

基于极限理论的 再保险模型及 相关技术研究

曹玉松 著

$$q^0(x) = 1 + \frac{\eta a \psi'(x)}{b^2 \psi''(x)}$$

$$l^0(x) = \frac{r_1 - r_0 \psi'(x)}{x \sigma^2 \psi''(x)}$$



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

基于极限理论的 再保险模型及 相关技术研究

曹玉松 著

$$q^0(x) = 1 + \frac{\eta a \psi'(x)}{b^2 \psi''(x)}$$

$$l^0(x) = \frac{r_1 - r_0}{x \sigma^2} \frac{\psi'(x)}{\psi''(x)}$$



WUHAN UNIVERSITY PRESS

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

基于极限理论的再保险模型及相关技术研究/曹玉松著. —武汉: 武汉大学出版社, 2016. 5

ISBN 978-7-307-17814-4

I. 基… II. 曹… III. 再保险—研究 IV. F840.69

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 094869 号

责任编辑: 鲍 玲 责任校对: 李孟潇 整体设计: 马 佳

出版发行: **武汉大学出版社** (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件: cbs22@whu.edu.cn 网址: www.wdp.com.cn)

印刷: 虎彩印艺股份有限公司

开本: 720 × 1000 1/16 印张: 10 字数: 203 千字 插页: 1

版次: 2016 年 5 月第 1 版 2016 年 5 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-17814-4 定价: 28.00 元

版权所有, 不得翻印; 凡购我社的图书, 如有质量问题, 请与当地图书销售部门联系调换。

本书系

1. 许昌学院专著资助项目——基于极限理论的再保险模型及相关技术研究(2015119)的主要成果;
2. 河南省科技厅基础与前沿技术研究计划项目——基于跳过程和布朗运动的最优金融决策研究(132300410323)的相关成果;
3. 河南省高等学校重点科研项目资助——基于风险和投资多目标规划的再保险模型及建模方法研究(15A110041)的相关成果;
4. 2016 年度许昌市科技发展计划项目(基础与前沿)——基于相关布朗运动的最优投资及再保险策略(16-01)的相关成果。

前 言

随着现代化生产和科学技术的快速发展，财产的价值越来越高，保险人承担了前所未有的巨额风险。例如，一架大型喷气客机，仅机身就达千万美元，再加上乘客责任保险，保险金额高达几亿美元；卫星保险、核电站保险、大型海上石油钻井平台保险的保险金额则更大。同时，由于生产的扩大、财富的增加、人口的集中，一次大的自然灾害如洪水、地震、飓风或意外事故所造成的损失可达几亿、几十亿，甚至几百亿美元，这都是一家保险公司或一国保险市场的资金或财力所不能承担的，因为任何一笔巨额的赔款，都将导致一家保险公司的破产。而通过再保险，则可以将巨额的保险责任转分给几个再保险人，而再保险人再通过转分保，实现风险在全球范围内的分散。这样，一旦巨额损失发生，由于有众多的保险人承担，其损失对各保险人带来的财务冲击就小很多，因此，研究再保险的相关问题具有十分重要的科学意义和应用价值。

从大的层面来看，再保险可分为比例再保险和非比例再保险两大类。比例再保险是原保险人与再保险人按照约定比例签订再保险合同，分担责任。比例再保险又可分为成数再保险、溢额再保险以及成数和溢额混合再保险。成数再保险是原保险人在双方约定的业务范围内，将每一笔保险业务按固定的再保险比例，分为自留额和再保险额，其保险金额、保险费、赔付保险金的分摊都按同一比例计算，自动生效，不必逐笔通知，办理手续。溢额再保险是由原保险人先确定自己承保的保险限额，即自留额，当保险业务超出其自留额而产生溢额时，就将这个溢额根据再保险合同分给再保险人，再保险人根据双方约定的比例，计算每一笔分入业务的保险金额、保险费以及分摊的赔付保险金数额。

在非比例再保险中，原保险人与再保险人协商议定一个由原保险人赔付保险金的额度，在此额度以内的由原保险人自行赔付，超过该额度的，就须按协议的约定由再保险人承担其部分或全部赔付责任。非比例再保险主要有超额赔款再保险和超过赔付率再保险两种。

