'97中考数学试题评析

SHI TI PING XI

《中学生数学》编辑部 编

北京图书馆出版社

’97中考数学试题评析

《中学生数学》编辑部　编

北京图书馆出版社

图书在版编目(CIP)数据

'97 中考数学试题评析/《中学生数学》编辑部编．—北京:北京图书馆出版社,1997.9

ISBN 7-5013-1448-9

Ⅰ.'97… Ⅱ.中… Ⅲ.数学课-高中-入学考试-解题 Ⅳ.G634.606

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 18215 号

书名 '97 中考数学试题评析

著者 《中学生数学》编辑部 编

出版发行 北京图书馆出版社(原书目文献出版社)（100034 北京西城区文津街 7 号）

经销 新华书店

印刷 北京蓝空印刷厂

开本 787×1092（毫米） 1/16

印张 6

字数 145(千字)

版次 1997 年 9 月第一版 1997 年 9 月第一次印刷

印数 1—16000 册

书号 ISBN 7-5013-1448-9/G・384

定价 7.80 元

目　　录

1997年北京市中考数学试题简析

北京教育学院宣武分院二部　　李国安

1997年北京市中考数学试题在1996年实现由执行原教学大纲向执行九年义务教育教学大纲平稳过渡的基础上，根据中考改革精神和我市数学教学实际情况，继续贯彻执行《九年义务教育数学教学大纲》，按照北京市《中考说明》完成了对新大纲所规定的初中数学知识内容和数学能力的考查。

一、1997年北京市中考数学试题具有以下3个特点：

1. 试题不偏不怪，编排合理，以双基内容为主，加大了考查能力的力度。

今年数学试题多数题目是教学中常见类型题目。容易题与中档题约为90分，中档偏难题与难题约为30分。基础题中有些题目具有一定的思考性，如选择题14、19、20小题。综合题除继续考查4种数学思想方法外，还着重考查了学生审题与分析问题的能力。

2. 题型新颖，题目条件具有一定隐蔽性，提出的问题中带有一定的开放性。

今年数学试题设计注重了理论的灵活运用，如选择题19小题要求学生能够灵活运用圆柱的侧面积公式；第二大题的3小题是应用题，更加贴近学生生活实际；综合题结果需要由学生周密讨论才能得出。

3. 冲破模式化，既保持了大纲所要求的基本内容，又对重点知识做了弹性处理。

今年数学试题考查了140多个知识点，占中考说明所列知识点的80%以上，但没有考查多年来必有的利用三角形全等证明线段相等、换元法解方程的内容，综合题由与圆有关的计算转向了与函数、解直角三角形等相关的内容。

二、1997年北京市中考数学试题体现出以下3个方面的作用：

1. 继续充分体现《九年义务教育数学教学大纲》的指令性作用。

今年中考数学试题依据教学大纲继续有效地控制了教学知识点范围，根据教学要求继续重视理论联系实际、解决实际问题能力的考查，如应用题既更加贴近学生生活实际，又适当地增加了试题难度；第五大题的已知条件需要学生根据解题要求适当整理选用，这些都考查了学生分析问题和解决问题的能力。

2. 试题面向全体学生，充分体现出水平考试与选拔考试的两个功能，有利于对数学教学工作的正确导向。

今年数学试题安排上采用了难点合理分散、多题把关的方法，增大了试题的区分度。试题根据新大纲的要求有效地控制了绝对难度，提高了能力要求。综合题相对难度略有提高。试题由易到难，既重视双基内容的考查，又注重运算能力和逻辑推理能力的考查，使每个学生展示了自己的数学水平，便于教师评价教学效果，指导今后教学工作。

3. 试题难易适度，有利于教学改革，对于数学教师在提高学生数学素质上下功夫起了积极的推动作用。

今年数学试题继续坚持了“以教学大纲为纲，以教科书为本”的原则，注重能力考查。依据教学大纲保持了总体难度不变，题目不偏不怪，对于“题海战”式的教学形成了强有力的冲击，克服了“模式化”弊病，题目新颖，编排合理，避免了“押题”的不利影响，有效地

控制了知识点范围，减轻学生超重的课业负担，有利于教学改革。

三、1997年北京市中考数学试题对今后我市初中数学教学的3点启示：

1. 要加强初中各年级教学监测控制，循序渐进，提高教学质量。

今年数学试题冲破了近几年的模式，这就要求学生必须掌握各年级的知识，不能仅依赖初三总复习时围绕往年试题抓几种方法和题型来练习，而忽视初一、初二和初三前期的课程复习。初中各年级教师有责任在新课教学中使学生达到教材规定的要求，并通过单元复习、期中和期末复习、学年复习、总复习依次加以提高。

2. 正确处理好基础知识与综合能力之间的关系。

今年选择题和第二大题虽然是基础题，但都具有一定的思考性，最后一道题是基础知识的综合运用，不少学生出现的问题在于基本概念不清楚、运算有误，或只是形式套用某种方法，这就启示我们必须使学生正确理解基础知识，在此基础上再做强化训练，并通过小转变、小综合的小题目训练进一步深化理解基础知识，同时要注重小结和总结，指明基础知识的发展方向，形成综合能力。在综合题复习中既要注重综合能力的提高，也要注重分析基础知识，来强化基础，牢固掌握基础知识，并将其系统化。

3. 坚持“以教学大纲为纲，以教科书为本”的原则，依照中考说明，将全面复习与专题复习有机地结合起来，使复习落到实处。

教学大纲是教学之法，教科书是教学之本，只有依据大纲全面复习，才能使学生全面回忆理解基础知识，查缺补漏。另一方面要通过专题复习，使认知系统化，使学生建立起良好的知识结构。

