



“十二五”职业教育国家规划教材  
经全国职业教育教材审定委员会审定

# 船舶工程 机械设计基础

Chuanbo Gongcheng Jixie Sheji Jichu

第2版

张依莉

主编



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

配电子课件



“十二五”职业教育国家规划教材  
经全国职业教育教材审定委员会审定

# 船舶工程机械设计基础

## 第2版

主 编 张依莉  
副主编 王竹平  
参 编 张 瑜 陈 妍 周志华  
王建平 滕玮晔



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

本书是“十二五”职业教育国家规划教材,是根据《教育部关于“十二五”职业教育教材建设的若干意见》及教育部新颁布的《高等职业学校专业教学标准(试行)》,同时参考相关职业资格标准,在第1版的基础上修订而成的。

本书包括工程力学知识和机械应用知识两部分内容,共分为七章,包括刚体静力学、材料力学、工程材料、机构基础、机械传动、流体机械基础和典型机械。全书根据船舶工程类专业所需的理论基础、机械传动、典型设备、典型案例,结合企业生产进行编排,在内容的选择和安排上做了一些新的尝试。为便于教学,本书配备了教学资源,选择本书作为教材的教师可来电索取(010-88379197),或登录 [www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com) 网站,注册并免费下载。

本书可作为高等职业院校船舶工程类专业的“机械设计基础”课程教材,也可作为有关工程技术人员的参考用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

船舶工程机械设计基础/张依莉主编. —2版. —北京:机械工业出版社, 2014.8

“十二五”职业教育国家规划教材

ISBN 978-7-111-47938-3

I. ①船… II. ①张… III. ①船舶机械-机械设计-高等职业教育-教材 IV. ①U664

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第209433号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:齐志刚 责任编辑:齐志刚 王海霞

版式设计:霍永明 责任校对:张玉琴

封面设计:张静 责任印制:李洋

北京圣夫亚美印刷有限公司印刷

2014年11月第2版第1次印刷

184mm×260mm·16.75印张·404千字

0001—1500册

标准书号:ISBN 978-7-111-47938-3

定价:36.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066 教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010)68326294 机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010)88379649 机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

## 第2版前言

本书是按照教育部《关于开展“十二五”职业教育国家规划教材选题立项工作的通知》，经过出版社初评、申报，由教育部专家组评审确定的“十二五”职业教育国家规划教材，是根据《教育部关于“十二五”职业教育教材建设的若干意见》及教育部新颁布的《高等职业学校专业教学标准（试行）》，同时参考相关职业资格标准，在第1版的基础上修订而成的。

《船舶工程机械设计基础》自2009年9月第1版面世以来，受到广大读者的支持与厚爱，得到了众多好评。随着行业企业的发展，相关设备及工艺都有了一定的变化，第1版教材所涉及的部分知识和内容也随即有了修改、补充、更新的必要。

本书涵盖了常规所需的机械基础理论与常识，并特别引入了船舶行业常用的设计计算、常用材料、典型设备等作为典型任务，旨在将理论运用于实践来带动教学，并使之更具有专业特色。本书在第1版教材知识内容的基础上对以下内容进行了修订：

- 1) 调整了部分案例和习题，使其更具有针对性，更紧密呼应各章节内容。
- 2) 根据职业教育的特点，适当删减了部分理论性较强的内容，突出了实践性、实用性、必要性的要求。每章结尾加入了专业相关的实践内容，调整了部分知识点的比例侧重，删减了部分推理性较强的专业理论。
- 3) 配备了与专业知识对应的企业一线的视频资料，强调立体化配套，力求突出内容的实用性、实践性。
- 4) 本书建议学时数为150~160，在实际教学中，教师可根据专业方向和教学计划适当调整。

本书由张依莉担任主编并统稿，张瑜、陈妍、周志华、王建平、王竹平、滕玮晔依照第1版的分工进行了修订，特别感谢中国船舶重工集团公司澄西船舶修造有限公司在修订细节、素材提供、视频拍摄等方面给予的支持与帮助。本书经全国职业教育教材审定委员会审定，评审专家盛建龙、袁炎清在评审过程中对本书提出了宝贵建议，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，编写中疏漏和错误之处在所难免，敬请各位专家和读者批评指正。

编 者

# 第1版前言

机械设计基础是加工制造类专业的一门技术基础课,目前,针对职业技术教育有多种版本的《机械设计基础》教材,船舶工程类专业曾一直选用这类教材。

从专业大类而言,船舶工程技术专业往往归于加工制造类,但它又明显区别于一般的加工制造类专业,因此,作为技术基础课的机械设计基础课程,其内涵应有所不同。本书根据船舶工程类专业需要的机械基础知识、使用的典型机械,结合生产实际组织内容,选用了大量与船舶工程类专业有关的实例、资料、图片,力求突出实践性、实用性。全书共分为七章,内容包括刚体静力学、材料力学、工程材料、机构基础、机械传动、流体机械基础和典型机械。

本书可作为职业院校船舶工程类专业的机械设计基础课程教材,建议学时为180~190,在实际教学中,教师可根据专业方向和教学计划适当取舍。为便于教学,本书另配备了电子教案,其中包括教学经验、课后习题答案及综合训练。选择本书作为教材的教师可来电索取(010-88379197),或登录 [www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com) 网站注册、免费下载。

