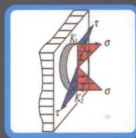
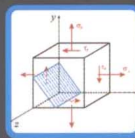
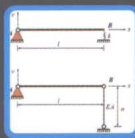




普通高等教育“十二五”机电类规划教材

精品力作



工程力学 (第二版)

梁建术 赵明洁 主 编

- 精品课程配套教材
- 采用国家最新标准
- 配套习题、答案、课件等教学资源
- 教学资源请登录华信教育资源网 (www.hxedu.com.cn) 免费获取

普通高等教育“十二五”机电类规划教材

工程力学（第二版）

梁建术 赵明洁 主编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

为适应教学改革的要求,在教育部制定的“工程力学教学基本要求”的基础上,结合编者多年来的教学经验,在原《工程力学》教材基础上编写了这本《工程力学》(第二版)教材。

本书分为刚体静力学和材料力学两篇,共12章。第一篇主要内容有静力学基本概念、力系的简化与力系的平衡共3章。以平面力系为主,兼顾特殊力系在工程中的应用。第二篇主要内容有杆件的内力、应力与变形、应力状态和强度理论、压杆稳定性、动载荷和交变应力等共9章。本书适用于中低学时(54~70学时)课程。本书精选了例题、思考题和习题,注重启发式教学,给学生留有充足的思维空间。

本书可作为高等院校各专业工程力学课程教学用书,也可供成人教育学院师生及有关工程技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学 / 梁建术, 赵明洁主编. —2版. —北京: 电子工业出版社, 2012.1

普通高等教育“十二五”机电类规划教材

ISBN 978-7-121-15575-8

I. ①工… II. ①梁… ②赵… III. ①工程力学—高等学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第268142号

策划编辑: 李洁 (lijie@phei.com.cn)

责任编辑: 李洁

印 刷: 北京京师印务有限公司
装 订:

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 14.75 字数: 378千字

印 次: 2012年1月第1次印刷

印 数: 3000册 定价: 29.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

第二版前言

本书的第一版出版后，我们听取了兄弟院校教师和读者的意见，对它进行了修改。

在第二版中，我们首先对全书的内容和文句做了必要的增删和修改，也订正了第一版中的印刷错误。其次应读者的要求增加了部分章节的课后思考题和习题，在附录 B 中备有每章习题的部分答案，以便使读者更好地理解教学内容。

本书同时配有多媒体课件，课件内容丰富、生动，补充了大量课本外的知识点及实例、实践内容。需要者可在华信教育资源网（<http://www.hxedu.com.cn>）注册后免费下载。

本版的修订工作是由梁建术老师执笔和完成的。修改的内容曾与赵明洁老师和王慧老师进行了详细地讨论。

本书虽经修改，但由于水平所限，缺点和错误在所难免，衷心地希望大家提出批评和指正。

梁建术

前 言

工程力学是理工院校的专业技术基础课，随着科学技术的发展和大量科技信息的不断扩大，在实际教学中需要讲授的内容也随之增多。而近几年的教学改革，缩减了教学学时，使得教材内容增加而授课学时压缩的现象成为目前教学中突出的矛盾。为更好地适应各学科对工程力学课程教学的需要，本书对传统的工程力学教材进行了调整与补充，更加注重基本概念的理解和实际工程的应用，希望能达到既节省授课学时而又不降低课程的基本要求的目的。

本书分为二篇共 12 章。

第一篇为刚体静力学，其主要内容为静力学基本概念、力系的简化和力系的平衡（包括摩擦问题）共 3 章，叙述上以平面力系为主，延伸空间力系的概念，兼顾特殊力系的应用。

第二篇为材料力学，其主要内容为基本概述、杆件的内力、杆件的应力和杆件的变形；应力状态理论和强度理论、压杆稳定、动载荷和交变应力。弯扭组合变形下的强度计算作为应力状态理论和强度理论的应用。此外本书还单独列出一章专门介绍如何用 Maple 软件解决工程力学问题。