由于保险公司收取保费后，一般并不需要立刻提供理赔，而是在未来时间，当保险标的发生保险事故后才会理赔，因此保险公司在此期间会将剩余资本投入到风险市场和无风险市场，如货币、证券、基金等多个市场开展业务来增强经济实力，保险在各个市场的资产配置直接影响到公司的收益和风险，如何将资本进行资源分

配和利用,如何选择再保险函数的形式,如何确定自留额和分出风险,使得风险最小,效用最大,是保险公司面临的重要问题。因此,基于风险和效用的多目标规划的最优再保险和投资策略,可以为保险公司提供相应的决策支持,同时对保险公司的长远发展具有重要的意义。

目前,再保险的相关技术取得了一些研究进展,尽管近年来这方面的研究成果非常丰富,发表的论文数量非常多,但仍然有许多问题没有得到很好的解决。在再保险过程中,常见的保费计算原理有期望值原理和标准差原理,这两种保费计算原理的优点是易操作,但不能很好地反映损失的波动性,由于保险产品的周期较长,因此传统的保费定价原理不能准确地反映风险的变化过程,也不能反映保费计算原理与最优标准之间的联系,传统的保费计算原理不能对目标函数做出相应的贡献;保险人处在复杂的经济环境中,同时追求收益最大和风险最小,不能忽视其中任一目标,保险人的目标首先是降低风险,但也不能因为追求风险最小就放弃了利润目标,单一的目标研究无法全面评判保险人面临的权衡和取舍;已有的保险模型往往是单一风险保单,即使多重风险,风险之间也是独立的,然而实际情况是风险往往具有一定的相关性,如何在再保险和投资过程中,考虑多重风险,如何考虑风险的相关性,是再保险和投资过程中的一个有意义的问题;投资过程中的资本运行过程往往用布朗运动和跳-扩散过程进行刻画,简单地分成风险市场和无风险市场,现实中风险市场的分类非常多,保险公司需要将资本投入到货币、证券、基金等多个市场开展业务,多风险市场的投资收益问题也给再保险-投资模型带来了极大的困难。

本书针对再保险过程中的风险、效用、投资收益、破产概率及相关极限理论所涉及的关键技术,提出了一些创新性思路和方法,并从理论和技术的角度对其价值和实用性予以分析和验证。

本书研究基础来源于河南省科技厅基础与前沿技术研究计划项目——基于跳过程和布朗运动的最优金融决策研究(132300410323);河南省高等学校重点科研项目资助——基于风险和投资多目标规划的再保险模型及建模方法研究(15A110041);许昌学院专著资助项目——基于极限理论的再保险模型及相关技术研究(20151119)。

在本书的写作过程中,借鉴和参考了国内外同行的研究成果和有益经验,同时也引用了大量的参考文献,谨在此表示深深的敬意和感谢!

由于作者学术视野、专业水平及研究深度有限,书中难免有遗漏和错误之处。对于书中的错漏及不当之处,敬请广大读者批评、指正!

曹玉松

2016年1月

目 录

第 1 章 再保险及相关技术发展	1
1.1 研究的背景和意义	1
1.2 再保险简介	3
1.3 最优再保险准则问题研究	8
1.4 独立保单组合最优再保险的研究	9
1.5 再保险与效用函数	9
1.6 再保险与破产概率	10
1.7 再保险与投资	11
1.8 本书的主要工作	12
第 2 章 矩保费计算原理下的最优再保险	14
2.1 引言	14
2.2 最优衡量标准	14
2.3 风险测量函数性质	16
2.4 期望值保费计算原理下的最优再保险	16
2.5 标准差保费计算原理下的最优再保险	24
2.6 一种新型风险下的最优再保险	29
2.7 最优成数再保险决策模型研究	34
2.8 一般风险测量下的最优再保险	38
2.9 本章小结	44
第 3 章 哈密尔顿-雅克比-贝尔曼方程下的最优投资和再保险	46
3.1 最优投资和再保险概述	46
3.2 国内外研究现状	47
3.3 随机控制理论	49
3.4 布朗运动刻画资本过程和风险运营过程模型	50
3.5 指数效用函数	50
3.6 指数效用函数下的最优比例再保险	51