本书由张依莉担任主编,王竹平担任副主编,第一章由张瑜编写,第二章由陈妍编写,第三章、第四章由周志华编写,第五章由张依莉编写,第六章由王建平编写,第七章由王竹平编写。王竹平、周志华、滕玮晔负责校对及统稿。

由于编者水平有限,加之时间仓促,编写中疏漏和错误之处在所难免,敬请各位专家和读者提出宝贵意见。

编 者

# 目 录

## 第2版前言

## 第1版前言

## 第一章 刚体静力学 ..... 1

- 第一节 刚体静力学的基本概念与公理 ..... 1
- 第二节 约束与约束反力 ..... 4
- 第三节 受力分析与受力图 ..... 6
- 第四节 平面汇交力系 ..... 7
- 第五节 力矩与力偶 ..... 12
- 第六节 平面任意力系 ..... 17
- 第七节 重心及稳定性 ..... 23
- 第八节 摩擦 ..... 26
- 小结 ..... 31
- 习题 ..... 31
- 实践项目 力系及平衡方程验证 ..... 34

## 第二章 材料力学 ..... 37

- 第一节 弹性材料及其力学性能 ..... 38
- 第二节 杆的轴向拉伸和压缩 ..... 39
- 第三节 剪切和挤压 ..... 44
- 第四节 圆轴的扭转 ..... 49
- 第五节 梁的平面弯曲 ..... 52
- 第六节 压杆的稳定性 ..... 69
- 第七节 组合变形的基本概念 ..... 72
- 习题 ..... 74
- 实践项目 低碳钢拉伸与压缩试验 ..... 76

## 第三章 工程材料 ..... 77

- 第一节 金属材料的主要性能 ..... 77
- 第二节 钢铁材料 ..... 81
- 第三节 船用金属材料 ..... 84
- 第四节 船舶舾装常用材料及配件 ..... 91
- 小结 ..... 94

习题 ..... 94

实践项目 常用工程材料的辨认 ..... 94

## 第四章 机构基础 ..... 95

- 第一节 机构简图及机构的自由度 ..... 95
- 第二节 平面铰链连接四杆机构及其演变 ..... 102
- 第三节 平面凸轮机构 ..... 110
- 第四节 棘轮机构 ..... 115
- 第五节 螺旋机构 ..... 119
- 小结 ..... 122
- 习题 ..... 123
- 实践项目 不同类型四杆机构的组合 ..... 124

## 第五章 机械传动 ..... 126

- 第一节 摩擦轮传动 ..... 126
- 第二节 带传动 ..... 127
- 第三节 齿轮传动的基本概念 ..... 134
- 第四节 圆柱直齿轮传动 ..... 137
- 第五节 渐开线斜齿圆柱齿轮传动 ..... 148
- 第六节 两轴垂直相交的直齿锥齿轮传动 ..... 150
- 第七节 蜗杆传动 ..... 153
- 第八节 链传动 ..... 157
- 第九节 轮类零件构造 ..... 159
- 第十节 轴系零部件 ..... 162
- 第十一节 轴承 ..... 172
- 第十二节 机械传动中的螺纹连接 ..... 180
- 第十三节 机械传动系统简单分析 ..... 182
- 小结 ..... 187
- 习题 ..... 188
- 实践项目 自行车传动分析 ..... 190

## 第六章 流体机械基础 ..... 192

- 第一节 液压系统的基本元件 ..... 192
- 第二节 典型液压系统 ..... 205
- 第三节 常用流体机械简介 ..... 210
- 小结 ..... 215
- 习题 ..... 215
- 实践项目 液压千斤顶拆装分析 ..... 216

## 第七章 典型机械 ..... 218

- 第一节 减速器 ..... 218
- 第二节 船用齿轮箱 ..... 221
- 第三节 起重机械 ..... 223
- 第四节 钣金机械 ..... 234
- 小结 ..... 240
- 习题 ..... 241
- 实践项目 一级减速器模型拆装 ..... 241

## 附录 ..... 243

- 附录 A 平键 键槽的剖面尺寸 (GB/T 1095—2003 摘录)、

- 普通型 平键 (GB/T 1096—2003 摘录) ..... 243

- 附录 B 凸缘联轴器 (GB/T 5843—2003 摘录) ..... 245

- 附录 C 弹性套柱销联轴器 (GB/T 4323—2002 摘录) ..... 248

- 附录 D 带制动轮弹性套柱销联轴器 (GB/T 4323—2002 摘录) ..... 249

- 附录 E 常用滚动轴承的类型、主要性能和特点 ..... 250

- 附录 F 常用液压元件图形符号 (GB/T 786.1—2009 摘录) ..... 252

- 附录 G 常用液压元件、水泵和空压机图集 ..... 257

## 参考文献 ..... 259

# 第一章 刚体静力学



## 学习目标

掌握静力学基本公理和基本概念。

能熟练画物体受力图，进行受力和用平衡方程求约束反力。

了解物体重心、稳定性及摩擦等问题。

## 第一节 刚体静力学的基本概念与公理

### 一、刚体静力学

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学，而静力学是理论力学的重要组成部分，主要研究物体机械运动的特殊形式，即物体在力系作用下的平衡规律。

