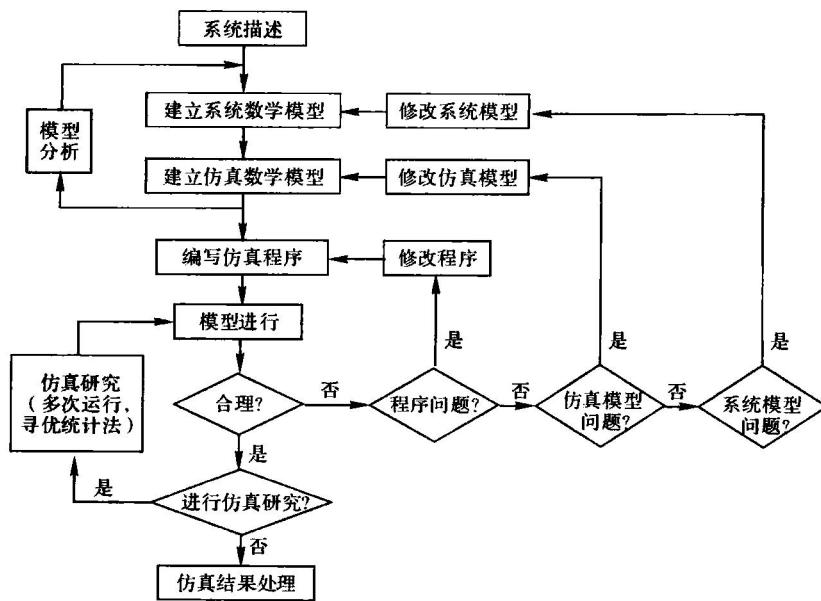


图 1.7 仿真实验的一般过程

1.4 仿真举例

1.4.1 追击问题

海关缉私艇雷达发现距 c 千米处有一艘走私船正以匀速度 a 沿直线行驶, 缉私艇立即以最大的速度 b 追赶。若用雷达进行跟踪, 保持船的瞬时速度方向始终指向走私船, 试求缉私艇追逐路线和追上的时间, 并且给出缉私艇和走私船的路线图。

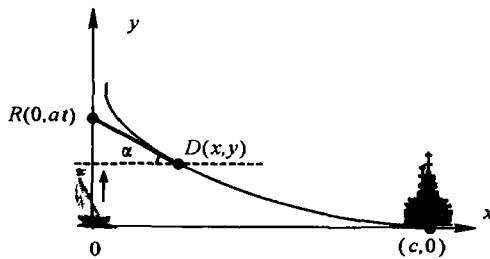


图 1.8 追击问题示意图

设缉私艇为动点 D , 走私船为动点 R 。在时刻 t , 缉私艇的位置是 $D(x, y)$, 走私船的位置是 $R(0, at)$ 。追赶方向(D 的运动方向)为 \overrightarrow{DR} 。用方向余弦表示为

$$\left. \begin{array}{l} \cos \alpha = (0 - x) / \sqrt{(0 - x)^2 + (at - y)^2} \\ \sin \alpha = (at - y) / \sqrt{(0 - x)^2 + (at - y)^2} \end{array} \right\} \quad (1.4.1)$$

取时间间隔(步长)为 Δt , 则在时刻 $t + \Delta t$, D 的位置是 $(x + \Delta x, y + \Delta y)$, 其中

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = b \Delta t \cos \alpha \\ \Delta y = b \Delta t \sin \alpha \end{array} \right\} \quad (1.4.2)$$

赋初值: 初始时刻 t_0 , 时间步长 Δt , 速度 a, b , 初始位置 c 。

然后进行以下的循环计算:

由式(1.4.2)计算动点 D 在各时刻的坐标 $D(x_k, y_k)$:

$$x_0 = c, y_0 = 0$$

$$x_{k+1} = x_k + b \Delta t \frac{-x_k}{\sqrt{x_k^2 + (at - y_k)^2}}$$

$$y_{k+1} = y_k + b \Delta t \frac{at - y_k}{\sqrt{x_k^2 + (at - y_k)^2}}$$

计算动点 R 在各时刻的坐标 $R(\tilde{x}_k, \tilde{y}_k)$:

$$\tilde{x}_k = 0, \quad \tilde{y}_k = ak \Delta t$$

仿真结束的条件: 当 D 和 R 的距离小于给定值 ϵ 时, 仿真结束。

将上述算法中求出的点 D 用直线段连接起来, 就得到追赶曲线。循环终止时间即为追赶时间。在这样的仿真中, 如果步长选取得越小, 仿真越能接近实际的情况, 所求的曲线也越精确。

表 1.1 所示为一次仿真的结果,其初始条件为 $c=100, a=20, b=50, \epsilon=0.1; \Delta t=0.001$ 。如果改变这些参数,将得到不同的结果,如迭代次数、仿真精度、仿真时间以及最后的结果等。

表 1.1 仿真结果的部分数据

缉私艇 X	缉私艇 Y	走私船 Y	两船距离
99.950000001	1.00050023008502E-5	0.02	99.950001999999
99.900000005002	3.00200132076035E-5	0.04	99.9000080009942
99.850000014011	6.00500428331211E-5	0.06	99.8500180049838
99.800000030035	0.000100100105101783	0.08	99.8000320139678
99.7500000550851	0.000150175217753202	0.1	99.7500500299473
99.7000000911752	0.000210280402345941	0.12	99.7000720549251
99.6500001403225	0.000280420684261238	0.14	99.6500980909056
99.600000204547	0.00036060109270673	0.16	99.6001281398947
99.5500002858719	0.000450826660720185	0.18	99.5501622038997
99.5000003863233	0.000551102425173237	0.2	99.5002002849295
99.4500005079304	0.000661433426775126	0.22	99.4502423849945
99.4000006527256	0.000781824710076438	0.24	99.4002885061066
99.350000822744	0.000912281323472857	0.26	99.3503386502794
99.300001020024	0.00105280831920891	0.28	99.3003928195277
⋮	⋮	⋮	⋮
0.0097020747850595	47.2760338023651	47.46	0.184221855726636
0.00732640729614527	47.3260015778997	47.48	0.154172598905392
0.00522296255549011	47.3759790671558	47.5	0.124130862888327
0.00341088868221109	47.4259650506032	47.52	0.0940967899009659

1.4.2 射击命中率的问题

在我方某前沿防守地域,敌人以一个炮排(含两门火炮)为单位对我方进行干扰和破坏。为躲避我方打击,敌方对其阵地进行了伪装并经常变换射击地点。经过长期观察发现,我方指挥所对敌方目标的指示有 50% 是准确的,而我方火力单位,在指示正确时,有 1/3 的射击效果能毁伤敌人一门火炮,有 1/6 的射击效果能全部消灭敌人。

现在希望能用某种方式把我方将要对敌人实施的 20 次打击结果显现出来,确定有效射击的比率及毁伤敌方火炮的平均值。

分析 这是一个概率问题,可以通过理论计算得到相应的概率和期望值。但这样只能给出作战行动的最终静态结果,而显示不出作战行动的动态过程。为了能显示我方 20 次射击的过程,现采用模拟的方式。

根据上面的目标,需要模拟出以下两件事。

(1) 观察所对目标的指示正确与否。模拟试验有两种结果,每一种结果出现的概率都是 1/2。因此,可以用投掷一枚硬币的方式予以确定,当硬币出现正面时为指示正确,反之为不正确。