3.7 指数效用函数下的最优比例再保险主要结果	53
3.8 指数效用函数下的最优比例再保险及投资	53
3.9 本章小结	63
第4章 哈密尔顿-雅克比-贝尔曼方程下的最小破产概率	65
4.1 引言	65
4.2 破产理论的研究现状	66
4.3 最小破产概率	67
4.4 基于比例再保险的最小破产概率	67
4.5 基于比例再保险和投资的最小破产概率: 独立的布朗运动	72
4.6 相关布朗运动下的最小破产概率模型	80
4.7 本章小结	90
第5章 再保险精算问题研究	92
5.1 引言	92
5.2 投资收益下的再保险定价模型	94
5.3 投资收益下的再保险决策	98
5.4 标的资产服从几何布朗运动的期权价格风险模型	104
5.5 风险调整资本收益率下的最优再保险策略	110
5.6 基于效用函数的比例再保险临界比例研究	113
5.7 本章小结	115
第6章 NA 序列的矩精确完全收敛的相关知识	116
6.1 引言	116
6.2 有关记录次数的计数过程的矩精确完全收敛	117
6.3 完全矩收敛的 NA 序列的精确渐近性	124
6.4 本章小结	135
第7章 结语与展望	136
7.1 全书总结	136
7.2 研究展望	138
参考文献	140
后 记	154

第1章 再保险及相关技术发展

1.1 研究的背景和意义

在日益繁荣的现代社会，人们生活面临着诸多现实存在和潜在的各种风险。尽管人们无法预测或完全防范风险的发生，但可以通过购买保险来转移和分散风险。保险公司就是以承担风险、调节风险为主要业务的金融企业，其本身具有高风险特征。风险对保险公司而言，是一把双刃剑，处理得当就意味着滚滚利润；一旦失控，公司将面临陷入破产的深渊。为了能够持续盈利，为了永久生存，保险公司通过提高风险管理能力来避免灾难性的损失；同时保险公司还要承担更多的风险来拓展业务。因此，保险公司作为给他人提供保险保障的专业机构，不仅要通过各种措施减少自身的风险，同时还要增加自身的收入，提高偿付能力，这对保险公司的财务稳定和长远发展有着极其重要的意义。

保险公司减少风险的方法之一就是采取再保险，再保险的有效安排给保险公司提供了规避巨灾的良好手段。没有再保险，保险公司就不能承保超出公司赔偿能力的项目。而且，一旦发生了较大的赔偿额时，保险公司就算是倾其所有也无力赔付。这将给保险公司的生存和社会安定带来巨大的影响。保险公司有效地利用再保险，分出一部分保费，就可以联合承保一些较大的项目。

再保险(Reinsurance)也称分保，是保险个人在原保险合同的基础上，通过签订分保合同，将其所承担的部分风险和责任向其他保险人进行保险的行为。我国《保险法》(2015年修正)第二十八条指出：“保险人将其承担的保险业务，以分保形式部分转移给其他保险人的，为再保险”。习惯上，分出保险业务的保险人称为原保险人(Original Insurer)或分出保险公司(Ceding Company)，接受分保业务的保险人称为再保险人(Reinsurer)或分入保险公司(Ceded Company)。与直接保险一样，原保险人通过办理再保险将其所承保的一部分风险责任转移给再保险人，相应地也要支付一定的保险费，这种保险费称为再保费或分保费(Reinsurance Premium)。根据再保险合同，当该风险成为实际损失时，再保险人必须分担其约定承保部分的损失，即原保险人可以从再保险人那里摊回分保部分的损失赔款。再保险的产生，主要是基于保险人分散风险的需要。如果说保险是社会的稳定器，那

么再保险则是保险经营的稳定器，从而也是社会的稳定器。保险作为风险的承担者，在它直接承保的大量业务中，不可避免地会有一些巨额责任保险，特别是随着现代化生产和科学技术的高度发展，财产的价值越来越昂贵，使保险人承担了前所未有的巨额风险。例如，一架大型喷气客机，仅机身就达千万美元，再加上乘客责任保险，保险金额高达几亿美元；卫星保险、核电站保险、大型海上石油钻井平台保险的保险金额则更大。同时，由于生产的扩大、财富的增加、人口的集中，一次大的自然灾害如洪水、地震、飓风或意外事故所造成的损失可达几亿、几十亿，甚至几百亿美元，这都是一家保险公司或一国保险市场的资金或财力所不能承担得了的，因为任何一笔巨额赔款，都将导致一家保险公司的破产。而通过再保险，则可以将巨额的保险责任转分给几个再保险人，而再保险人再通过转分保，实现风险在全球范围内的分散。这样，一旦巨额损失发生，由于有众多的保险人承担，其损失对各保险人带来的财务冲击就小很多。