### 二、刚体静力学的基本概念

#### 1. 力的概念

(1) 力的定义 力是物体间的相互作用，其效应是使物体的运动状态发生变化，或者使物体产生变形。前者称为力的运动效应或外效应，后者称为力的变形效应或内效应。

(2) 力的要素 力对物体的作用取决于以下三个要素：

力的大小：指物体间相互作用的强度。在国际单位制（SI）中，力的单位是牛顿（N）。工程上，有时还沿用工程单位公斤力（kgf）。牛顿和公斤力的换算关系为

$$1\text{kgf} = 9.8\text{N}$$

力的方向：方向的含义包括方位和指向。例如，重力的方向是“铅垂向下”，“铅垂”是指力的方位，“向下”是指力的指向。

力的作用点：指力对物体作用的位置。它实际上不是一个点，而是物体的某一部分面积。当作用面积较大时，就形成分布力；当作用面积较小时，就可近似地看成作用在一个点上，称为集中力，该点称为力的作用点。

以上三要素中，只要改变其中任何一个要素，力对物体的效应就会随之变化。所以要确定一个力，必须表明它的大小、方向和作用点。

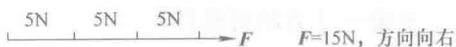


图 1-1 力的表示方法

(3) 力的表示方法（图 1-1） 力是矢量，可用有向线段将三要素表示出来：有向线

段的长度（按一定比例）表示力的大小，有向线段的方位和箭头的指向表示力的方向，有向线段的始点或终点表示力的作用点。有向线段所在的直线称为力的作用线。力矢量用黑体大写字母表示。

## 2. 刚体的概念

所谓刚体，是指在任何外力作用下，形状和大小始终保持不变的物体。也就是说，刚体内任意两点之间的距离永远保持不变。自然界中任何物体在受力作用后都将发生变形。也就是说，刚体实际上是不存在的，它只是实际物体的抽象化。

## 3. 平衡的概念

平衡是物体运动的一种特殊形式，在工程上，一般是指物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动的状态。

## 4. 刚体静力学的基本定义

为了便于以后的研究和叙述，首先要明确下列各有关定义：

(1) 力系 同时作用在同一物体上的一系列力。

(2) 等效力系 如果作用于物体上的某一力系可用另一力系代替而不改变原力系的效果，则该二力系互为等效力系。

(3) 平衡力系和平衡力 如果物体在某力系作用下处于平衡状态，则该力系称为平衡力系。平衡力系中任一个力是其余各力合力的平衡力。

(4) 合力和分力 如果一个力与一个力系等效，则该力称为此力系的合力，而力系中的每一个力均可称为该合力的分力。

(5) 力的合成和分解 由已知力系求其合力的过程称为力的合成。反之，由合力求其分力的过程称为力的分解。

## 5. 力系的分类

根据力系中各力的作用线是否处于同一平面内，可将力系分为两类：

(1) 平面力系 力系中各力的作用线均处于同一平面内。

(2) 空间力系 力系中各力的作用线不处于同一平面内。

在这两类力系中，根据各力作用线分布的特点，每类又可细分为汇交力系（包括共点力系）、平行力系、任意力系和力偶系。本章只研究平面力系问题。

## 三、静力学的基本公理

### 公理一（二力平衡公理）

作用在刚体上的两个力平衡的充分和必要条件是：这两个力的大小相等、方向相反并且作用在同一直线上。如果一个物体在两个力的作用下保持平衡，则称其为二力构件。

### 公理二（加减平衡力系公理）

在作用于刚体上的任何一个力系中加上或减去任何一个平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用。

### 推论一（力的可传性原理）

作用在刚体上的力沿其作用线移到该刚体上的任意一点，不会改变它对刚体的效应。

证明：设力  $F$  作用在小车的  $A$  点（图 1-2a），在其作用线上任取一点  $B$ ，并在  $B$  点加上平衡力系  $F_1$ 、 $F_2$ ，且使  $F_1 = -F_2 = F$ （图 1-2b）。由公理二可知，加上这一平衡力系后并



不影响原来的力  $F$  对小车的外效应。

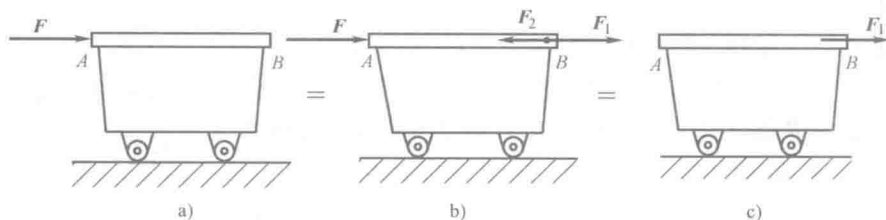


图 1-2 力的可传递性原理

因此，力  $F$  与力系  $F$ 、 $F_1$ 、 $F_2$  等效。而根据公理一， $F$ 、 $F_2$  也是一对平衡力，把它们去掉也不影响原力系对小车的外效应（图 1-2c），即力系  $F$ 、 $F_1$ 、 $F_2$  与力  $F_1$  等效。所以力  $F_1$  与  $F$  等效。这样，原来的力  $F$  从  $A$  点沿其作用线移到了  $B$  点。

