

御製麻象考成

第三冊

御製厯象考成上編卷三

弧三角形下

斜弧三角形論

斜弧三角形邊角比例法

斜弧三角形作垂弧法

斜弧三角形用總較法

次形
法附

斜弧三角形設例八則

斜弧三角形論

弧二角之有斜弧形。猶直線三角之有銳鈍形也。但直線三角之銳鈍形。惟二種。一種三角俱銳。一種一鈍兩銳。而斜弧形則不然。或三角俱銳。或三角俱鈍。或兩銳一鈍。或兩鈍一銳。其三邊或俱大。過於九十度。或俱小。不及九十度。或兩大一小。或兩小一大。參錯成形。爲類甚多。而新法厯書所載推算之法。抑復繁雜難稽。蓋三角三邊。各有八線。但線與線之比例相當。即可相求。是故或同步一星。或同推一數。而所

用之法彼此互異。遂使學者莫知所從。茲約以三法求之。無論角之銳鈍。邊之大小。並視先所知之三件爲斷。其一。先知之三件。有相對之邊角。又有對所求之邊角。則用邊角比例法。其一。先知之三件。有相對之邊角。而無對所求之邊角。或求角而無對角之邊。或求邊而無對邊之角。則用垂弧法。其一。先知之三件。無相對之邊角。或三邊求角。或有兩邊一角。而角在所知兩邊之間。或三角求邊。或有兩角一邊。而邊在所知兩角之間。則用總較法。明此三法。則斜弧之用已備。而七政之升降出沒。經緯之縱橫交加。無不可推測而知矣。

斜弧三角形邊角比例法



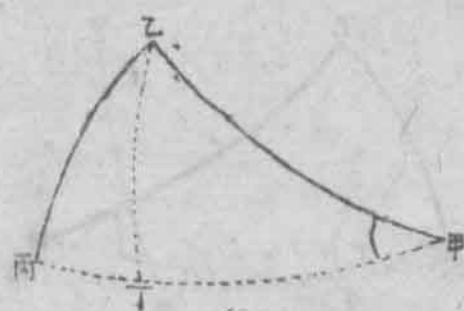
凡斜弧三角形。先知之三件。有相對之
邊角。又有對所求之邊角者。則用邊角
比例法。如甲乙丙斜弧三角形。有甲角。
有甲乙邊。有乙丙邊。而求丙角。則乙丙
爲對所知之邊。甲爲所知之角。甲乙爲
對所求之邊。乃以對所知之乙丙邊正
弦。與對所求之甲乙邊正弦之比。同於
所知之甲角正弦。與所求之丙角正弦。



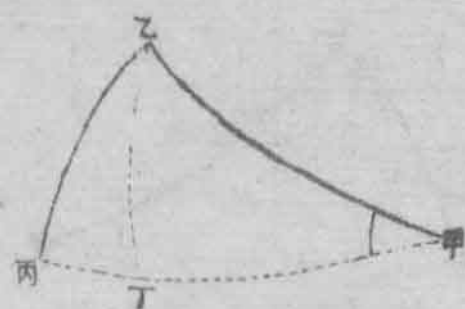
之比也。又如丁戊己斜弧三角形。有丁
 角。有己角。有丁戊邊。而求戊己邊。則己
 角爲對所知之角。丁戊爲所知之邊。丁
 爲對所求之角。乃以對所知之己角正
 弦。與對所求之丁角正弦之比。同於所
 知之丁戊邊正弦與所求之戊己邊正
 弦之比也。

斜弧三角形作垂弧法

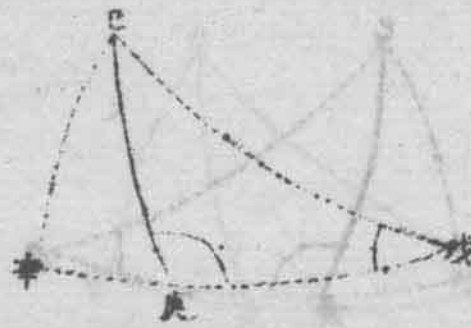
凡斜弧三角形。先知之三件。有相對之



邊角而無對所求之邊角者。則用垂弧
 法。如甲乙丙斜弧三角形。有甲角。有甲
 乙邊。有乙丙邊。而求乙角。及甲丙邊。乃
 自乙角作乙丁垂弧於形內。分爲甲乙
 丁。丙乙丁。兩正弧三角形。算之。先用甲
 乙丁形。求乙丁垂弧。甲丁分邊。及乙分
 角。蓋此形有甲角。有甲乙邊。有丁直角。
 以丁角正弦。徑即半與甲角正弦之比。同
 於甲乙邊正弦與乙丁垂弧正弦之比。



而得乙丁垂弧。以半徑與甲角餘弦之
比。同於甲乙邊正切與甲丁邊正切之
比。而得甲丁分邊。以甲乙邊正弦與甲
丁邊正弦之比。同於丁角正弦。即半徑。與
乙分角正弦之比。而得乙分角。次用丙
乙丁形。求乙分角。及丁丙分邊。蓋此形
有乙丙邊。有乙丁垂弧。有丁直角。以乙
丙邊正切與乙丁垂弧正切之比。同於
半徑與乙分角餘弦之比。而得乙分角。