一道中考数学试题引起的思考

北京市西城区教育研究中心　　李　冰

1997年中考是北京市中考改革的第二年。今年中考数学试题既保持了新大纲的基本要求，又有一定弹性；既重视“双基”内容的考查，又重视能力的考查，体现了水平考试与选拔考试两种功能。试题新颖，不落俗套，在开放性试题上迈出了可喜的一步。试题的内容及编排打破了以往的模式，注重对数学思想方法的考查，注重对综合运用知识能力的考查，注重对理论联系实际问题的考查，试图引导学生从根本上提高掌握和综合运用知识、运用数学思想方法的能力，加强用数学的意识，充分体现了考试对教学的导向作用。

考能力不等于考难题。有些绝对难度并不太大的题目同样可以考查能力和数学素质。这些题不仅考查“双基”，还为考生提供充分展示自己数学能力的机会。今年中考数学试题的第四题（后三道选拔功能的题目之一）就是这样一道代数综合题。试题如下：

已知：关于x的方程$x^2-3x+2k-1=0$的两个实数根的平方和不小于这两个根的积，且反比例函数$y=\frac{1+2k}{x}$的图像的两个分支在各自的象限内y随x的增大而减小．求满足上述条件的k的整数值．

这是一道组合型的代数综合题，涉及到一元二次方程根的判别式、根与系数的关系、反比例函数的概念、解析式、图像及性质、一次不等式（组）的解法、整数的概念等知识；涉及到

配方法、待定系数法等基本的数学方法；解题中需运用转化、数形结合等数学思想；考查了阅读理解题的能力、把语言表述的数量关系转化为数学表达式的能力、运算能力及综合运用数学知识的能力。

此题绝对难度不大，全市随机抽样统计结果，此题满分 7 分，平均分为 2.41 分，得分率为 34%，区分度为 0.8，是试卷中区分度较高的一道题。在评卷中，我们按随机抽样的原则抽取了 1009 份试卷进行分析，此题满分率为 23.6%，零分率为 30.1%。学生出现的典型错误有：

1. 忽视了一元二次方程有实根的条件：$\Delta\geqslant 0$，或表述不正确，写成 $\Delta>0$ 等。

2. 把语言表述的数量关系转化为数学表达式时的错误："两根平方和"写成 $(x_1+x_2)^2$ 或 $(x_1^2+x_2)^2$；"不小于"写为"$>$"或"$<$"。

3. 不会使用一元二次方程根与系数的关系。

4. 反比例函数的概念、解析式、图像及其性质不清：由"反比例函数 $y=\frac{1+2k}{x}$ 的图像的两个分支在各自的象限内 y 随 x 的增大而减小"直接得到 $k>0$，或得到 $1+2k\geqslant 0$，或得到 $1+2k<0$。

5. 运算出错，如解不等式或解不等式组出错。

6. 不理解整数解或忽视了求整数解。

这里特别值得注意的是，在抽样的 1009 份试卷中除了 30.1% 的考生此题得 0 分外，还有 36.5% 的考生忽视了一元二次方程有实根的条件 $\Delta\geqslant 0$ 或在判别式中出现错误导致此题丢分。所占比例之大，不能不引起重视。由一元二次方程两实根所满足的条件确定一元二次方程系数中字母的取值范围是一个常见题型，绝大多数学校在初三总复习中都反复对此类型题进行训练，绝大多数教师都反复强调根的判别式的重要，为什么还会有这么大比例的学生出现此种错误？原因在于学生对一元二次方程有实根的隐含条件 $\Delta\geqslant 0$，理解不深不透，初学时形成"夹生饭"，只是死背结论，解综合题时顾此失彼，分析、综合应用数学知识的能力还较差。能力可以在解题中表现出来，但解题不一定就能培养能力，如此机械地、反复地大量训练，剥夺了学生思维的时间和空间，学生没有真正理解其中的道理、知识、方法、思想，就不能达到训练的目的，也提高不了学生的能力。要提高能力，大面积提高教学质量，不能赶进度、只记结论，必须注意知识形成过程的教学，如根的判别式定理推导过程的教学，根与系数关系定理推导过程的教学，使学生真正明白为什么一元二次方程有实根必须满足 $\Delta\geqslant 0$ 的条件。还要加强对典型问题的研讨，举一反三，探求解题的一般规律，让学生真正领悟蕴含在问题中的数学思想方法，提高综合运用知识的能力。

从这道题的得分率看到，还需要加强培养学生用转化的思想处理数学问题的意识。处理数学问题的实质，就是实现新问题向旧问题的转化、复杂问题向简单问题的转化，实现未知向已知的转化。在解数学综合题时，特别要加强这种转化的意识。如果一个待处理的问题能够分成若干个简单的小问题，当我们分别解决这些小问题之后，再把它们重新组合，便可求得原问题的解。这是将复杂问题转化为简单问题常用的分析与综合的思维方法。本题也是如此，可先分成两个小问题：

1. 关于 x 的方程 $x^2-3x+2k-1=0$ 的两个实数根的平方和不小于这两个根的积，得

$$\begin{cases}\Delta=(-3)^2-4(2k-1)\geqslant 0\\ x_1^2+x_2^2\geqslant x_1\cdot x_2\end{cases}\quad 推出\begin{cases}k\leqslant\frac{13}{8}\\ k\leqslant 2,\end{cases}\quad\therefore k\leqslant\frac{13}{8}$$

