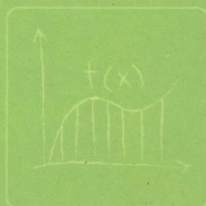
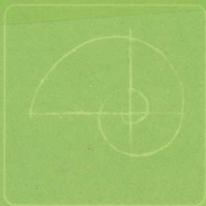
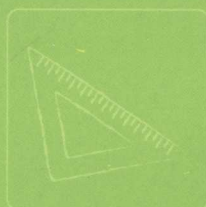
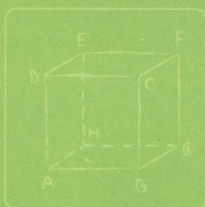
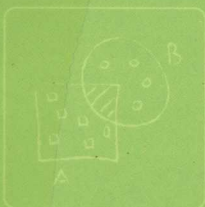
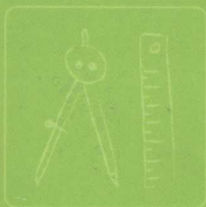
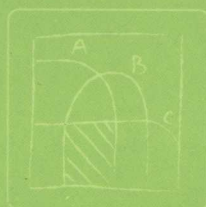
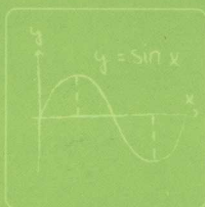
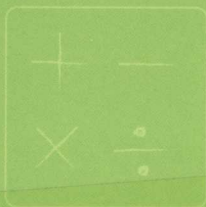
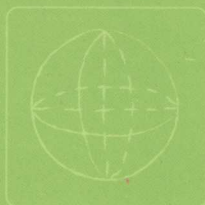
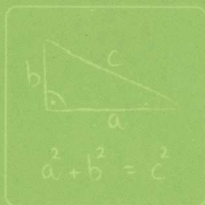


郑毓信 著

小学数学概念与思维教学



江苏凤凰教育出版社
Phoenix Education Publishing, Ltd

郑毓信数学教育论丛(4)

小学数学概念与思维教学

郑毓信 著



江苏凤凰教育出版社
Phoenix Education Publishing, Ltd

图书在版编目(CIP)数据

小学数学概念与思维教学/郑毓信著. —南京:江苏凤凰教育出版社, 2014. 6

ISBN 978 - 7 - 5499 - 4183 - 4

I. ①小… II. ①郑… III. ①小学数学课 - 教学研究
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 144937 号

书 名 小学数学概念与思维教学
编 著 郑毓信
责任编辑 王建军
出版发行 凤凰出版传媒股份有限公司
江苏凤凰教育出版社(南京市湖南路1号A楼 邮编210009)
苏教网址 <http://www.1088.com.cn>
照 排 南京前锦排版服务有限公司
厂 址 常熟市兴达印刷有限公司(电话0512-52381162)
开 本 常熟市梅李镇通港工业园旋力路56号
印 张 890毫米×1240毫米 1/32
版 次 9.625
书 号 2014年7月第1版 2014年7月第1次印刷
定 价 ISBN 978 - 7 - 5499 - 4183 - 4
网 店 20.00元
网 址 <http://jsfhjy.taobao.com>
新浪微博 <http://e.weibo.com/jsfhjy>
邮购电话 025-85406265, 85400774 短信 02585420909
盗版举报 025-83658579

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
提供盗版线索者给予重奖

总序:我与数学教育(2014)

1965年,21岁的我从江苏师范学院数学系毕业,由于家庭背景与其他一些原因,未能如愿成为一名大学教师,而是来到了南京市第二女子中学,成了一名中学数学教师,由此也开始了我与基础数学教育的长期情缘。记得刚刚分到中学时,我的一位大学同学曾不解地提及:“看郑毓信原来一直在搞高等数学,现在居然又一头转向了中学数学!”这或许就是我的一个主要特点:比较本分,通常不会怨天尤人,不管做什么事就想认真做好。