由于保险公司收取保费后，一般并不需要立刻提供理赔，而是在未来时间，当保险标的发生保险事故后才会理赔，因此保险公司在此期间会将剩余资本投入到风险市场和无风险市场，如货币、证券、基金等多个市场，以此开展业务，增强经济实力。保险在各个市场的资产配置直接影响到公司的收益和风险，如将资本进行资源分配和利用，选择再保险函数的形式，确定自留额和分出风险，使得风险最小，效用最大，因此基于风险和效用的最优再保险和投资策略，可以为保险公司提供相应的决策支持，同时对保险公司的长远发展具有重要的意义。

在保险实务中，竞争激烈。保险公司增加盈余的主要方法是投资，但投资是存在风险的，如资产贬值、利率风险等。再如，保险公司把过多的资金投资到风险资产上，资金的利用比例太高则资金的流动性差，不能满足索赔波动带来的赔付需要。倘若投资到不熟悉的领域、高风险领域等，还可能会造成投资项目的失败。投资风险的暴露必然会降低保险公司的投资收益，保费收入没有得到有效利用将降低保险公司的效率，总盈余也会下降。这不仅将严重威胁保险公司的盈利，而且长此以往会影响到保险公司的存亡。因此，研究最优投资问题具有很大的现实意义。保险公司选择最优的再保险方式，以及确定最优再保险额度，使自身的风险最小、利益最大是个十分重要的问题。因此，研究最优投资和最优再保险问题，可以指引保险公司是否进行投资和再保险，以及如何进行投资和再保险，帮助保险公司制定决策，减少保险公司的风险。目前，保险公司的最优投资和再保险问题已成为金融数学的研究热点问题之一。它的理论不仅丰富和发展了现代金融，而且也加强了数学分支与金融学、保险学之间的联系，对数学的发展起了推动作用。

2015年上半年，全球因自然灾害和人为灾难造成的经济损失高达370亿美元。保险业承保了近45%的损失，远高于过去10年27%的平均承保率。2015年上半

年, 约有 18000 人因各类灾害丧生, 较 2014 年上半年 4800 多人显著增加。

据悉, 2015 年 4 月和 5 月在尼泊尔接连发生的地震造成了 9000 多人死亡, 是 2015 年造成最多生命损失的自然灾害。

美国和欧洲的严冬天气和雷暴是导致今年最大保险损失的自然灾害。2015 年 2 月, 美国东北部的暴风雪造成了 18 亿美元的保险损失, 高居 2015 年以来灾害损失榜首。同时, 2015 年上半年, 人为灾难造成了 36 亿美元的保险损失。面对巨大的自然灾害, 保险公司会选择再保险进行降低风险。然而, 随着人们知识的增多和经济实力的增强, 个人和团体的保单越来越多, 因此再保险在人寿保险领域也发挥着重要作用。利用再保险, 可以把巨大的自然灾害和人为事故造成的损失在多家保险公司之间进行分担, 有的保险公司引入了巨大风险的证券化等方法, 将巨额保单的风险进一步分配到股票证券市场。

综上所述, 再保险的最大作用是分散风险和责任, 保险公司为了追求利润最大化和风险最小化, 会将承担的风险在多家保险公司甚至在国际范围内的保险公司之间进行分散, 并将保费集中起来进行风险投资和无风险投资, 以用来抵挡巨大灾害造成的经济损失。此外, 保险公司还会接受其他保险公司分配的再保险业务。再保险不但可以使得保险公司稳定经营, 还可以增大自身的业务量, 通过再保险, 可以使得保险公司的利润每年趋于均衡, 同样, 由于承担了其他公司分配来的再保险, 原保险公司可以获得相应的再保险保费, 从而降低赔付率, 这在一定程度上也增加了原保险公司的资本储备量。