本书具有如下特点：一是对传统教材的某些内容作了增删，力求达到重点突出、条理清晰、结构紧凑、叙述严谨；二是对所讨论的问题突出了工程实际背景，分析结论突出了在工程实际中的应用；三是为便于学生掌握基本概念、基本理论与基本方法，每章后面安排了“本章小结”和填空题、选择题等思考题和习题。本书注重知识更新，尽可能多地引入国内外与力学教学相关的最新素材、成果和经验，在专业术语和符号上力求规范统一。

本书由梁建术、赵明洁主编。参加编写的人员有河北科技大学梁建术（第 1、2、3、12 章），玉光普（第 8 章），王慧（第 5、10 章），蔡建军（第 11 章）；河北师范大学职业技术师范学院赵明洁（第 4、6、7、9 章）。

本书中的例题、思考题和习题广泛地选自各种版本的书籍与教材，恕不一一列出，在此谨向原书的作者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，欠妥之处在所难免，恳请同行及读者指正。

编 者

目 录

第一章 刚体静力学

第 1 章 静力学基本概念	(2)
1.1 力和力偶	(2)
1.1.1 力的概念	(2)
1.1.2 力对点之矩	(4)
1.1.3 力偶及力偶矩	(6)
1.1.4 力偶系的合成	(8)
1.2 静力学基本公理	(8)
1.3 约束和约束力	(11)
1.3.1 柔索约束	(11)
1.3.2 刚性约束	(12)
1.4 受力分析和受力图	(14)
本章小结	(16)
思考题	(18)
习题	(19)
第 2 章 力系的简化	(23)
2.1 力的平移定理	(23)
2.2 平面任意力系的简化	(24)
2.3 简化结果分析·合力矩定理	(26)
2.4 平行力系的中心·重心	(27)
2.4.1 平行力系的中心	(27)
2.4.2 物体的重心、质心和形心	(29)
本章小结	(32)
思考题	(33)
习题	(36)
第 3 章 力系的平衡	(38)
3.1 平面力系的平衡	(38)
3.1.1 平面任意力系的平衡条件及平衡方程	(38)
3.1.2 平面特殊力系的平衡方程	(40)
3.1.3 空间任意力系的平衡方程	(42)
3.2 物体系统的平衡·静定与静不定	(44)
3.2.1 物体系统的平衡问题	(44)
3.2.2 静定与静不定的概念	(47)
3.3 考虑摩擦的平衡问题	(48)
3.3.1 滑动摩擦	(48)
3.3.2 摩擦角与自锁现象	(50)



3.3.3 考虑摩擦的平衡问题	(51)
本章小结	(54)
思考题	(55)
习题	(58)

第 2 章 材料力学

第 4 章 材料力学的基本概述	(63)
4.1 变形固体的基本假设	(63)
4.1.1 均匀连续性假设	(63)
4.1.2 各向同性假设	(63)
4.2 外力及其分类	(63)
4.3 内力及其截面法	(64)
4.3.1 内力	(64)
4.3.2 截面法	(64)
4.4 应力与应变	(65)
4.4.1 应力的概念	(65)
4.4.2 应变的概念	(65)
4.5 材料力学的研究对象·杆件变形的基本形式	(66)
4.5.1 轴向拉伸或压缩变形	(66)
4.5.2 剪切变形	(67)
4.5.3 扭转变形	(67)
4.5.4 弯曲变形	(67)
4.5.5 组合变形	(68)
第 5 章 杆件的内力	(69)
5.1 杆件轴向拉伸(压缩)时的内力·轴力图	(69)
5.1.1 受力特点	(69)
5.1.2 内力·轴力	(69)
5.1.3 轴力图	(70)
5.2 杆件扭转时的内力·扭矩图	(71)
5.2.1 杆件扭转变形的受力特点	(71)
5.2.2 内力·扭矩	(71)
5.3 杆件弯曲时的内力·切力图和弯矩图	(73)
5.3.1 杆件弯曲变形的受力特点	(73)
5.3.2 内力·切力和弯矩	(74)
5.3.3 切力图和弯矩图	(75)
5.4 切力、弯矩和载荷集度之间的微分关系	(79)
5.4.1 切力、弯矩和载荷集度之间的微分关系	(79)
5.4.2 利用微分关系画切力图及弯矩图	(80)
本章小结	(82)
思考题	(83)