2. 反比例函数 $y=\frac{1+2k}{x}$ 的图像的两个分支在各自的象限内 y 随 x 的增大而减小。把“形”的性质转化为“数”的关系，得 $1+2k>0$，所以 $k>-\frac{1}{2}$。

再把两个小问题组合起来，得满足上述条件的 k 的范围是 $-\frac{1}{2}<k\leqslant\frac{13}{8}$，所以 k 的整数值为 0、1。

从学生解答此题的情况看到，提高学生的运算能力，也是急需解决的问题。在平时的学习中应要求学生对基本概念、公式、定理、法则的理解要透彻，并用来指导运算。在运算中力求准确、简捷、合理、迅速。对计算中出现的错误认真分析原因，认真订正，直到错误不再重现。对于老师上课讲的例题，不能满足于听懂解题的思路和想法，一定要自己动手，做到底、做对。这样坚持下去，运算能力必然会得到提高。

“一道好题”——北京市中考数学第五题

北京市通县路河中学　王秀东

1997 年北京市中考数学第五题是难题之一，题目的作用是选拔优秀学生升入高一级学校，这道题题型新颖，不落俗套，条件简明，内含丰富，构思巧妙，是这几年中考试题中难得的好题。题目如下：

已知矩形的长大于宽的 2 倍，周长为 12. 从它的一个顶点作一条射线，将矩形分成一个三角形和一个梯形，且这条射线与矩形一边所成的角的正切值等于 $\frac{1}{2}$. 设梯形的面积为 S，梯形中较短的底的长为 x，试写出梯形面积 S 关于 x 的函数关系式，并指出自变量 x 的取值范围．

本题涉及的主要知识点有：一元一次不等式的解法，三角函数，矩形的概念和性质，三角形和梯形面积公式，函数的概念等。

本题涉及数学思想方法主要有：分类讨论的思想，运动变化的思想，数形结合的思想，方程的思想等。

这道题主要考查学生综合运用知识的能力，要求学生灵活运用所学的知识，其中最突出的是根据已知条件画出正确的图形，然后分两种情况进行探求。在解答中要求学生推理严谨，能够正确找到几个未知量之间的关系，再利用面积公式求出函数关系式和自变量的取值范围。

本题满分 8 分，平均分为 0.72 分，难度值为 0.09（据抽测数据），在阅卷中发现学生主要有如下问题：

1. 解题无思路

这个题的零分率较高，达到 76.53%，满分率为 0.5%，这说明绝大多数学生是因解题无思路而失分。这里部分学生是由于基础知识较差，能力不强而造成根本看不懂题；也有的学生是对题目的结构特点及由题目所确定的图形缺乏认识。题目的第一句话交待了矩形的长与宽的关系，据此可得到长介于 4 和 6 之间，宽介于 0 和 2 之间，由于理解错误，部分学生所画的射线与短边相交，或者射线画成了对角线，那么据此作的推理当然是错误的了。

2. 概念不清

在使用 $\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{2}$ 这个条件时，有的学生得出 $\alpha=30°$ 的错误结论，有的学生所列比例式为对边比斜边，这说明部分学生对三角函数的概念不清楚，有的学生不理解什么是函数关系式。没有找到不同线段之间的关系，只是把几条线段的长按面积公式组成代数式而已。

3. 缺乏讨论意识

在阅卷中我们看到，有的学生只画出了一个草图，得到了一个解答。实际上题目在叙述位置关系时说：射线与矩形一边所成的角的正切值等于 $\frac{1}{2}$，那么到底是哪一边呢？是长边还是短边，这是需要进行讨论的，而不是像有的学生那样，随便画一条就认可了，这实际上是缺乏一种想法，而造成的错误。

4. 计算错误

由于计算错误而失分的学生大有人在。本题的计算并不复杂，没有根号，完全是四则运算，究其错误原因一个是观察不仔细。比如有的学生把两种情况的自变量取值范围都写成 $0<x<6$。这说明他们没有计算，仅凭观察而得出的结论，还有的学生由于马虎把自变量的取值范围写颠倒了，从而造成失分。另一个原因是计算过程中跳步过多，而造成符号错误或数值计算错误，还有一个原因是由于草图不对或不全面造成的失误。

根据上述问题，我个人认为在解综合题的训练时，应重点加强如下几个方面：

1. 认真理解题意

理解题意不能只停留在读懂题目上，而应认真细致地观察、分析、画图等。比如：对于代数式、方程或方程组等，应观察其结构上的特点和特定的含义，从而挖掘隐含条件（包括隐含的关系式），找出其横向或纵向的联系，达到解题的目的，对于需要画出草图的题目，要正确理解其位置关系，只有位置正确了，才能据此分析其数量上的关系。对于已给图形的题目，也要从位置关系或数量关系两方面去进行分析，即从数和形两方面去考虑，题目解完后应进行总结或加以变化，这样才能提高效率。

2. 重视提高运算能力

提高运算能力大致可分为三个层次，首先要重视有理数、无理数的加减乘除运算以及符号法则，其次要重视字母运算，第三要重视代数式、等式的运算。要学会简化运算，就要掌握运算的正确方法。比如在设未知数时，要考虑到是否有利于运算，两条线段的比为 $3:4$，可设一条线段为 $3x$，则另一条线段为 $4x$，这样可使计算简化。另外要注意观察代数式、方程的结构特点，看有没有可能进行代换，如能进行整体代换，往往可使运算大为简化，运算能力的提高对一个人学好数学是至关重要的，要善于总结经验和方法，逐步提高运算水平。