同时, 再保险过程中涉及的丰富的知识、险种的制定、保费的计算、自留额的确定、风险市场的投资、无风险市场的投资、最小破产概率的控制等方面对保险人的精算水平和业务能力都有较高的要求, 因此, 如何将再保险引入到保险过程中, 购买何种形式的再保险, 如何选择再保险比例, 如何确定自留额, 如何将暂时不用的资金进行投资都是再保险过程中的需要思考的问题, 解决了这些问题, 可以使得保险公司更好地分散风险和获得更多的投资收益, 这对新险种的开发和保单的售后服务都有相应的帮助, 这些帮助可使得原保险公司获得更长远的发展和更稳定的经营。

1.2 再保险简介

1.2.1 再保险定义

再保险(Reinsurance)又称分保, 是保险人在原保险合同的基础上, 通过签订分保合同, 将其所承保的部分风险和责任向其他保险人进行保险的行为。在再保险交易中, 分出业务的公司称为原保险人(Original insurer), 接受业务的公司称为再

保险人(Reinsurer)。再保险转嫁风险责任支付的保费叫做分保费或再保险费,如果分保接受人又将其接受的业务再分给其他保险人。

1.2.2 再保险与原保险关系

再保险的基础是原保险,再保险的产生,正是基于原保险人经营中分散风险的需要。因此,原保险和再保险是相辅相成的,它们都是对风险的承担与分散。再保险是保险的进一步延续,也是保险业务的组成部分。

再保险具有两个重要特点:第一,再保险是保险人之间的一种业务经营活动;第二,再保险合同是独立合同。

1.2.3 再保险起源

同保险一样,再保险也萌芽于海上保险。早在14世纪,地中海沿岸城市相继成为海上贸易的中心,海上保险逐渐在此产生和发展起来。随着海上贸易和航运业的发展,保险人承担的风险责任越来越大,客观上产生了分散风险的需求。1370年,一位意大利海上保险人Gustav Cruciger首次将自己承保的一笔自意大利的热那亚(Genoa)到荷兰的斯卢丝(Sluis)的海上航程保险业务中风险较大的一段航程保险责任,转让给其他保险人。这可以说是再保险的雏形,其当时用拉丁文书写的协议书被视为世界上第一个再保险协议。再保险源于欧洲海上贸易,第一份再保险合同于1370年7月在意大利热内亚签订,当时的再保险仅限于海上保险。十七八世纪由于商品经济和世界贸易的发展,特别是1666年的伦敦大火,促使保险业产生了巨灾损失保障的需求,为再保险市场的发展创造了条件。

18世纪中叶以后,工业革命的兴起,工商业的繁荣与发展,促进了保险业的发展,也使再保险的内容、方式和组织形式等方面得到发展和完善。从临时再保险、合同再保险、专业再保险公司的产生、再保险业务的创新,到现在再保险市场的形成。目前,世界上主要再保险市场有伦敦、欧洲大陆、纽约和东京四大市场。再保险市场的形成和发展,便利了再保险交易,使得保险风险得以在全球范围内分散,进一步保障了保险经营的安全和稳定,同时也进一步推进了现代保险和再保险的国际化、专业化进程。

19世纪中叶,瑞士、美国、法国、德国、英国等国家相继成立了再保险公司,办理航空险、火险、水险、建筑工程险的再保险业务,形成了庞大的国际再保险市场。

20世纪末,世界各国的保险公司,无论规模大小都要将其所承担的风险责任依据大数法则及保险经营财务稳定性的需要,在整个同业中分散风险,再保险已成为保险总体中不可缺少的组成部分。

1.2.4 中国再保险市场的发展历史及趋势

从1979年国内恢复保险业务至1988年,在中国,只有中国人民保险公司一家保险公司。直至20世纪80年代末在深圳、上海两地相继成立平安和太平洋两家保险公司,才形成了再保险市场架构的雏形。

进入20世纪90年代之后,随着我国保险业的飞速发展,国内再保险市场需求的不断扩大,丧失了原来完全垄断模式的优势,各种弊端逐渐显现。新保险公司的不断设立,使中国人民保险公司独家垄断经营国内再保险市场的局面开始被打破,再保险业务的经营逐渐趋于多元化。