习题	(85)
第6章 杆件的应力分析·强度设计	(87)
6.1 轴向拉伸(压缩)杆的正应力	(87)
6.1.1 拉(压)杆横截面上的正应力	(87)
6.1.2 拉(压)杆斜截面上的应力	(88)
6.2 材料在轴向拉伸或压缩时的力学性能	(89)
6.2.1 低碳钢的拉伸试验	(89)
6.2.2 其他塑性材料在拉伸时的力学性能	(92)
6.2.3 金属材料在压缩时的力学性能	(92)
6.2.4 安全系数和许用应力	(93)
6.3 拉(压)杆的强度设计	(94)
6.4 连接件的强度问题	(96)
6.4.1 剪切的实用计算	(96)
6.4.2 挤压的实用计算	(97)
6.5 受扭圆轴横截面上的切应力	(99)
6.5.1 切应力的计算	(99)
6.5.2 极惯性矩和抗扭截面系数的计算	(102)
6.6 圆轴扭转时的强度设计	(103)
6.7 梁弯曲变形时横截面上的应力	(105)
6.7.1 纯弯曲时的正应力	(106)
6.7.2 惯性矩	(108)
6.8 弯曲变形的强度设计	(112)
6.9 弯曲时的切应力	(115)
6.9.1 矩形截面梁的切应力	(115)
6.9.2 圆形截面梁的切应力	(116)
6.9.3 切应力强度条件	(116)
本章小结	(116)
思考题	(119)
习题	(120)
第7章 杆件的变形分析·刚度设计	(126)
7.1 轴向拉伸(压缩)杆的变形	(126)
7.1.1 拉(压)杆的变形和应变	(126)
7.1.2 胡克定律	(127)
7.2 受扭圆轴的变形与刚度设计	(128)
7.2.1 圆轴扭转时的变形	(128)
7.2.2 刚度设计	(129)
7.3 弯曲变形梁的变形与刚度设计	(130)
7.3.1 挠度和转角	(130)
7.3.2 挠曲线近似微分方程	(131)
7.3.3 积分法求梁的变形	(132)

7.3.4	叠加法求梁的变形	(134)
7.3.5	梁的刚度设计	(137)
7.4	提高梁弯曲强度和刚度的一些措施	(137)
7.4.1	合理安排梁的载荷	(138)
7.4.2	合理布置支座、减小跨度	(138)
7.4.3	合理选择截面的形状	(139)
7.4.4	采用等强度梁	(139)
	本章小结	(140)
	思考题	(141)
	习题	(143)
第8章	应力状态和强度理论	(147)
8.1	应力状态的概念	(147)
8.1.1	一点应力状态的概念	(147)
8.1.2	研究一点应力状态的目的	(147)
8.1.3	研究方法	(148)
8.1.4	主单元体、主平面和主应力	(148)
8.1.5	应力状态的分类	(148)
8.2	二向应力状态分析的解析法	(149)
8.2.1	斜截面上的应力	(149)
8.2.2	主应力与主平面	(150)
8.2.3	极值切应力	(151)
8.3	二向应力状态分析的图解法	(152)
8.3.1	应力圆	(152)
8.3.2	应力圆的一般画法	(153)
8.3.3	用应力圆求斜截面上的应力	(153)
8.3.4	用应力圆求主应力大小和主平面位置	(154)
8.4	三向应力状态分析简介	(154)
8.5	广义胡克定律	(155)
8.6	工程设计中常用的强度理论	(156)
8.6.1	最大拉应力理论(第一强度理论)	(157)
8.6.2	最大拉应变理论(第二强度理论)	(157)
8.6.3	最大切应力理论(第三强度理论)	(158)
8.6.4	形状改变比能理论(第四强度理论)	(158)
	本章小结	(161)
	思考题	(162)
	习题	(163)
第9章	组合变形的强度设计	(166)
9.1	拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	(166)
9.2	扭转与弯曲的组合变形	(168)