在中学一待就是13年,其间最重要的当然是史无前例的“文化大革命”,学校也早已由原先的女子中学改成了普通中学(南京市梅园中学)。但即使是在教学秩序受到很大冲击的当时,除非根本上不了课,自己又总想上好每一节课。记得1968年“复课闹革命”,就发生过因自己的数学课在学生中有较强反响而将工宣队员吸引进了教室这样的“故事”;自己还曾上过全区的公开课:这并非当时十分流行的“组合式”,即由工宣队员首先忆苦思甜,再由教师组织学生一起算剥削账,而是用辩证思想指导具体数学知识内容教学的一次实践。有点幸运的是,这一课例得到了当时负责全区教育工作的军宣队长的肯定,尽管学校分管教改的负责人曾专门打电话提醒“此人家出身不好,不宜表扬”,但我还是在全区总结大会上听到了对自己的表扬。

在中学期间自己不仅教过完全由“差生”组成的慢班,高考恢复后也教过“快班”,还当过数学教研组长,总的讲可以算一个好教

师,其间还在《中学理科教学》(在当时这是由《数学通报》等几家刊物合并而成的)发表了自己的第一篇教研文章,主要是谈如何采取联系的观点从事三角形和四边形的教学,尽管只拿到了8元钱的稿费,但在当时的学校已经成为一件新闻,因为那时教学类刊物很少,要发表一篇教研文章并非一件易事。

1978年国家恢复招收研究生,尽管没有很多时间进行准备,在同时报考南京大学哲学系自然辩证法专业的60名考生中自己却很幸运地名列前茅并最终成为4名录取者之一。后来在很多场合自己都曾被问及这样一个问题:“您在当时为什么会由数学转向哲学?”一个主要的原因是:在文化大革命期间除去经典著作以外根本不允许看其他的书,又正是通过阅读恩格斯的《自然辩证法》、《反杜林论》等著作自己产生了对于数学哲学的强烈兴趣。例如,上面所提及的那堂全区公开课与教研文章就都是这种兴趣的一个直接反应。另外,自己当时已经34岁,觉得搞数学年龄偏大,搞哲学则似乎不存在这样的问题。

1981年,结束了硕士研究生的三年学习并留在南京大学哲学系任教,1985年首次出国参加国际学术会议,1986年被评为副教授,1987至1988年赴英国伦敦政治经济学院(LSE)学术访问,1988年底破格提升为教授。10年的生活非常紧张,但也十分充实;尽管现在回忆起来仿佛只是一刹那,但也有很多事情让我终身难忘:

第一,尽管我已经成了一名专业的哲学工作者,甚至还戴上了哲学教授这样一个“头衔”,但始终没有完全脱离数学教育,因为在1983年以后,我曾长期为南京大学哲学系的本科生开设高等数学课程。尽管为哲学系的学生开设数学课实非一件易事,但这却使我在南京大学初步站稳了脚跟:我由于学生反映良好获得了南京大学首次评选的“优秀教学奖”一等奖(系里为我申报的只是二等奖),一些同事并因此戏言道:“你不就是依靠数学教育起家的吗!”

第二,感谢朱梧槿教授的引荐,使我有机会追随我国著名数学家徐利治先生,并因此在自己的整个学术生涯中自始至终获得了极大教益,特别是,就当时而言,正是在数学方法论方面的具体工作使我获得了学术研究的直接切入点,并于1985年出版了我的第一本著作《数学方法论入门》(浙江教育出版社)。令我十分高兴的是,尽管在发行初期曾遇到一定的困难,但依靠母校《中学数学月刊》编辑部,特别是唐复苏教授的支持,这一问题很快得到了解决:5000册书通过邮购在一个月内销售一空(值得提及的是,在首次出版的20年后,这一著作又于2006年再版发行,一本著作在20年后仍有一定的价值当然是对作者的极大肯定)。1991年广西教育出版社出版的《数学方法论》是我在数学方法论方面的第二本著作,此书至今发行量已超过4万,有点出乎我的意料。