3. 重视数学思想的领会

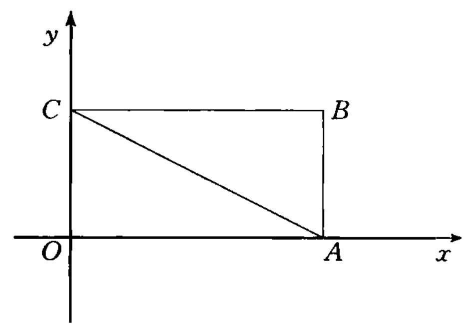
初中数学所涉及的数学思想是初中数学的基本观点，是对初中数学基础知识、基本技能的本质认识，是分析、解决初中数学问题的指导思想。数学思想来源于双基，又指导双基，有意识地加强数学思想的领会，将有利于双基的掌握。在平时的学习中，要经常问自己“问题是怎么想的”，“为什么这样想”，“想到了什么”，对每一章节，要了解其思想核心是什么，前后有什么联系，有那些解决问题的方法。逐渐建立一种分析问题和解决问题的思考方法。

1997 年北京市中考数学试题第六题阅卷的启示

北京市昌平县教师进修学校　陈　樱

中考数学试题的一项重要任务是考查学生理解、掌握、运用初中数学基础知识的程度，这是贯穿整个试题的一条主线，在综合考查题中也不例外。1997 年北京中考数学试题第六题充分体现出这一要求。试题如下：

已知：如图，把矩形纸片 $OABC$ 放入直角坐标系 XOY 中，使 OA、OC 分别落在 x 轴、y 轴的正半轴上，连结 AC，将$\triangle ABC$ 沿 AC 翻折，点 B 落在该坐标平面内，设这个落点为 D，CD 交 x 轴于点 E. 如果 $CE=5$，OC、OE 的长是关于 x 的方程 $x^2+(m-1)x+12=0$ 的两个根，并且 $OC>OE$. (1) 求点 D 的坐标；(2) 如果点 F 是 AC 的中点，判断点 $(8,-20)$ 是否在过 D、F 两点的直线上，并说明理由．



这道试题是在《几何》第二册第 80 页练习第 1 题的基础上改编的，它考查了学生掌握一元二次方程根与系数的关系、根的判别式的情况；考查了解一元二次方程和解直角三角形的方法；考查了全等（或相似）三角形的判定与性质、轴对称和轴对称图形（变换）、点的坐标的确定、点在函数的图像上的判定等知识；考查了数形结合、方程、分类讨论、转化等数学思想方法；第（2）问具有一定的开放性。

学生在解题中遇到的第一障碍（也可以说是误区）是 m 如何取值。有不少学生根据方程有两个根得到 $\Delta=(m-1)^2-48\geqslant 0$，发现这是个一元二次不等式，就把它摆在那里了，然后不加任何说明就得出：$(1-m)^2=(x_1+x_2)^2=x_1^2+x_1^2+2x_1x_2=25+24=49$，进而得出了 $1-m=7$，造成解题缺陷。有的学生在求出 $m_1=-6$，$m_2=8$ 以后，未经认真计算就认为当 $m=8$ 时 $\Delta<0$，则 $m=8$ 舍去，使得解题出错。而相当一部分人采用了舍负取正的方法，得 $m=8$；甚至有的学生把 x_1+x_2 认为是 $m-1$，并由此推导出 $m=8$，造成这道题解题过程中的致命错误。

究其原因，在这里出错的学生平时只是形式上套用知识，没有真正理解有关的初中数学基础知识，特别是对于概念的理解存在严重偏差，造成了在考试过程出现概念性错误和计算错误，如解得 $x^2+7x+12=0$ 的解为 $x_1=3$，$x_2=4$ 这种错误。还有一个原因是：一些学生平时没有养成良好的逻辑推理习惯，只做一些思路上的分析训练，缺少进行严格细致的推理论证训练，因此在考试中遇到似曾见过的题目，只凭想当然，胡乱猜测结论，没有小心细致地论证，造成推理论证上的错误。

这道题求点 D 坐标的关键在于求出 OC、OE 的长，而条件 OC、OE 的长是关于 x 的方程 $x^2+(m-1)x+12=0$ 的两个根，且 $OC>OE$，和 CD 交 x 轴于点 E，确定了 m 的方程，m 值的取舍以及 OC、OE 的值（此种解法见标准答案）。

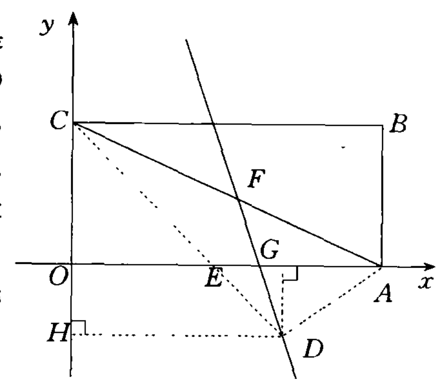
由前面的分析我们还可这样求出 OC、OE：

$\because OC$、OE 的长是关于 x 的方程 $x^2+(m-1)x+12=0$ 的两个根，且在 Rt$\triangle COE$ 中 $OC^2+OE^2=CE^2$，$CE=5$，$OC>OE$ $\therefore \begin{cases} OC^2+OE^2=25 \\ OC \cdot OE=12 \end{cases}$ 且 $OC>OE>0$ $\therefore \begin{cases} OC=4 \\ OE=3. \end{cases}$