本章小结	(170)
思考题	(171)
习题	(173)
第 10 章 压杆稳定性	(176)
10.1 压杆稳定性的概念	(176)
10.2 细长压杆的临界载荷·欧拉公式	(177)
10.2.1 两端铰支细长压杆的临界载荷	(177)
10.2.2 其他约束情况下细长压杆的临界载荷	(179)
10.3 临界应力·临界应力总图	(180)
10.3.1 临界应力	(180)
10.3.2 临界应力总图	(182)
10.4 压杆稳定性的计算·提高压杆稳定性的措施	(184)
10.4.1 压杆稳定性的计算	(184)
10.4.2 提高压杆稳定性的措施	(185)
本章小结	(185)
思考题	(186)
习题	(187)
第 11 章 动载荷·交变应力	(190)
11.1 动载荷概述	(190)
11.2 构件作变速运动时的应力	(190)
11.2.1 构件在等加速直线运动时的动应力计算	(190)
11.2.2 构件匀速转动时的动应力计算	(192)
11.3 杆件受冲击时的应力和变形	(193)
11.3.1 动荷因数的确定	(193)
11.3.2 提高杆件抗冲击能力的措施	(196)
11.4 交变应力简介	(197)
11.4.1 交变应力的概念	(197)
11.4.2 交变应力作用下的疲劳破坏	(197)
11.4.3 交变应力的循环特征	(198)
11.4.4 材料的持久极限	(198)
11.4.5 疲劳强度条件	(199)
本章小结	(199)
思考题	(200)
习题	(201)
第 12 章 Maple 在工程力学中的应用	(203)
12.1 Maple 系统简介	(203)
12.2 算例	(203)
附录 A 型钢规格表	(210)
附录 B 习题部分答案	(221)
参考文献	(226)

第一篇

刚体静力学

引言

静力学是研究作用于物体上力系平衡规律的科学。所谓力系，是指作用于物体上的一群力。平衡是指物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动的状态。

静力学中所指的物体都是刚体，故静力学又称为刚体静力学。刚体是指在力作用下不变形的物体。实际上，任何物体受力后或多或少都会发生变形，但是许多物体（如工程结构构件，机器零件）的变形十分微小，对静力学所研究的问题而言，略去变形不会对研究的结果产生显著的影响，且简化了问题的复杂程度。因此，可以将实际物体抽象为刚体，这不仅是合理的，也是必要的。

在静力学中，主要研究以下三个问题。

1. 物体的受力分析

分析某个物体共受几个力，以及每个力的作用位置和方向。

2. 力系的简化

将作用在物体上的一个力系用另一个与之等效的力系来代替，这两个力系互为等效力系。如果用一个简单力系等效地替换一个复杂力系，则称为力系的简化。如果一个力与一个力系等效，则称该力为力系的合力。

3. 建立各种力系的平衡条件

物体平衡时作用在物体上的力系所满足的条件，称为力系的平衡条件。满足平衡条件的力系称为平衡力系。力系平衡条件是工程结构设计、机械零部件设计的基础。

第 1 章 静力学基本概念

本章将介绍静力学的一些基本概念和刚体静力学基本公理，以及工程中常见的约束和约束力。最后，介绍物体受力分析的基本方法。

1.1 力和力偶

1.1.1 力的概念

1. 力的定义

力是人们在长期的日常生活和生产实践中，从感性到理性逐步抽象而得到的一个科学概念：力是物体间相互的机械作用。这种作用使物体的机械运动状态发生变化，同时使物体的形状发生改变。前者称为运动效应（或外效应），后者称为变形效应（或内效应）。

实践表明，力对物体的作用效应取决于三个要素：大小、方向和作用点。力的三要素中的任何一个若有改变，则力对物体的作用效应也将随之改变。

力的三要素可用一个矢量来表示，如图 1.1 所示。矢量长度按一定的比例表示力的大小；矢量方向为力的作用线；矢量的起始端（或末端）表示力的作用点。本书用黑斜体字母表示矢量。例如， $\boldsymbol{F}$ 表示力矢量，而用普通字母 F 表示力的大小。在国际单位制中，力的单位是牛顿（N）或千牛顿（kN）。