2003年12月19日,瑞士再保险公司北京分公司在北京成立;2004年6月6日,科隆再保险公司上海分公司获准在上海设立。据保监会官网发布的《保险统计数据报告》,2004年至2014年的十年间,我国原保险保费收入从0.43万亿元增长到2.02万亿元,年均增长率达16.7%,中国已成为全球第四大保险市场和最重要的新兴保险市场。而主流投行根据保险业“新国十条”的目标推算:2020年,我国再保险市场空间将达到3365亿元,相较2014年底将有至少2.3倍的发展空间。目前,中国再保险市场上已有四家专业再保险公司,极大地扩展了中国再保险市场的吸纳能力。

1.2.5 再保险的功能

一般地,保险人进行再保险有以下几个功能:

1. 风险控制或分散风险

分散风险是再保险最基本的职能。任何保险人的资金和承受风险的能力都是有限的。为了保持保险业务正常经营和保险人的财务稳定,避免承保的风险过于集中,对于超过原保险人自身承受能力的危险,原保险人通过再保险,在同业之间相互分散风险。这样可以把许多保险公司的承保力量集合到一起,实际上起到了联合积聚资金,扩大承受能力的作用。

2. 财务上的作用

在保险财务上的作用主要体现在四个方面:

①增加了资金使用量,优化了资源配置。

保险人要保持一部分资金用于赔付,同时又要利用资金进行投资。保险人通过购买再保险,可以“解放”一部分资本金,用于更优的途径。原保险人分保后,不仅原保险人自身的资本金要求降低了,而且总体的资本金要求也降低了。这样就使得一部分社会资源可以用于更优的途径,优化了资源配置。

② 再保险降低了保险人的经营成本。

虽然,原保险人需要支付一定的保费给再保险人,从表面上看,原保险人在支付过再保险保费后,会将一部分保费收入转移给再保险人,然而,原保险人可以承担更多的保险业务,可以与被保险人之间建立良好的合作关系,提高原保险人承担风险的能力,在一定程度上也增加了原保险人的业务量。保险人的业务量增加后,相应的管理费用、办公费用等固定支出并没有随之增加,因此在某种程度上反而降低了原保险公司的经营成本。可见,再保险虽然分出了一部分保费,如果管理得当,还是可以为原保险公司带来利润的。另外,原保险公司和再保险公司建立了良好的合作关系,原保险公司也可以承担再保险公司的再保险,实现真正意义上的双赢与合作关系。

③ 有利于原保险人维持财务稳定。

经营的稳定性是任何一个经营单位的追求目标,任何一个企业都不希望财务起伏不定,而是希望财务状况能够稳定增长,保险公司也不例外。然而由于保险公司业务的特殊性和偶然性,承担保单后,什么时候需要赔付,赔付额是多少事先都无法估计,若遇到巨额保单需要支付时,由于保险金额额度较高,若只有原保险人一家承担,往往会造成原保险公司的破产。例如,遇到台风、地震等自然灾害时,往往对保险公司来说是一个巨大的负担,对付这类风险,最有效的方法是再保险,通过再保险,原保险人会将一部分风险分散给再保险公司承担,将风险控制在自己可承担的范围内,从而减少了巨额保单对保险公司财务的冲击,因此合理的再保险可以使得原保险公司维持财务稳定,实现可持续发展。

④ 有利于原保险人经营核算,如实反映经营业绩。

保险人在经营过程中,如果遇到前面两类风险,不仅会影响保险人的财务稳定性,也不利于保险人的经营核算。这是因为发生巨灾事故前,保险人的利润平稳增长,一旦发生巨灾事故,保险人前几年积累的利润可能因此丧失殆尽。这样在保险人的收益曲线上就产生了一个缺口。而再保险后,一方面减少了巨灾对财务稳定性的影响,另一方面缩小了收益曲线上的缺口,避免了保险人利润的大起大落。有利于保险人经营核算,也能在报表中如实反映经营状况。

1.2.6 再保险类型

首先,按责任限制分类,再保险可分为比例再保险和非比例再保险。比例再保险是原保险人与再保险人,即分出人与分入人之间订立再保险合同,按照保险金额,约定比例,分担责任。对于约定比例内的保险业务,分出人有义务及时分出,分入人则有义务接受,双方都无选择权。在比例再保险中,又可分为成数再保险、溢额再保险以及成数和溢额混合再保险。成数再保险是原保险人在双方约定的业务范围内,将每一笔保险业务按固定的再保险比例,分为自留额和再保险额,其保险