当 $OC=4$，$OE=3$ 时，$m=-6$，符合题意，$\therefore OC=4$，$OE=3$。

学生遇到的第二个障碍是如何确定点 D 的坐标，而确定点 D 的坐标，关键在于确定点 D 所在的位置。有不少学生由于没有正确确定点 D 所在的位置，而将点 D 坐标错误地写成 $(\frac{24}{5}, \frac{12}{5})$。

确定 D 点位置，我们可以根据所给图形通过折叠来确定，也可通过几何作图方法来确定，还可根据图形、三角形的边角关系及角的比较大小来确定，即根据图形 $BC>BA$，所以 $\angle BAC>\angle BCA$；由翻折可知 $\triangle DAC$ 与 $\triangle BAC$ 关于 AC 对称，$\therefore \angle DCA=\angle BCA$，$\angle CAB=\angle CAD$，由矩形性质可得 $\angle OCA=\angle BAC$，$\angle OAC=\angle BCA$，$\therefore \angle DAC>\angle OAC$，$\angle DCA<\angle OCA$，$\therefore CD$ 在 $\angle OCA$ 内部、AD 在 $\angle OAC$ 外部直线 OA 的下半部，则点 D 在第四象限，因此由 D 点向两轴作垂线（如图所示），根据题意可证 $AE=CE$，再根据有关条件可导出 Rt$\triangle COE$，Rt$\triangle CHD$，Rt$\triangle ADE$，Rt$\triangle EDG$，Rt$\triangle ADG$ 相似，或证 Rt$\triangle COE \cong$ Rt$\triangle ADE$，进而求出 $DG=\frac{12}{5}$，$HD=\frac{24}{5}$，最后求出 D 点坐标。



学生遇到的第三个障碍是如何确定点 $(8, -20)$ 是否在过 D、F 两点的直线上。有一部分学生由于第（2）问具有一定的开放性，结果不明，不知如何讨论点 $(8, -20)$ 与过 D、F 两点的直线关系，有的学生猜想出点 $(8, -20)$ 在过 D、F 两点的直线上，但表述不清，造成论证缺陷。

确定点 $(8, -20)$ 在过 D、F 两点的直线上，要先求出点 F 的坐标 $(4, 2)$，再利用待定系数法求出过 D、F 两点的直线的解析式为 $y=-\frac{11}{2}x+24$，最后将点 $(8, -20)$ 的坐标代入解析式，当 $x=8$ 时，$-\frac{11}{2}x+24=-20$，而 $y=-20$，左右两边相等，$x=8$，$y=-20$，满足解析式 $y=-\frac{11}{2}x+24$，$\therefore$ 点 $(8, -20)$ 在过 D、F 两点的直线上。这一问还可任选其中两点，求出过这两个点的直线的解析式，再将第三点的坐标代入解析式，确定其满足该解析式，则也说明点 $(8, -20)$ 在过 D、F 两点的直线上。

从上述分析中我们可以看出正确理解概念、把握各部分基础知识之间的特性与联系、严格的推理论证是我们正确解题的前提和保证。如本题若能明确 OC、OE 的长是正实数，并准确理解和运用一元二次方程根与系数的关系和根的判别式，就能及时找出自己解题上的错误，正确求出 m 的值以及 OC、OE 的长。因此，在教学过程中一定要认真搞清概念的意义、特征及其相互关系，弄清公式、定理的来龙去脉，准确理解它们的条件和结论，掌握其用法；复习时不要片面追求题目数量和类型，应避免出现只做大概思路上的分析，不做必要的推理演算的做法，使学生掌握主要方法的基本程序，并理解其本质意义。

1997 年北京市中考数学试卷抽样统计

北京市基础教育研究中心　　王燕春

1997 年北京市中考数学满分为 120 分，试卷分为 Ⅰ 卷和 Ⅱ 卷。Ⅰ 卷为选择题，共 76 分，基本情况为：平均分 70.57 分，标准差 8.15，最低分 6 分，最高分 76 分。Ⅱ 卷为解答题，共 44 分。我们依照分层次、按比例、随机抽样的原则，根据城区、近郊区、远郊区县的考生人数，以 1：1.05：2.44 的比例共抽取有效试卷 1584 份，约占总体样本的 1.08%。以下为 Ⅱ 卷中各题的数据分析。

1. 基本数据统计：平均分 19.89，标准差 9.78，难度值 0.45，满分率 0.5%。

2. 试题的信度：信度是反映试题的稳定性和可靠性的指标，我们把试题分为奇数题和偶数题两部分，以这两部分的相关程度作为试卷的信度值。经过对 1584 份试卷的统计，1997 年中考试题的信度是 0.89。

3. 试题的难度值：难度值是刻画题目难易程度的特征值。我们以考生对题目所得分数的平均值与该题满分之比作为该题的难度值，其值越小难度就越大。下表是 1997 年中考试题第 Ⅱ 卷中各题的难度值：

题　号	二（1）	二（2）	二（3）	三	四	五	六
难度值	0.93	0.83	0.77	0.65	0.34	0.09	0.13

下表是第 Ⅱ 卷中各题的平均分：

题　号	二（1）	二（2）	二（3）	三	四	五	六
平均分	3.73	4.16	3.84	3.89	2.41	0.72	1.15

4. 试题的标准差：试题的标准差是刻画考生得分离散程度的特征值，数值越大，离散程度越高。一般情况下，平均数的值较大，其标准差的值也较大；平均数的值较小，其标准差的值也较小。若直接比较标准差取值的大小，借以比较不同样本的分散情况是无意义的。这时可用相对标准差来进行比较，其计算公式为：$CV=\frac{S}{N}\times 100\%$，式中 S 为某样本的标准差，N 为该样本的平均数，CV 代表相对标准差。下表是 1997 年中考试题第 Ⅱ 卷各题的标准差与相对标准差：