应该注意，运用力的可传性原理不改变力对物体的外效应，但会改变力对物体的内效应。力的可传性原理不能把力从一个刚体移到另一个刚体上。

根据力的可传性原理，力在刚体上的作用点已被它的作用线所代替，即力在其作用线上滑移不影响力对刚体的作用效应。

### 公理三（力的平行四边形公理）

作用于物体上同一点的两个力可以合成为作用于该点的一个合力，此合力的大小和方向可由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线表示（图 1-3）。这个公理也称为力的平行四边形法则。

如以  $R$  表示力  $F_1$  和  $F_2$  的合力，则可写为矢量表达式

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

这一公理是力系合成和力的分解的基础。

应该注意，合力  $R$  等于两分力  $F_1$ 、 $F_2$  的矢量和而非代数和。

在实际作图时，可直接采用力的三角形法则，并且合力矢量与两个分力矢量的作图先后次序无关（图 1-4）。

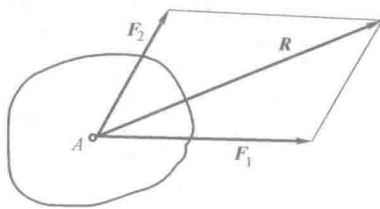


图 1-3 力的平行四边形法则

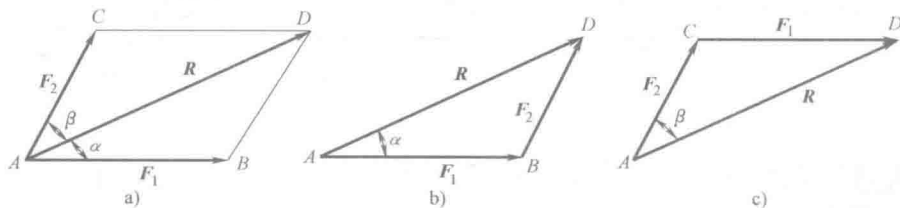


图 1-4 力的三角形法则

### 推论二（三力平衡汇交定理）

当刚体受到三个不平行的力作用而平衡时，此三个力的作用线必定汇交于一点，且三个力的作用线在同一平面内。

证明：设力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  分别作用于刚体上的  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  三点（图 1-5）。

由力的可传性原理，将力  $F_1$ 、 $F_2$  分别沿其作用线移至其交点  $B$ ；由平行四边形法则，以合力  $R$  代替  $F_1$ 、 $F_2$ ，且合力  $R$  的作用点也通过  $B$  点；由已知条件和公理一， $F_3$  与  $R$  必共线，所以  $F_3$  必通过交点  $B$ ，且在  $F_1$  和  $F_2$  所构成的平面内。

三力平衡汇交定理是不平行的三个力平衡的必要条件，利用这个定理可确定第三个力的作用线的方位。

#### 公理四（作用力与反作用力公理）

两个物体间的作用力与反作用力，总是大小相等、方向相反且在同一直线上，并分别作用在这两个物体上。

这一公理是研究物体系统平衡问题的基础。

作用力与反作用力必须同时存在，同时消失。有作用力，必定有反作用力；没有反作用力，必定也没有作用力。

应该注意，尽管作用力与反作用力等值、反向、共线，但它们并不相互平衡。因为它们不是作用在同一物体上，而是分别作用在两个相互作用的物体上。所以，作用力和反作用力不是一对平衡力。

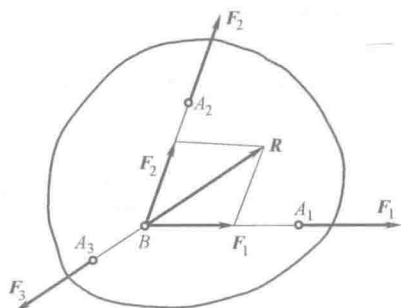


图 1-5 三力平衡汇交力系

## 第二节 约束与约束反力

### 一、约束的概念

不受任何限制，能在空间任何方向自由运动的物体称为自由体。如果物体处于某种限制下，使其在某些方向的运动成为不可能，则该物体称为非自由体。限制非自由体运动的物体，称为该非自由体的约束。约束的是物体，不是力，如课桌是桌面上物品的约束等。

能主动引起物体运动或使物体有运动趋势的力称为主动力，在工程上，主动力一般被称为载荷。非自由体在主动力的作用下，将产生运动趋势。由约束引起的作用在物体上的力称为约束反力。显然，主动力企图使物体产生运动，而约束反力则限制物体产生运动。

### 二、约束的种类

下面介绍几种常见基本类型的约束及其约束反力的特性。

#### 1. 柔性约束

由柔软的绳索、带、链条等物体构成的约束，称为柔性约束，可将它们抽象为无重量和绝对柔软的理想物体。这类约束的特点是：只能承受拉力，不能承受压力和抵抗弯曲。因此，柔性约束产生的反力，其方向必定沿着柔体的轴线（即柔体本身的方向），且只能是拉力（图 1-6）。该反力常用字母  $T$  表示。