以丁角正弦徑與乙分角正弦之比

同於乙丙邊正弦與丁丙邊正弦之比

而得丁丙分邊既得兩分角並之即乙

角得兩分邊並之即甲丙邊也又如戊

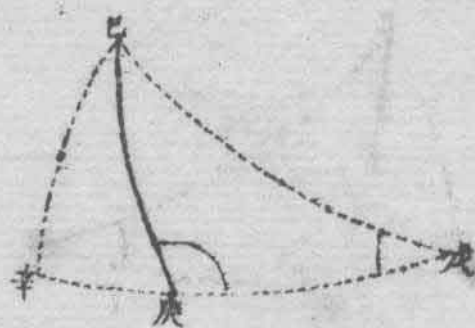
己庚斜弧三角形有戊角有庚角有己

庚邊而求戊庚邊及己角乃自己角作

己辛垂弧於形外將戊庚弧引長至辛

作戊己辛庚己辛兩正弧三角形算之

先用庚己辛形求己辛垂弧庚辛虛邊



及己虛角。蓋此形有庚外角。有己庚邊。

有辛直角。以辛角正弦

徑。即半

與庚角正

弦之比。同於己庚邊正弦與己辛垂弧

正弦之比。而得己辛垂弧。以半徑與庚

角餘弦之比。同於己庚邊正切與庚辛

虛邊正切之比。而得庚辛虛邊。以己庚

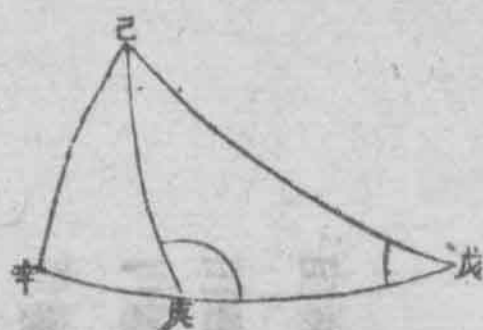
邊正弦與庚辛邊正弦之比。同於辛角

正弦

徑。即半

與己虛角正弦之比。而得己

虛角。次用戊己辛形。求戊辛總邊。及己



總角蓋此形有戊角有己辛垂弧有辛
 直角以戊角正切與半徑之比同於己
 辛垂弧正切與戊辛邊正弦之比而得
 戊辛總邊以己辛垂弧正切與戊辛邊
 正弦之比同於戊角正切與己角正切
 之比而得己總角既得戊辛總邊內減
 去庚辛虛邊即戊庚邊得己總角內減
 去己虛角即己角也

斜弧三角形用總較法

一率 中數

二率 矢較

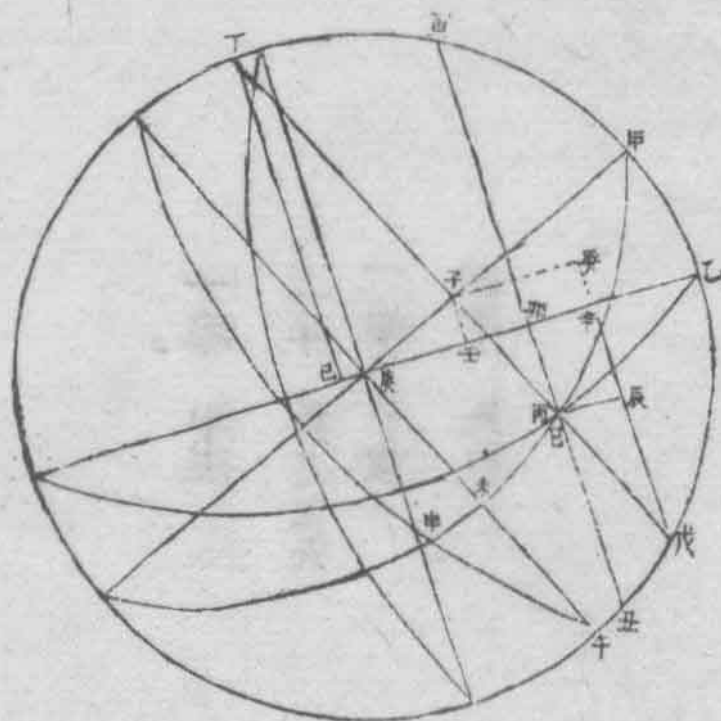
三率 半徑

四率 角之正矢

凡斜弧三角形。知三邊求角者。則用總較法。以角傍之兩邊相加爲總弧。相減爲較弧。各取其餘弦相加減。總弧較弧俱不過象限。或俱過象限。則兩餘弦相減。若一過象限。一不過象限。則兩餘弦相加。其或過二象限者。與過一象限同。過三象限者。與不過象限同。折半爲中數。又以對邊之矢與較弧之矢相減。餘