题　号	二（1）	二（2）	二（3）	三	四	五	六
标准差	0.93	1.73	1.85	2.73	2.62	1.70	2.48
相对标准差	24.93	41.60	48.18	70.18	108.71	236.11	215.65

5. 试题的区分度：区分度是题目对于考生区分能力的指标。区分度高的题目有区分优等生与中等生或中等生与差等生的作用。区分度的计算采用每题与总体的相关系数。相关系数即代表该题的区分度。下表是 1997 年中考试题第 Ⅱ 卷各题的区分度：

题　号	二（1）	二（2）	二（3）	三	四	五	六
区分度	0.225	0.516	0.695	0.920	0.800	0.300	0.418

以上抽测数据仅供参考。

北京市崇文区1997年中考数学命题及试卷分析

北京市崇文区教育研究中心　　田迺惠

1997年是崇文区实行中考自命题的第三年。中考改革是崇文区教育整体改革的重要组成部分，这项改革对创设素质教育的良好环境、保证义务教育的质量都起到了积极作用。数学学科的命题情况及考试结果如下：

一、命题指导思想

1997年数学中考命题的指导思想是：试题要有利于面向全体学生；有利于初中毕业生合理分流；有利于各类高中选拔人材。

试题要使学生的考试成绩基本体现出其学习态度、学习方法、学习效果的最佳结合。即从学习态度上体现3个层次：读书能及格，努力能良好，刻苦能优秀；从学习能力上体现3个层次："一般理解"能及格，"基本掌握"能良好，"灵活运用"能优秀。这样，试题才能形成对教学的正确导向。

二、命题原则

我们的命题原则是"三严格，两适当，一符合"。即严格遵照九年义务教育初中数学教学大纲，严格遵照九年义务教育初中数学教材（人教版），严格遵照《崇文区初中毕业、升学统一考试数学考试说明》；适当降低试题的总体难度，保持试题适当的区分度；符合崇文区中学教学改革的实际。

需要说明的是，我们所说的"降低"是对过去全市统一考试的总体难度而言，而不是降低大纲要求。

三、试题情况

命题指导思想和命题原则在试题中具体体现为：

1．相对1996年崇文区数学试题整体保持稳定。

保持稳定是指试卷结构基本保持稳定，试题难度与1996年崇文区试题基本持平。

（1）知识分布：代数73分，几何47分。初一知识占13分，初二知识占45分，初三知识占62分。知识点覆盖137个，占初中数学知识点总数（178个）的77%，D级知识点考查率占100%。

（2）题型分布：选择题60分，解答题60分。

（3）难易分布：较易试题72分（包括第一、二、三题，其中第一题第12小题除外）；中档试题23分（第四、五题及第一题第12小题）；较难试题25分（第六、七、八题）。

为体现试题的水平性考试功能，较易试题和中档试题的结构和题型都相对稳定，考查的重点是基础知识、基本技能和常用的数学方法，在课本中能找到原题和原型题。"低首"要低到位，使读书且基本理解知识的学生能及格，努力且基本掌握知识的学生能良好。

2. 注重数学素质和数学能力的考查，较难试题稳中有变。

为体现考试的选拔功能，第六、七、八题克服模式化，力求有新意，以利于适当加大试题的区分度。

第六题考查学生根据已知条件添加辅助线构造定理图形的能力，考查学生对知识理解的深度、对知识间的相互联系把握的程度、分析问题的能力。有的学生仅知“直径上的圆周角是直角”，而对其逆定理“90°的圆周角所对的弦是直径”却全然不知。知识学得过死，不会逆向思维，造成解题找不到思路。本题需要添加的辅助线多，证法多达五六种，难者不会，会者不难。

第七题综合性强，用到的知识点多，考查学生对数学语言的理解能力、数形结合的能力、综合应用知识的能力和思维的严密性。这道题容易找到解题思路，但想解答得条理严谨却不易。

第八题为开放性试题，考查学生综合运用知识的能力、空间想象能力、分类讨论的思想、运算能力、表达能力。此题具较强的选拔功能，高素质的学生才能拿到满分（9 分）。

四、对试卷的简单分析

1. 成绩情况。

崇文区共有 7444 名考生参加考试，平均分为 94.52 分，及格率为 96.2%（及格人数 7163 名），优秀率为 38%（优秀人数 2831 名，优秀分数为 102）。这与命题的初衷是吻合的。

计算机统计全区考生第一题的得分率为 93.22%。据分层抽样对 360 份考卷的统计，其他各题的得分率如下：

二　题	三　题	四　题	五　题	六　题	七　题	八　题
95.9%	93.54%	91.6%	75.8%	41.54%	43.01%	10.11%

2. 通过试卷反映的教学情况。

（1）全区的数学教学注重了基础知识和基本技能的落实，做到了面向全体学生。从及格率和较易试题的得分情况看，“双基”的落实情况是较好的。教师能努力调动学生的积极性，开发非智力因素，不放弃每一个学生，在理解知识的基础上，设计题组，层层深入，有针对性地进行练习，取得了可喜的成果。96%的及格率中包含着广大教师的辛勤、智慧和汗水。

（2）数学思想、数学方法的教学在日益加强。答题中换元法、消元法、待定系数法落实较好。一些优秀的学生对数学思想的运用达到了自如的程度，因此能在短时间内解出难题且表达确切、书写规范整洁，出现了一些满分的学生，这些学生确实称得上尖子生。这些成绩的取得是与老师引导、点拨得法，学生积极努力参与教学活动分不开的。