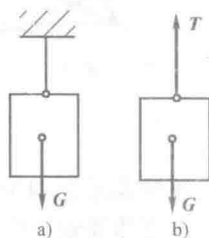


图 1-6 柔性约束



## 2. 刚性约束

(1) 光滑接触面约束 在所研究的问题中, 接触面通常被视为理想光滑的。支承面不能限制物体沿其切线方向运动和离开支承面, 只限制物体沿公法线方向压入接触面。因此, 光滑接触面的约束反力作用在接触处, 方向沿着接触面的公法线而指向被约束的物体, 即只能是压力 (图 1-7)。该反力常用字母  $N$  表示。

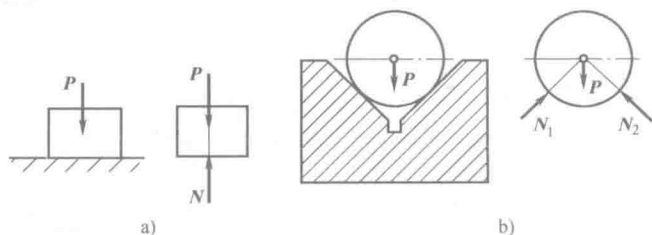


图 1-7 光滑接触面约束

(2) 光滑圆柱形铰链约束 铰链约束是由圆柱销插入两构件的圆孔中而构成的。其约束特点是: 只能限制物体沿销钉的径向运动, 而不能限制物体绕圆柱销轴线的转动, 约束反力通过圆柱销中心, 但方向不确定。下面介绍工程上常见的两种圆柱形铰链支座约束。

1) 固定铰链支座约束。这种约束是由固定底座 1 和构件 2 并用一销钉 3 联接而成的 (图 1-8a)。当构件受载荷作用时, 销钉孔壁便压紧到销钉上的某处, 这样, 销钉将通过接触点给构件以一个反力  $R$ , 此反力的作用线通过销钉的中心。因此, 固定铰链支座约束反力的作用线必定通过销钉中心, 垂直于销钉的轴线, 其方向沿销与孔接触处的公法线方向 (图 1-8b)。通常用两个相互垂直的且通过铰链轴线的分力  $R_x$ 、 $R_y$  来代替  $R$  (图 1-8c)。

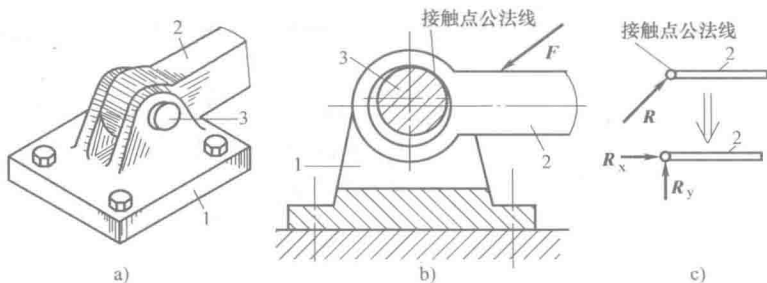


图 1-8 固定铰链支座约束

1—底座 2—构件 3—销钉

2) 可动铰链支座约束。可动铰链支座也称为活动铰链支座或辊轴支座 (图 1-9a)。支座与支承之间加有圆柱形滚子 4, 支座可沿支承面移动。支座只能限制构件沿支承面垂直方向的运动, 约束反力的作用线必定通过铰链的中心并垂直于支承面 (图 1-9b)。可动铰链支座的简图如图 1-9c ~ e 所示, 其反力表示为  $R$ 。

应该指出, 上述各种约束类型, 都是把实际约束加以抽象、简化后所得的理想力学模型。实际工程中遇到的约束情况很多, 有的也很复杂, 在分析时需从实际出发, 分清主次, 略去一些次要因素, 从而把约束归结为基本的理想模型。

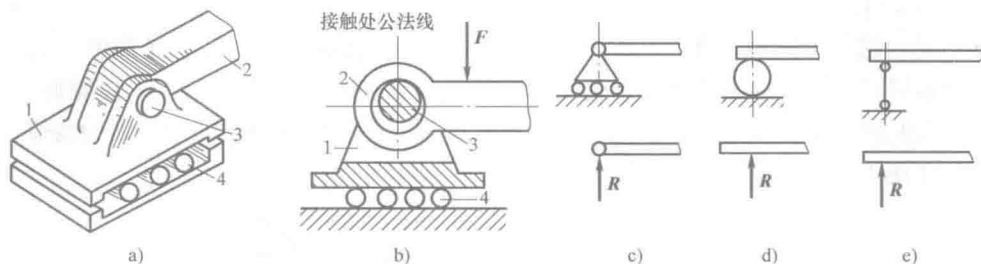


图 1-9 可动铰链支座约束

1—底座 2—构件 3—销钉 4—滚子

### 第三节 受力分析与受力图

在研究刚体静力学问题时，要单独画出所研究物体（称为分离体或研究对象）的受力简图，表示研究对象上所受的全部外力，称为受力图。

画受力图的方法步骤及注意事项如下：

- 1) 明确研究对象，画分离体。即根据题意，确定要画哪个物体的受力图，将该物体从周围的约束中分离出来。
- 2) 画出分离体上所受的全部的力。先画主动力，再画约束反力。约束反力的方向一定要根据约束类型的特点来确定，而不能凭主观想象去画。
- 3) 要善于判别二力杆，并注意应用三力平衡汇交定理，对于物体系统还要注意应用作用力与反作用力公理。