爲矢較乃以中數與矢較
爲比同於半徑與所求角
之正矢之比也如知兩邊
一角而角在兩邊之間者
以半徑與所知角之正矢
爲比同於中數與矢較之
比既得矢較與較弧之矢
相加即得對邊之矢也如
甲乙丙斜弧三角形有三



邊求甲角。則以甲角傍之

甲乙申丙。二邊相加得乙

丁。甲丙甲戊甲丁三弧同為丁戊距等圈所截。故

其度相等。為總弧。其正弦為丁

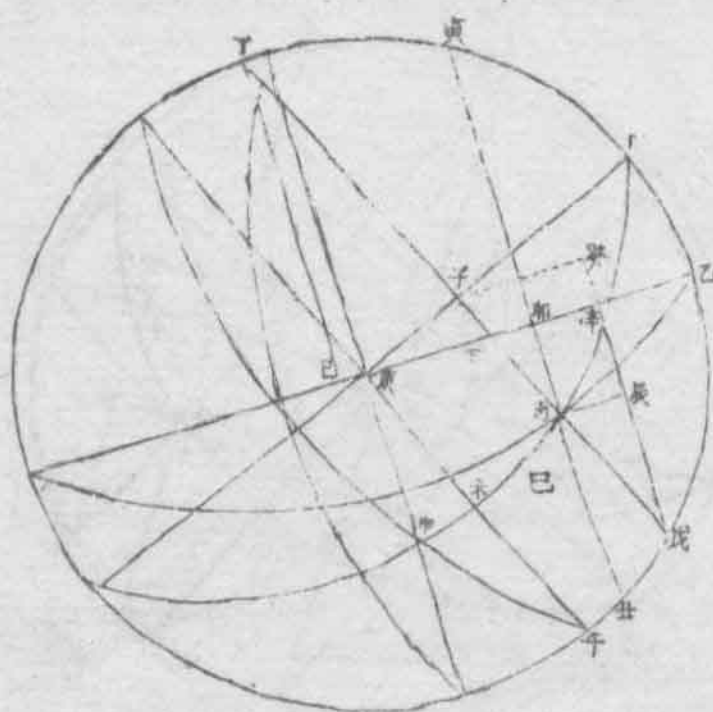
己。餘弦為己庚。甲乙與甲

丙相減。餘乙戊為較弧。其

正弦為戊辛。餘弦為辛庚

兩餘弦相加得己辛。乙丁總弧

過象限。乙戊較弧不過象限。其兩餘弦在圓心之兩



邊故。折半。得辛壬與癸子

等。爲中數乙丙對邊與乙

丑等。乙丙與乙丑兩弧同

故其度。其正弦爲丑卯餘

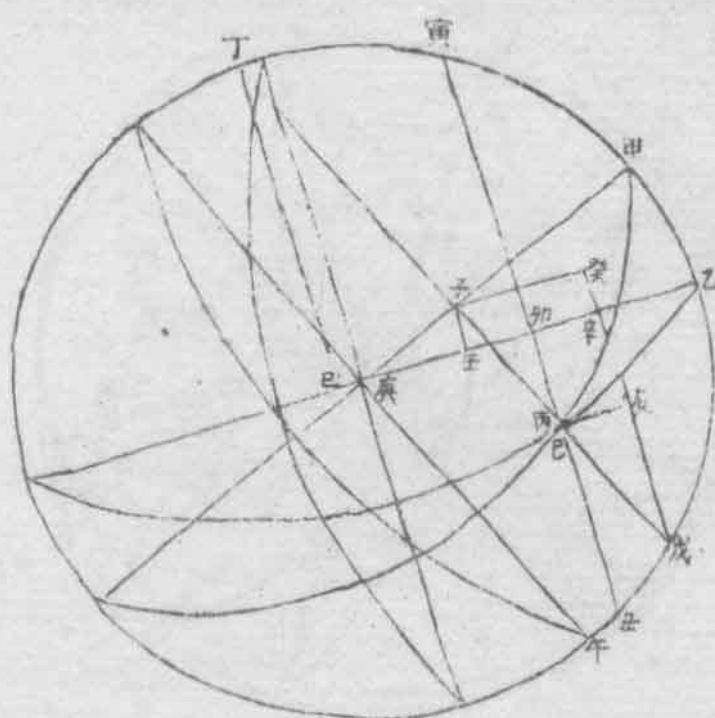
弦爲卯庚正矢爲乙卯以

乙卯與乙戊較弧之正矢

乙辛相減。餘辛卯與辰巳

等。爲矢較。戊辰巳與戊癸

子爲同式兩勾股形。故癸



子與辰巳之比同於戊子
與戌巳之比也又午庚爲
半徑戊子爲距等圈之半
徑午未與戌巳兩段同爲
甲丙申大圈所分則戊子
與戌巳之比原同於午庚
與午未之比是以中數癸
子與矢較辰巳之比卽同
於半徑午庚與甲角正矢