（3）数学语言的理解和运用是薄弱环节。第五题第（1）小题是“求证 BE 为$\odot O$ 的切线”。根据已知条件和切线的判定定理直接可得结论，但由于一部分学生对“FC 的延长线与过点 B 的 AB 的垂线相交于点 E”的含意理解吃力，“垂线”中暗含着 $BE\perp AB$ 的条件，学生用不上，反而绕着圈子去证垂直，浪费了大量的时间和精力，影响了后面各题的解答。由试卷上的这个问题反映出教学上存在的问题是，一些教师在习题课上存在包办代替的现象，代替学生分析题意，代替学生寻找解题思路，造成学生没有独立认真审题的习惯和能力。认真审题准确理解题意是解决问题的第一步，希望今后多培养文字数学语言与符号数学语言相互转化的能力。

五、对今后数学教学的几点建议。

1. 抓双基教学要加强计划性，从初一抓起。

由于数学知识的系统性、连续性强，所以初一的基础非常重要。从初一开始注意当堂反馈、当天落实是很重要的。初一学生的自觉性较初三差，老师的严格要求是必不可少的，“初一抓不紧，初三算总帐”的情况应努力避免。一些学生初一没学好，初三现补有理数运算，学得当然不扎实。

2. 要增强培养能力的意识。

大纲中认为“能力是在知识的教学和技能的训练过程中，通过有意识的培养而得到发展的”。只有老师的能力意识强，学生的能力提高得才会快。

让我们共同努力，为培养高素质的人材做贡献。

北京市海淀区 1997 年中考数学科情况分析

北京市海淀区教师进修学校数学组*

一、1997 年考试的性质与数学试题特点

北京市海淀区初中毕业、升学统一考试是一种具有双重功能的考试，它既是对九年义务教育初中阶段的毕业水平考试，也是升入高一级学校的选拔考试。这里的水平考试是考查学生的学习水平是否达到教学大纲的基本要求，因此以考查基础知识与基本技能掌握的情况为主。而选拔考试是为高一级学校选拔新生，除了考查“双基”以外，还要考查学生对数学方法、数学思想掌握的情况，考查灵活运用“双基”分析和解决问题的能力。

此份试题的特点有以下几个方面：

1. 面向全体学生。面向全体学生是九年义务教育大纲所决定的。试题的基础部分要面向全体学生，突出了“全面考查‘双基’，突出重点内容”。试题考查了 150 多个知识点，占知识点总数的 85%，并且突出了对重点知识的考查，达 100%。另外，试题中课本及《中考说明》中的原题及原型题共占 80%，题目的叙述和设问都参照课本要求，采用考生熟悉的语言，使认真学习的学生都能达到及格水平。这样有利于学生重视课堂学习，学好、用好教材，重视基本功训练。试题的选拔部分也面向大多数学生，大幅度降低后四题的零分率，适当提高后四题的得分率与满分率。后四题优秀学生中零分率由 1996 年的 19.76%、45.61%、48.14%、88.85%降低到 1997 年的 0%、2.55%、30.6%、34.4%。

2. 突破模式。由应试教育向素质教育过渡必须突破模式化教学。此份试卷中有几处对过去的模式有所改变，使只会依靠套路解题的学生感到障碍重重。意在引导师生从题型教学的束缚中解放出来，从题海中解脱出来，注重能力的培养。

九年义务教育的新教材的一个突出特点，就是体现《大纲》“注重应用”的要求。为了引导教师在平时教学中加强对学生“应用意识”的培养，此份试题第二题中第 6 题、第五题中第 2 题是从与学生熟悉的、相关的日常生活中提炼出来的数学问题，考查学生在实际问题中分析数量关系的能力。

---

* 本文由方青执笔。

数学语言是进行数学思维和交流的工具。因此，今年试题加强了对数学符号语言、文字语言和图形语言的互相转换能力的考查。如第一题中第10题是通过学生观察出点 A 的坐标为（2，−1），进而用待定系数法求反比例函数的比例系数 k 的值；又如第11题给出代数式 $-|a-b|$，让学生选择正确的叙述方法；再如第十题中第2题，学生必须依据题目给出的文字叙述，正确画出示意图，得到线段长 $OM=\frac{8}{5}\sqrt{5}$，为顺利解第2题打下坚实的基础。

如第八题是在常见的基本题型的基础上做了一些变化，它综合考查了整数根定义，一元二次方程解法，根的判别式及根与系数关系等知识，又打破一般用一元二次方程根的判别式构造关于 m 的不等式得到 m 的一个范围，从中挑选整数 m 的模式，而是采取先确定 m 的值，再逐一验证它是否符合题意的方法。

3. 注重对学生能力的考查，加强后四题的区分度。试题全面并有所侧重地综合考查了数学能力。其中包括了两个层次，基本能力主要考查了计算能力、识图能力、对数学语言的理解和表达能力、逻辑推理能力、解决简单的实际问题的能力等，在较高层次上考查学生运用各种数学知识、数学思想方法综合解决数学问题的能力。如对“换元法”的考查过去主要是指明用换元法解分式方程或无理方程，而在此份试卷中第五题中第1题，没有指明方法解无理方程，学生可以选择方法（包括选择换元法）来解方程。在第十题中，用一元二次方程根的判别式与勾股定理构造关于 m、n 的二元方程组后，经过消元，得到关于 m 的方程 $(m^2-2m+1)^2+(m^2-2m+1)-90=0$，学生必须观察其特点，用“换元思想”解之，才能顺利得出结果。这样不仅考查学生用“换元法”具体解题过程的掌握情况，还考查学生是否具备在什么情况下选择用“换元法”的能力。