2. 力在平面直角坐标轴上的投影与力的解析表达式

设力 $\boldsymbol{F}$ 作用于 A 点，如图 1.2 所示。在力 $\boldsymbol{F}$ 作用线所在平面内任取笛卡儿坐标系 Oxy 。从力 $\boldsymbol{F}$ 的两端 A 、 B 向坐标 x 轴作垂线，在 x 轴上所截得的线段 ab 并加上适当的正、负号称为 $\boldsymbol{F}$ 在 x 轴上的投影，用 X 表示。并且规定：当从力的始端的投影 a 到末端的投影 b 的方向与 x 轴的方向一致时，力的投影取正值，反之，取负值。因此，力的投影是代数量。力 $\boldsymbol{F}$ 在 y 轴上的投影用 Y 表示。

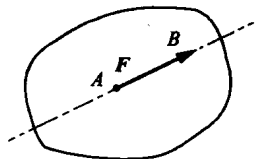


图 1.1

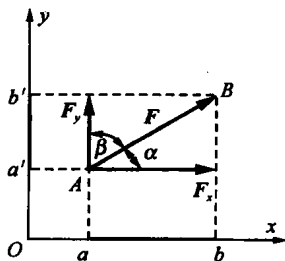


图 1.2

若已知力 F 与 x 、 y 轴的夹角为 α 、 β ，则 F 在 x 、 y 轴上的投影为

$$\begin{cases} X = F \cos \alpha \\ Y = F \cos \beta = F \sin \alpha \end{cases} \quad (1.1)$$

即力在某坐标轴上的投影，等于力的大小乘以力与投影轴正向间夹角的余弦。

反之，若已知力 F 在坐标轴上的投影 X 、 Y ，则该力的大小与方向余弦分别为

$$\begin{cases} F = \sqrt{X^2 + Y^2} \\ \cos \alpha = \frac{X}{F}, \cos \beta = \frac{Y}{F} \end{cases} \quad (1.2)$$

由图 1.2 可知，力 F 沿正交轴 Ox 、 Oy 可分解为两个分力 F_x 和 F_y 。分力与投影之间有下列关系：

$$F_x = Xi, F_y = Yj$$

由此，力的解析表达式为

$$F = Xi + Yj \quad (1.3)$$

式中， i 、 j 分别为 x 、 y 轴的单位矢量。

3. 力在空间直角坐标轴上的投影

若已知力 F 与 x 轴、 y 轴和 z 轴正向的夹角，如图 1.3 所示，并依次记为 α 、 β 和 γ 。根据力在轴上投影的概念，不难写出力 F 在空间笛卡儿坐标轴上投影的计算公式为

$$\begin{cases} X = F \cos \alpha \\ Y = F \cos \beta \\ Z = F \cos \gamma \end{cases} \quad (1.4)$$

这种求力在坐标轴上投影的方法称为直接投影法或一次投影法。

若已知角 γ 和 φ 如图 1.4 所示，则先将力 F 投影在 Oxy 平面和 z 轴上，然后将 Oxy 平面上的投影 F_{xy} 再投影到 x 、 y 轴上，即

$$\begin{cases} X = F \sin \gamma \cos \varphi \\ Y = F \sin \gamma \sin \varphi \\ Z = F \cos \gamma \end{cases} \quad (1.5)$$