金额、保险费、赔付保险金的分摊都按同一比例计算，自动生效，不必逐笔通知，办理手续。溢额再保险是由原保险人先确定自己承保的保险限额，即自留额，当保险业务超出其自留额而产生溢额时，就将这个溢额根据再保险合同分给再保险人，再保险人根据双方约定的比例，计算每一笔分入业务的保险金额、保险费以及分摊的赔付保险金数额。

在非比例再保险中，原保险人与再保险人协商议定一个由原保险人赔付保险金的额度，在此额度以内的由原保险人自行赔付，超过该额度的，就须按协议的约定由再保险人承担其部分或全部赔付责任。非比例再保险主要有超额赔款再保险和超过赔付率再保险两种。

比例再保险，是指原保险人与再保险人相互签订再保险合同，以保额为计算基础，计算比例承担保险责任的再保险方式。它有三种基本形式：① 成数再保险：它以保险金额为基础并由分出公司将其所承保的业务按照合同所订明的比例，一部分自留，另一部分分给接受人，并按这同一比例分配保费、摊付赔款。② 溢额再保险：它也是以保额为基础，由保险人与再保险人双方签订的一种固定的再保险合约。在合约规定范围内每一承保危险，首先由分出人确定一个合理的自留额，超过自留额部分统称为“额”，溢额部分按照合约规定必须自动分给再保险接受人负责。③ 成数溢额混合再保险：是成数再保险和溢额再保险结合使用的分保方式。它将二者结合在同一个合同内，自留额限度内的业务以成数再保险方式分出，超过部分以溢额方式分出，它可以弥补上述两种方式单独运用时的不足，取长补短，既解决成数再保险付出的保费过多，又达到溢额再保险项下保费的相对平衡，对于缔约双方均有利。

非比例再保险，是由原保险人同再保险人协议，以赔款为基础，计算自负额和责任额的一种再保险方式。它主要有三种形式：① 超额赔款再保险，是原保险人因同一原因发生的任何一次损失或因同一原因所导致的各次赔款的总和，超过约定的自负额时，其超出部分由接受公司负责至一定的额度。在保险实务中包括险位超额赔款再保险和事故赔款再保险。② 停止损失再保险，是指原保险人一段时间内的总损失额为理赔基础。对停止损失合同中，要规定自留额和赔偿限度。③ 最大赔款再保险，是指再保险人承担一年内金额最高的若干次索赔总额，其余事故再保险人不承担赔偿责任。在保险实务中包括累积超额再保险和赔付率超额再保险。

1.2.7 再保险保费计算原则

一般来说，标准差原则和方差原则保费计算原理是最著名的，而指数原则有最吸引人的性质，且它与破产概率理论相联系，其参数可以解释为调节系数。1995年，加拿大滑铁卢大学的 Shaun Wang 提出了一种新的保费定价原则及针对巨灾的增加限额费率方法：风险调节保费原则。前提条件是再保险人要比原保险人的风险

规避度小, 保险人要比被保险的风险规避度小, 保险人对所承担的风险中的不确定性越大的保费越高。该原则是建立在比例风险转换(PH-Transform)基础上的。之所以叫风险调节保费, 是因为它能依据不同的风险期望损失自动调整风险附加。可以用来计算以前很难确定的巨灾再保险费率厘定问题以及复合风险的停止-损失再保险的风险调整保费。由于这种保费计算原则具有良好的性质, 既可用于独立风险, 又可用于相关风险, 所以后来被研究者如 Young 和 Ana. J. Mata(1999) 等人多次引用。另外, Wang(1998) 还提出了用风险调整保费计算增加限额费率的方法, 进一步讨论了比例风险转移及风险调整保费的性质, 并通过实证对保费收取进行了研究。H. Schmidli(2001) 从再保险人的角度比较了风险调整保费计算原理和期望值保费计算原理。C. Gosio(2013) 给出了 PH 转换作为保费原则相对于标准差原则的优势。W. Cui 和 J. Yang(2013) 研究了风险的相关性及其对停止损失保费的影响, 对于二元情形, 得出共同单调导致最大的停止损失保费。W. Hurlimann(1995) 采用修正的停止损失序的 Hardy Little-Wood Majorant 方法得出了与分布无关的隐性定价附加法, M. Guerra 和 M. Centeno(2008) 从再保险角度比较了几种不同的保费计算方法, 得出结论: 除了比例再保险的保费计算原则外, 其他都在实质上与期望值原则相同, 并证明了停止-损失再保险的保费比其他都要高, 条件是它有足够的优先权。