【例 1-1】 如图 1-10a 所示，已知球重为  $G$ ，试画出球的受力图。

解：球的受力如图 1-10b 所示。

【例 1-2】 如图 1-11a 所示，力  $P$  为已知。试画出简支梁  $AB$  的受力图。

解：画出  $AB$  梁的分离体；画上主动力  $P$ ；支座  $B$  为可动铰链，故反力垂直于支承面，指向朝上；支座  $A$  为固定铰链，故其反力可用两种方法来表示，如图 1-11b、c 所示。

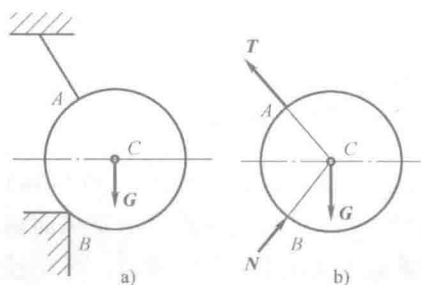


图 1-10 球的受力图

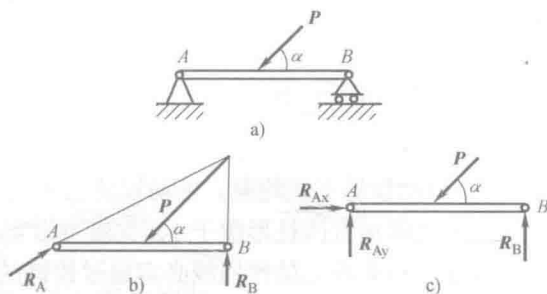


图 1-11 简支梁受力图

【例 1-3】 三角架（图 1-12a）中的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均为铰链，力  $P$  已知。试画杆  $AB$ 、 $BC$  的受力图。



解：分别取杆  $AB$ 、 $BC$  为研究对象，并画出其分离体。

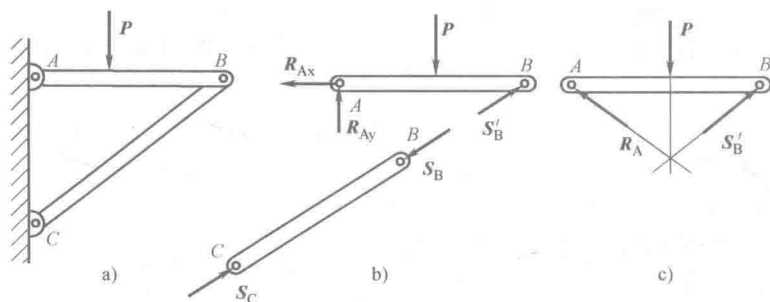


图 1-12 三角架的受力图

$BC$  杆为二力杆，故先画  $BC$  杆的受力图，再画  $AB$  杆受力图，如图 1-12b 所示。

$AB$  的受力图也可根据三力平衡汇交定理来画，如图 1-12c 所示。由图可知，反力  $R_A$  实际上是  $R_{Ax}$  与  $R_{Ay}$  的合力。

受力图中，若约束反力方向标错，在后续平衡方程解题中得到的结果将为负值，可以修正。

## 第四节 平面汇交力系

平面汇交力系是各力的作用线位于同一平面内且相交于一点的力系。

### 一、平面汇交力系的合成与平衡——几何法

#### 1. 合成的几何法

设在刚体上作用一平面汇交力系  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$ ，各力的作用线汇交于  $A$  点（图 1-13a）。

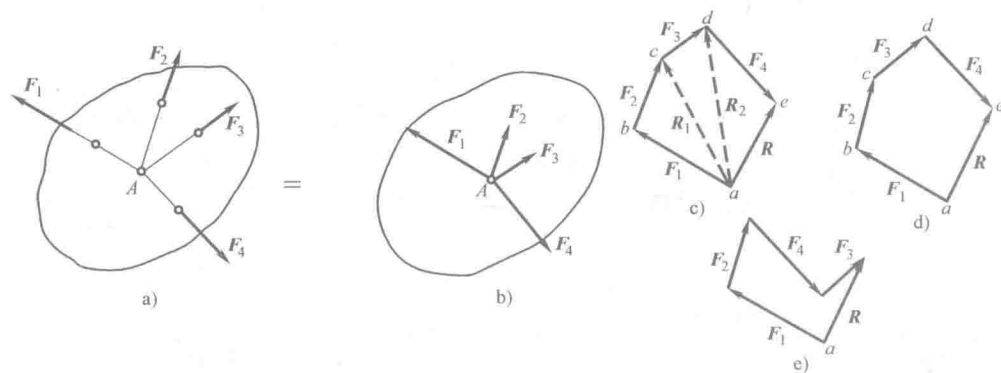


图 1-13 平面汇交力系合成的几何法

可将各力沿其作用线移至汇交点  $A$ （图 1-13b），则可连续应用力的三角形法则将各力依次合成（图 1-13c）。

我们的目的是求合力  $R$ ，所以作图过程中表示  $R_1$ 、 $R_2$  的虚线可以不画，只要把力系中各力矢量首尾相接，连成折线，然后连接折线的首末两点，便得  $R$ 。这称为力多边形