第三,我的两位导师夏基松和林德宏教授不仅在哲学上给了我直接指导,而且也在各个方面给了我很大帮助。人民出版社于1986年出版了依据我的硕士论文改写而成的《西方数学哲学》,其后江苏教育出版社又在1990年出版了我的《数学哲学新论》,后者主要反映了我1987至1988年在英国访问期间的学术收获。

第四,正是对于数学哲学的巨大兴趣,促使我在赴英期间选择了英国伦敦政治经济学院作为主要的访问学校,因为,那里曾是国际著名数学哲学家拉卡托斯(I. Lakatos)工作过的地方,自己还有幸获得了拉卡托斯研究基金。我以关于拉卡托斯的一篇论文(发表于*The British Journal for Philosophy of Science*, 1990, 九月号)结束了这次访问,这或许就从一个侧面反映了我通过这次访问所获得的巨大收获。在英期间我还曾应邀到牛津大学作了专题讲演(University Lecture on Philosophy of Mathematics),自己也因此受到很大鼓舞:能登上牛津的讲台,今后在世界上就没有什么讲台能吓倒我了!

由于先期的经历使自己结下了深深的数学教育情缘,也由于认为数学哲学应当对实际的数学活动发挥积极的促进作用,从1989年开始自己又重新转向了数学教育;但由于现在有了新的不同的身份(哲学教授),能否为数学教育界认同就成了一个新的问题。感谢钟善基、曹才翰等前辈为我敞开了大门:我被邀请参加在上海师范大学召开的全国高等师范院校数学教育研究会1990年年会并作大会报告,从而就有机会与各位数学教育界的同行进行了初步接触;另外,又正是通过参与1990年在北京召开的“五国数学教育会议”,自己结识了国际著名的数学教育家戴维斯(Robert Davis),这对于我后来在数学教育方面的进一步工作具有十分重要的影响。

1991年,南京大学又一次为我提供了外访的机会(1991—1992)。这次由美国联合基金会资助,访问的对象美国罗格斯大学(新泽西州立大学)数学教育研究所,是美国最为著名的数学教育研究所之一,接待者就是戴维斯教授。因在北京与我有过接触,他发现我是少数几个能同时很好理解中国与西方数学教育的人士之一,并因此对我的访问表现出了很大热忱。他邀请我住在他的家中,并为我提供了良好的工作条件。戴维斯教授在送我的一本著作上写下了这样的题词:“感谢您来此访问,希望我们能在一起合作工作很多很多年!”事实上,戴维斯曾希望我留在美国攻读数学教育博士学位,但由于一些客观原因未能真正实现;另外,由于戴维斯在我返回中国后不久猝然去世,自己就失去了与这样一位大师与可亲长者长期合作的可能性。

对美国的学术访问应当说为我在数学教育领域中的进一步工作打下了良好基础,特别是,正是通过这一访问自己有机会更好地了解这一领域中的最新发展,这事实上也就是我在20世纪90年代从事的一项主要工作,即是对国际上数学教育的一些最新发展作出综合介绍与分析,主要包括《问题解决与数学教育》(江苏教育出

版社,1994)、《认知科学、建构主义与数学教育》(与香港大学梁贯成先生合作,上海教育出版社,1999)、《数学教育的现代发展》(江苏教育出版社,1999)等。应当指出,自己当时并曾对1989年前后在美国开展的新一轮数学课程改革进行了专门介绍(相关论文曾在《数学教育学报》组织的调查中被读者列为“最受欢迎的文章”),这也就清楚地表明了自己对于数学教育改革的积极性。当然,从问题的另一方面,我也清楚地认识到了这样一点:我们不应盲目地追随国际上的潮流,而应坚持自己的独立分析与必要批判。例如,这事实上也就是自己为什么会在2001年于成都召开的一次大会上公开声称我不是建构主义者的主要原因,尽管正是自己在国内最早对建构主义进行了系统介绍。

与上述的工作相比较,1995年由四川教育出版社出版的《数学教育哲学》更可被看成一种原创性的研究,其主要目的就是 from 哲学角度为数学教育奠定必要的理论基础。这一著作得到了普遍的肯定与好评,不仅在1998年举行的“(第四届)全国优秀教育类图书评选”中获得一等奖,台湾的九章出版社也于1998年出版了该书的中文繁体字版。