式 (1.5) 的投影方法称为二次投影法。

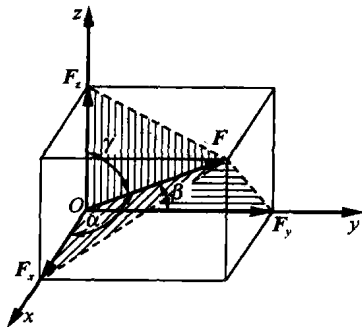


图 1.3

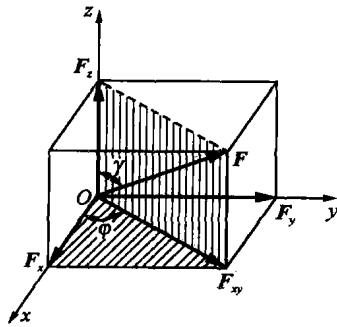


图 1.4

利用力在坐标轴上的投影可写出其解析表达式为

$$F = Xi + Yj + Zk \quad (1.6)$$

式中, i 、 j 、 k 分别为 x 、 y 和 z 轴的单位矢量。

力 F 的大小与方向余弦分别为

$$\begin{cases} F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \\ \cos \alpha = \frac{X}{F}, \cos \beta = \frac{Y}{F}, \cos \gamma = \frac{Z}{F} \end{cases} \quad (1.7)$$

1.1.2 力对点之矩

力对刚体的作用效果使刚体的运动状态发生改变 (包括移动和转动), 其中力对刚体的移动效应可用力矢来度量; 而力对刚体的转动效应可用力对点的矩 (简称力矩) 来度量, 即力矩是度量力对刚体转动效应的物理量。

如图 1.5 所示, 在力 F 作用平面内任取一点 O , 点 O 称为矩心, 点 O 到力 F 的作用线的垂直距离 d 称为力臂。力矩对物体的转动效应, 不仅与力的大小有关, 而且与力臂及转向有关, 因此, 力对作用平面内任一点的力矩定义如下。

力对点之矩是一个代数量, 它的大小等于力的大小与力臂的乘积。它的正负按以下方法确定: 力使物体绕矩心逆时针转动为正, 反之为负。

用 $M_O(F)$ 表示力 F 对 O 点之矩, 记为

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1.8)$$

力矩的单位是牛·米 ($N \cdot m$) 或千牛·米 ($kN \cdot m$)。

对于空间的力对点之矩有如下定义: 力的作用点 A 相对于 O 点的矢径 r 和力矢 F 的叉积定义为力对点 O (矩心) 的力矩, 用 $M_O(F)$ 表示, 如图 1.6 所示, 即

$$\begin{aligned} M_O(F) = r \times F &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ X & Y & Z \end{vmatrix} \\ &= (yZ - zY)i + (zX - xZ)j + (xY - yX)k \end{aligned} \quad (1.9)$$

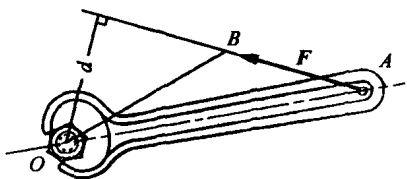


图 1.5

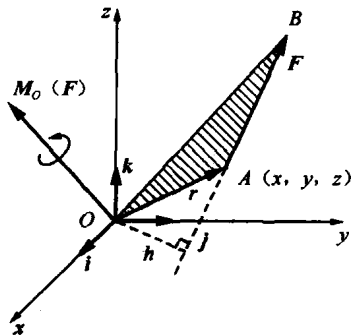


图 1.6

由于 $M_O(F)$ 也是矢量, 参照力在坐标轴上投影的定义, $M_{Ox}(F)$ 、 $M_{Oy}(F)$ 、 $M_{Oz}(F)$ 为 $M_O(F)$ 在三个坐标轴上的投影, 且有

$$\begin{cases} M_{Ox}(F) = yZ - zY \\ M_{Oy}(F) = zX - xZ \\ M_{Oz}(F) = xY - yX \end{cases} \quad (1.10)$$

工程中经常遇到刚体绕定轴转动的情形, 为了度量力对绕定轴转动刚体的作用效果, 必须了解力对轴之矩的概念。

如图 1.7 (a) 所示, 门上作用一力 F , 使其绕固定轴 z 轴转动。现将力 F 分解为平行于 z 轴的分力 F_z 和垂直于 z 轴的分力 F_{xy} (此力即为力 F 在垂直于 z 轴的 Oxy 平面上的投影)。由经验可知, 分力 F_z 不能使门绕 z 轴转动, 故 F_z 对 z 轴的矩为零; 只有分力 F_{xy} 才能使门绕 z 轴转动。现用符号 $M_z(F)$ 表示力 F 对 z 轴之矩, 点 O 为 Oxy 平面与 z 轴的交点, h 为点 O 到力 F_{xy} 作用线的距离。因此, 力 F 对 z 轴之矩就是分力 F_{xy} 对点 O 之矩, 即