(图 1-13d)。力合成的次序只影响多边形的形状,不影响合力的大小和方向(图 1-13e)。

上述方法可以推广到由  $n$  个力组成的平面汇交力系的情况:平面汇交力系合力的作用线通过力系的汇交点,合力的大小和方向等于力系的矢量和(即力多边形的封闭边)。用矢量式表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum \mathbf{F} \quad (1-2)$$

## 2. 平衡的几何条件

如果合力等于零,则物体将处于平衡状态。可得如下结论:平面汇交力系平衡的充分和必要条件是力系的合力等于零。以矢量式表示为

$$\mathbf{R} = 0 \quad \text{或} \quad \sum \mathbf{F} = 0 \quad (1-3)$$

即力多边形自行封闭(图 1-14)。

【例 1-4】门式刚架(图 1-15a)中的  $B$  点受一水平力  $P$  的作用,其大小为 20kN。不计刚架自重,试求支座  $A$ 、 $D$  的约束反力。

解:取刚架为研究对象,画出其分离体。受力情况如图 1-15b 所示。

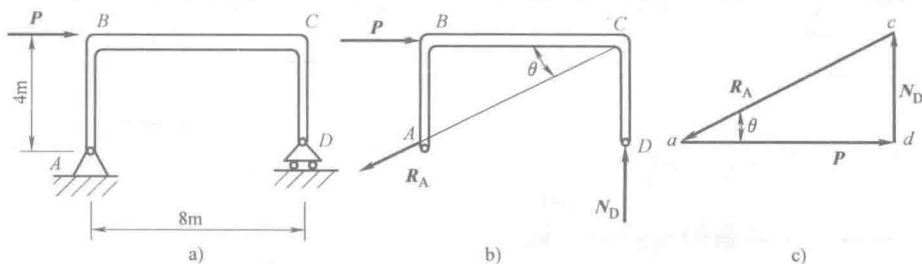


图 1-14 平面汇交力系平衡的几何条件

选择适当的力的比例尺  $\mu$  ( $\mu$  的单位 kN/cm), 自  $a$  点作自行封闭的力三角形  $adc$ , 两反力的指向按矢序规则确定(图 1-15c)。从图中可量得:  $N_D = 10\text{kN}$ ,  $R_A = 22.5\text{kN}$ ,  $\theta = 26^\circ$ 。几何法的优点是简便、直观;缺点是采用了几何度量,有一定误差。

## 二、力的分解

一个力的分解有无穷多解,如图 1-16 所示。要有唯一解必须补充适当条件。例如,规定两分力的方向或规定一个分力的大小和方向等。

常见问题是将一个已知力沿两个已知方向分解。例如,在图 1-17 所示的直齿圆柱齿轮

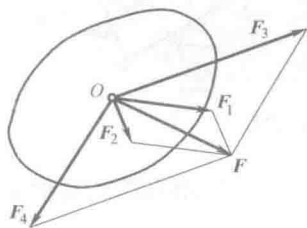


图 1-16 力的分解

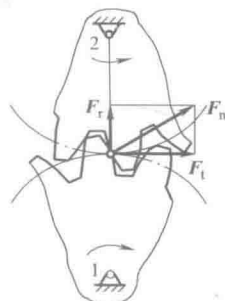


图 1-17 沿两个已知方向的分解

1—主动轮 2—从动轮



传动时, 主动轮 1 施加给从动轮 2 的力为  $F_n$ , 计算中常将力  $F_n$  (在不计摩擦的情况下,  $F_n$  沿着齿面接触点公法线方向) 分解为沿齿轮圆周的切向分力  $F_t$  和沿齿轮直径的径向分力  $F_r$ 。

### 三、平面汇交力系的合成与平衡——解析法

几何法虽然比较直观、简易, 但作图时要细心准确, 且图不能画得过小, 否则会引起较大的误差, 所以在解决力学问题时, 多用解析法。这种方法的基础就是力在坐标轴上的投影。

#### 1. 力在坐标轴上的投影

设力  $F$  作用于  $A$  点 (图 1-18), 取直角坐标系  $Oxy$ , 使力  $F$  的作用线处于  $xy$  平面内。过力  $F$  的两端分别向  $x$ 、 $y$  轴作垂线, 得线段  $ab$  和  $a_1b_1$ 。其中,  $ab$  称为力  $F$  在  $x$  轴上的投影, 用  $F_x$  表示;  $a_1b_1$  称为力  $F$  在  $y$  轴上的投影, 用  $F_y$  表示。矢量  $F$  在坐标轴上的投影不是矢量而是代数量 (标量), 其正、负号规定为: 投影的指向与坐标轴的正向相同时为正值, 反之为负值。则得