再保险保费是保险人按照一定的计算原则需要支付给再保险人的费用, 相应地, 再保险人会根据合同约定承担相应的风险, 常见的再保险保费计算有下面几种:

- ① 纯保费计算原理: $\pi(X) = E(X)$;
- ② 期望值保费原理: $\pi(X) = (1 + \alpha)E(X)$;
- ③ 方差保费计算原理: $\pi(X) = E(X) + \alpha \text{Var}[X]$;
- ④ 标准差保费计算原理: $\pi(X) = E(X) + \alpha \sigma[X]$;
- ⑤ 指数保费计算原理: $\pi(X) = \frac{1}{\alpha} \log(m_X(\alpha))$ 。

其中, 期望值保费计算原理和标准差保费计算原理应用比较广泛。

1.3 最优再保险准则问题研究

早期的再保险研究中只考虑原保险人的利益, 而忽略了再保险人, 因为再保险属于一种合作行为, 需要考虑双方的利益, 以达到共赢。根据这一缺陷, Bulmann(1970) 综合考虑了保险人与被保险人的共同利益, 公平帕累托最优及市场均衡, 证明了 Esscher 计算原则是帕累托最优的。S. Wang 和 H. H. Panjer(1998) 证明了在零效用原则计算保费时, 风险分配满足帕累托最优分配原则。M. Guerra 和

M. Centeno (2008), Muller(1996), David C. M. Dickson (1993) 验证了在最大化期望利润、最小化方差、最小化保费、最小化破产概率、最大化调节系数等最优衡量标准下最优再保险形式为停止 - 损失再保险。Gerber H. U. (1979) 以最小破产概率为目标, 从调节系数角度研究了纯费率时最优再保险问题, 给出了最优比例再保险策略。

1.4 独立保单组合最优再保险的研究

第一个研究独立保单组合最优再保险的人是 O. Depret(1985), 他利用某保险公司一个时期内的非寿险义务数据进行实证研究, 考虑 n 个独立风险保单, 在固定的期望利润下, 以给定时期的利润波动性最小为最优目标, 得出了最优分保形式。M. L. Pesonen(1984) 在一定时期给定期望收益的水平下, 以破产概率最小为最优目标, 给出了比例再保险及非比例再保险的具体形式。以上两者的研究都属于传统风险理论的研究范畴, 因为他们只考虑个体风险之间是独立的情形, 主要原因是个体风险之间的相关性在数学处理上比较困难。

上述模型中只考虑了独立的保单组合, 实际上, 大量风险并不是独立的, 而是存在一定的相关性。近几年, 随着证券市场的发展, 组合投资理论也被引入保险组合问题的研究中。H. Panjer(2003) 对不同保单组合的优化问题进行研究, 找到了组合的有效前沿, 通过多样化保单组合来提高风险收益率。Rene Schnieper(1996) 从资产管理的角度, 利用保险公司损益表, 分析公司的最优自留水平, 以最大化公司的风险收益率为优化准则, 给出了如何通过再保险来改善公司的风险收益率, 同时使公司的自留风险方差最小。

1.5 再保险与效用函数

衡量再保险的标准很多, 最常见的是期望效用最大作为衡量标准, 期望效用函数理论(Expected Utility Theory) 是20世纪50年代, 冯·纽曼(Von Neumann) 和摩根斯坦(Morgenstern) 在公理化假设的基础上, 运用逻辑和数学工具, 建立了不确定条件下对理性人(rational actor) 选择进行分析的框架。不过, 该理论是将个体和群体合而为一的。后来, 阿罗(Arrow) 和德布鲁(Debreu) 将其吸收进瓦尔拉斯均衡的框架中, 成为处理不确定性决策问题的分析范式, 进而构筑起现代微观经济学并由此展开的包括宏观、金融、计量等在内的宏伟而又优美的理论大厦。期望效用具体表示为: $E[u(X)]$ 。

对于被保险人来说, 保险必须满足 $U(W_1 - H) \geq E(u(W_1 - X))$, 其中 W_1 是被保险人的原有财富, H 是缴纳的保费, X 是其面临的损失随机变量。此式表明了被