$$M_z(F) = M_O(F_{xy}) = \pm F_{xy}h$$

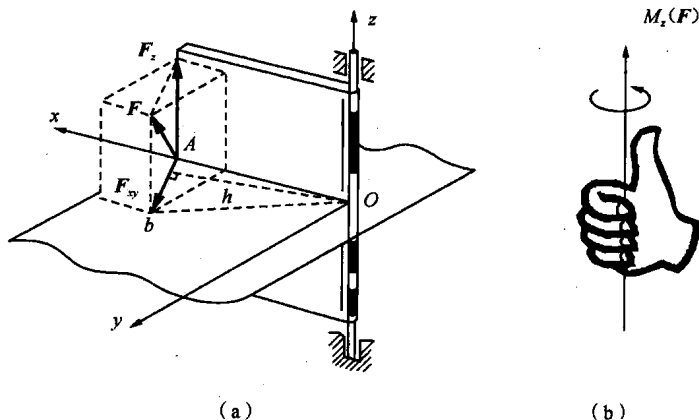


图 1.7

力对轴之矩是力使刚体绕该轴转动效果的度量, 是一代数量, 其绝对值等于该力在垂直于该轴的平面上的投影对这个平面与该轴交点之矩的大小。其正负号规定如下: 从 z 轴正端来看, 若力的这个投影使物体绕轴按逆时针方向转动, 则取正号, 反之取负号。也可按右手螺旋规则来确定其正负号, 如图 1.7 (b) 所示, 大拇指指向与 z 轴一致的方向为正, 反之为负。

力对轴之矩等于零的情形: ① 当力与轴相交时 (此时 $h=0$); ② 当力与轴平行时 (此时 $F_{xy}=0$)。这两种情形可以综合为: 当力与轴在同一平面时, 力对该轴的矩等于零。

力对轴之矩也可用解析式表示, 设力 F 在三个坐标轴上的投影分别为 X 、 Y 、 Z , 力作用点 A 的坐标为 x 、 y 、 z , 根据力对轴之矩的定义, 有

$$\begin{cases} M_x(F) = yZ - zY \\ M_y(F) = zX - xZ \\ M_z(F) = xY - yX \end{cases} \quad (1.11)$$

式 (1.11) 是计算力对轴之矩的解析式, 与式 (1.10) 比较, 可得到力对点之矩与力对轴之矩的关系: 力对任意一点之矩在通过该点的任意一轴上的投影等于力对该轴之矩。

【例 1.1】手柄 $ABCE$ 在 Axy 平面内, 在 D 处作用一个力 F , 如图 1.8 所示, 它在垂直于 y 轴的平面内。偏离铅垂线的角度为 θ 。如果 $CD=a$, 杆 BC 平行于 x 轴, 杆 CE 平行于 y 轴, AB 和 BC 的长度都等于 l 。试求力 F 对 x 、 y 、 z 轴之矩。

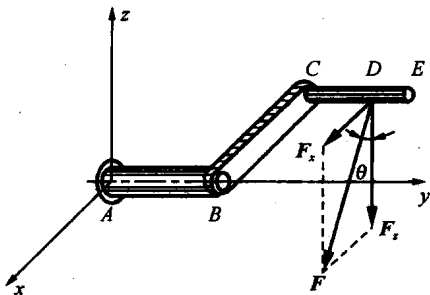


图 1.8

解: (1) 力的投影。

力 F 在 x 、 y 、 z 轴上的投影为

$$X=F \sin \theta, Y=0, Z=-F \cos \theta$$

(2) 力对轴之矩。

力作用点 D 的坐标为

$$x=-l, y=l+a, z=0$$

按式 (1.11) 计算, 得

$$\begin{cases} M_x(F)=yZ-zY=-F(l+a)\cos\alpha \\ M_y(F)=zX-xZ=-Fl\sin\alpha \\ M_z(F)=xY-yX=-F(l+a)\sin\alpha \end{cases}$$