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= -F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式中,  $\alpha$  为力  $F$  与  $x$  轴所夹的锐角。由图 1-18 可以得出以下结论: 力  $F$  的大小为

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

其与  $x$  轴所夹角  $\alpha$  的正切为

$$\tan \alpha = \left| \frac{F_y}{F_x} \right| \quad (1-5)$$

#### 2. 合力投影定理

设刚体受一平面汇交力系  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  的作用 (图 1-19a)。用力多边形法则求该力系的合力  $R$  (图 1-19b)。取坐标轴  $Oxy$ , 将合力  $R$  及力系中的各力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  向  $x$  轴投影。则得

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum F_x \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum F_y \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

合力在该轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和。上述关系式对由  $n$  个力组成的平面汇交力系都成立, 这就是合力投影定理。

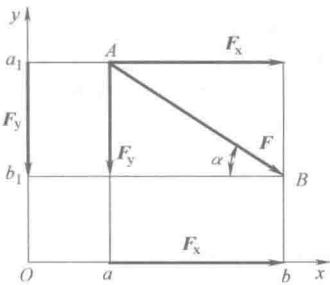


图 1-18 力的投影

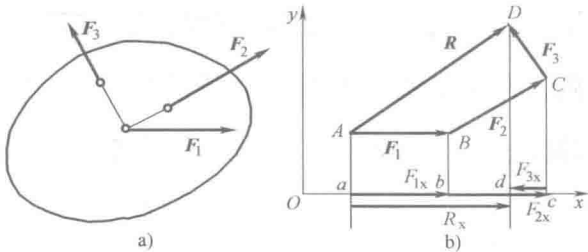


图 1-19 合力投影定理

#### 3. 平面汇交力系合成的解析法

先由式 (1-6) 求出力系中各力在  $x$ 、 $y$  两个坐标轴上投影的代数和  $R_x$ 、 $R_y$ 。然后根据

式 (1-5), 由  $R_x$ 、 $R_y$  就可求得合力  $R$  的大小和方向 (图 1-20)。

合力的大小为

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \quad (1-7)$$

合力的方向可用合力  $R$  与  $x$  轴所夹锐角  $\theta$  的正切来表示, 即

$$\tan\theta = \left| \frac{R_y}{R_x} \right| = \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right| \quad (1-8)$$

利用式 (1-7)、式 (1-8) 计算合力的大小和方向的方法称为平面汇交力系合成的解析法 (或称为投影法)。这个方法的特点是用数学工具计算并加以几何图示。

【例 1-5】平面内的三根绳索连接在一个固定环上 (图 1-21)。已知  $F_1 = 30\text{N}$ ,  $F_2 = 60\text{N}$ ,  $F_3 = 150\text{N}$ , 试用解析法求各力的合力。

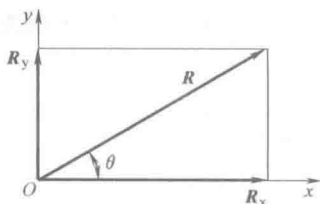


图 1-20 合力的大小和方向

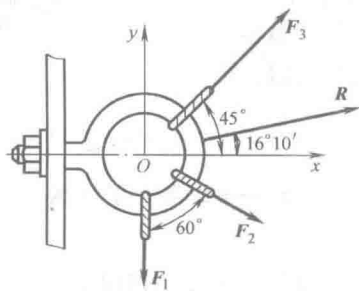


图 1-21 用解析法求平面汇交力系的合力

解: 取坐标轴  $x$ 、 $y$ , 如图 1-21 所示, 分别求出各力在两个坐标轴上投影的代数和

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0 + F_2 \cos 30^\circ + F_3 \cos 45^\circ = 157.7\text{N}$$

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = -F_1 - F_2 \sin 30^\circ + F_3 \sin 45^\circ = 45.75\text{N}$$

由式 (1-7) 可得合力的大小为

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = \sqrt{157.7^2 + 45.75^2}\text{N} = 164.2\text{N}$$

合力的方向为

$$\tan\theta = \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right| = \frac{45.75}{157.7} = 0.29$$

$$\theta = 16^\circ 10'$$

由于  $\sum F_x$ 、 $\sum F_y$  均为正值, 所以合力  $R$  在第一象限, 其作用线通过三个力的汇交点。

#### 四、平面汇交力系平衡的解析条件——平衡方程

前已述及, 平面汇交力系平衡的充要条件是该力系的合力  $R$  等于零。由式 (1-7) 得

$$\sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = 0 \quad \text{即} \quad \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \quad (1-9)$$

上式表明, 平面汇交力系平衡的条件是: 力系中各力在作用面内两个任选的坐标轴上的投影代数和都等于零。式 (1-9) 称为平面汇交力系的平衡方程。这是两个独立的方程, 用它可解具有两个未知数的问题。

【例 1-6】图 1-22a 所示物体的  $G = 20\text{kN}$ , 不计杆和滑轮的重, 不计滑轮直径, 试求