后四题入手较容易，但把每题完整地、正确地解出并不容易，它需要学生具备较强的计算能力、逻辑推理能力及具备丰厚的数学思想方法的素养，具有较强的区分度。

表1：优秀学生后四题抽样得分情况（314人）

题　号	七					八					
分　数	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5
百分比（%）	0.0	2.55	33.1	9.24	55.1	2.55	23.2	8.28	27.7	25.5	12.7

题　号	九						十						
分　数	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5	6
百分比（%）	30.6	5.41	4.14	5.41	15.9	38.5	34.4	33.8	14.0	7.96	2.55	1.59	5.73

二、学生答题中反映出的主要问题及分析

1. 前四道大题共占64分，属基础试题，绝大部分试题源于课本与中考说明。学生答题情况较好，一般得分率在90%以上。得分率低于90%的有3道：第一题中第9题得分率为82.8%，反映部分学生对轴对称图形、中心对称图形认识不清；第一题中第12题得分率为85.7%，反映部分学生不会计算圆柱的侧面积；第二题中第5题得分率为87.5%，反映部分学生不会正确进行分式运算，出现运算结果不约分 $\left(\frac{a-b}{a(a-b)}\right)$、计算错误 $\left(-\frac{1}{a}\right)$、去分母（1）等等错误。

2. 第五题共占10分，属中等试题，每道小题各考查知识点6个以上，抽样得分率依次为

93.7%、90.0%。第1题是一道解无理方程的题目，没有指明方法，让学生自选方法。此题用移项后两边平方的方法解较为简捷，但实际解题中选用换元法的学生居多，有的学生设 $3x+1=y$，得 $y-\sqrt{y}-2=0$，反映学生优选方法的意识较差。有的学生整理出方程为 $3(x-1)=0$ 或 $3x=3$ 后，错得 $x_1=x_2=0$ 或 $x_1=x_2=1$ 或 $x=\frac{1}{3}$；有的学生得到 $\sqrt{3x+1}=-1$ 后，不能根据算术根的意义，判断此方程无解，而采取两边平方，解出来；有的学生解无理方程后不进行验根或验根方法不正确等等。第2题是列方程或方程组解应用题，此题是学生生活中遇到过的“捐款”问题，不属平时归纳的行程问题、工程问题、浓度问题、增长率问题、数字问题等等，而分析它的数量关系后，可以看出它的原型是工程问题，这样打破部分学生靠模式套题的习惯，必须学会分析题目给出的数量关系，揭示题目隐含的等量关系，构造方程或方程组。此题有多种解法，学生出现的问题主要是：设元不写单位；设元与列方程（组）脱节；列方程时，错写成：“小”－“大”＝正数；错解方程，没有进行双检验等等。

3. 第六题占6分，属中等试题，共考查知识点10个，抽样得分率为70.7%，是近四年来得分率最低的一次。学生卷面上出现的主要问题是：毫无解题思路的学生有16.6%；自创所谓“定理”，如在两个三角形内也称“等角对等边”，同弧（等弧）的圆内角相等；条件不够便得结论，如只有一对角相等便得出相似，由半径 $OC\perp$ 弦 AB，跳过 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，直接得出 $AC=BC$（或 $\angle A=\angle B$）；书写不规范，如从一点出发有多条射线，表示角时仅用顶点一个字母；相似三角形对应顶点顺序不对等等。这反映出部分学生对几何的概念、定理掌握不准确，证明思路不清，证明过程书写不规范。

4. 第七题占4分，共考查知识点11个，表面看起来此题很容易，但得满分并不容易，抽样得分率为49.2%。此题的失分点主要有两处：一是有的学生不经过推理直接写出函数解析式；二是自变量取值范围误写为 $0<x<6$。失分最主要原因是忽视“三角形两边之和大于第三边”的隐含条件。在用几何中的基本元素——线段作为函数中的变量，一般易求出函数解析式，难点是求自变量取值范围及画函数图像的示意图，原因是当自变量 x 发生变化时，图形随之发生变化，相关的量（此题中的 y）也发生变化，要注意图形变化为特殊情况时（此题中凸五边形变化成矩形时，即 $AB+AE=BE$ 时），相关的量与自变量构成特殊的等量关系（此题中 $y=2x$），而这些特殊情况又不在成立范围之内（因为矩形不再是凸五边形），它是我们将来要学习的极限问题，故形成难点。而这一难点又可以用现在学习过的知识来解决，即在三角形中，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边（由 $AB-AE<BE<AB+AE$，即 $0<24-4x<2x$，得出 $4<x<6$）。要解决这一问题，学生必须学会在运动变化中，揭示量与量之间隐含的数量关系。

5. 第八题占5分，共考查知识点12个，抽样得分率为28.6%。此题结构较为新颖，考查方程的有关知识较为全面，并重点考查学生对待定系数法、分类讨论思想的掌握、运用情况。从表1可以看出此题的区分度较好。从学生答题情况看，丢分主要有以下几种情况：

（1）知道要求方程② $2x^2-(m+6)x-m^2+4=0$ 的根，但选择方法不好（用求根公式）或解不对（含字母系数的二次三项式分解因式分解错）；

（2）没有分类讨论的意识，少一种情况；

（3）求出 $m=-1$，$m=0$，$m=-\frac{1}{2}$ 以后，没有检验意识，或检验方法、检验对象错。如