1.1.3 力偶及力偶矩

由大小相等, 方向相反且相互平行的一对力组成的力系称为力偶, 如图 1.9 (d) 所示。用符号 (F, F') 表示。两力作用线所决定的平面称为力偶作用平面, 两力作用线之间的垂直距离称为力偶臂, 用 d 表示。

工程中力偶的实例是很多的, 如图 1.9 (a) ~ (c) 所示的丝锥扳手上的两个力 F, F' ; 驾驶汽车时, 汽车转向盘上的两个力 F, F' ; 拧水龙头时人手作用在开关上的两个力 F, F' 。若它们大小相等、方向相反、作用线相互平行, 则 F, F' 组成一个力偶。

力偶是个特殊的力系, 力偶中的每个力仍具有一般力的性质, 但是作为一个整体考虑它们对于刚体的作用时, 则出现了与单个力 F 不同的性质, 现说明如下。

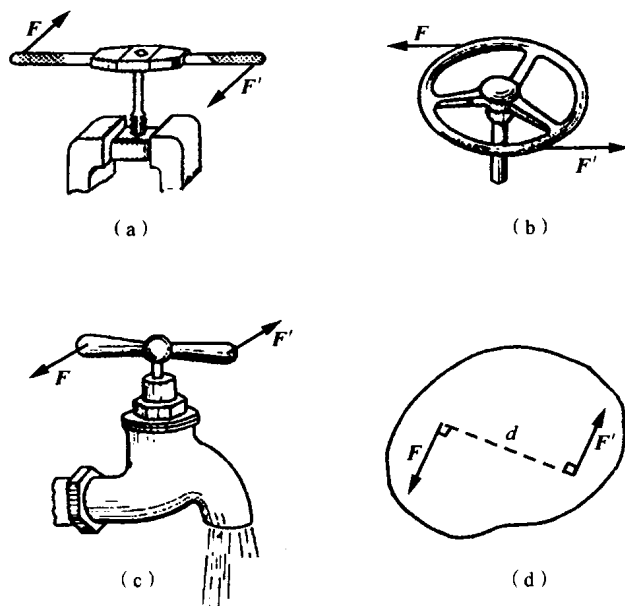


图 1.9

(1) 力偶不能合成为一个力，也不能用一个力来平衡。因此，力和力偶是静力学中两个基本的力学量。

(2) 力偶只能改变物体的转动状态。因此，力偶对物体的转动效应，可用力偶矩来度量。平面力偶中力的大小与力偶臂的乘积，并加上适当的正负号所得的代数量，称为力偶矩。它的正负号规定与力矩相同，即逆时针为正，顺时针为负。力偶表示为

$$M(F, F') = \pm Fd \quad (1.12)$$

力偶矩的单位是牛·米 ($\text{N} \cdot \text{m}$) 或千牛·米 ($\text{kN} \cdot \text{m}$)。

(3) 力偶对其作用平面内任一点的力矩等于该力偶的力偶矩，与矩心无关。

(4) 作用在同一平面内的两个力偶，若其力偶矩相同（包括大小和转向），则该两力偶彼此等效，这就是平面力偶的等效定理。

这一定理给出了在同一平面内力偶的等效条件，因此可得以下性质：

- 力偶可以在其作用平面内任意移转，而不影响它对刚体的效应。因此，力偶对刚体的作用效应与力偶在作用面内的位置无关。
- 只要保持力偶矩不变（包括大小和转向），可任意改变力偶中力的大小和相应地改变力偶臂的长短，而不影响它对刚体的转动效应。

用图 1.10 所示的符号来表示力偶，力偶矩用 M 表示。

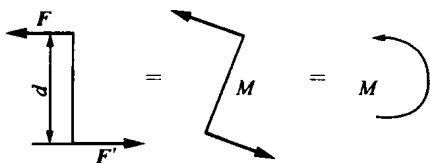


图 1.10