就这一期间的工作而言,还应提及这样几件事:

第一,由于梁贯成先生的支持,自己得以先后三次对香港大学进行了学术访问,其间也曾应黄毅英先生的邀请到香港中文大学作学术讲演和短暂访问。这些访问不仅使我有机会更好地了解数学教育领域的最新进展,而且也让我暂时摆脱日常教学的压力静下心来好好作一点总结与反思。较为可惜的是,由于语言的限制,自己未能利用这些机会对香港的数学教育多作一点可能的贡献;与此相对照,自己1997年对台湾为期二个月的访问似乎就没有任何特殊的困难(这是由台湾“中央研究院”数学研究所的李国伟教授安排的,这一访问的直接成果之一就是我们合作完成的《数学哲学中的革命》这样一本专著[台湾九章出版社,1999]),特别是,自

己更利用这一机会作了十几场讲演,有在高等院校的,也有在基层学校的,甚至还有以中学生为直接对象的。在此并应特别感谢台湾九章出版社孙文先先生在这一期间为我提供的种种便利与帮助。

第二,由于英国学术院的资助,在1997年即初次访问的十年以后自己又有机会再次对英国进行了为期半年的学术访问,在这一期间我并曾先后应邀赴英国伦敦大学国王学院、意大利罗马大学、米兰大学、德国柏林自由大学、荷兰德尔夫脱大学等作学术访问和专题讲演。有点自豪的是:其中既有哲学系也有数学系(所),甚至还包括计算机系,这种跨学科的现象应当说较为少见。

第三,自1992年开始,自己基本上每年都要参加由华东师范大学张奠宙先生主持的“数学教育高级研讨班”,从而就始终保持了与数学教育工作者的直接接触。总的来说,自己作为一个哲学工作者在数学教育领域中得到的“待遇”,可以说既有欢迎也有排斥(如带着“笑脸”的拒绝:“老郑,你是搞哲学的,这次数学教育会议就不惊动你了。”);既有肯定也有否定(如“数学哲学对于我国的数学教育基本上没有什么影响”)。但从反思的角度看,这些应当说都十分正常,还是“一笑了之,走自己的路”。

第四,这一期间还与王宪昌、蔡仲、肖柏荣、熊萍等教授先后合作完成了《数学文化学》(四川教育出版社,2000)、《数学思维与数学方法论》(四川教育出版社,2001)等两部著作。它们与先期出版的《数学教育哲学》一起合成了《数学·哲学·文化·教育系列》,这集中地展示了我在这一领域中的主要工作。

自1999年正式启动的我国新一轮数学课程改革,促使我将数学教育领域内的工作由主要集中于理论研究转向更为关注实际的数学教学活动。以下就是自己在这方面的一个自觉定位,即是希望能从学术角度对课程改革的深入发展作出应有的贡献,包括深

入的理论分析以及必要的批判。另外,如果说“放眼世界,立足本土;注重理念,聚焦改革”正是自己在这一方面工作的基本立场,那么,坚持独立思考,坚持讲实话、真话就是这一时期中各项工作的一个共同特点。尽管前些年自己曾在网上看到这样一条批评意见:“郑毓信对于课程改革是假拥护、真反对”;但我相信任何有过深入思考的人都会赞同这样一个意见:为了促进课程改革的深入发展,仅仅看到成绩是不够的,更为重要的应是“发现问题,正视问题,解决问题,不断前进”。

在这一期间自己不仅在《教育研究》、《课程、教材与教法》、《全球教育展望》等教育类核心刊物上发表了多篇论文,还在《中学数学教学参考》、《小学青年教师》(现《小学教学》)等专门性数学教学类杂志上发表了大量文章,一些主要的论文并以论文集的形式先后由上海教育出版社正式出版:《数学教育:从理论到实践》(2001)、《数学教育:动态与省思》(2005)、《课改背景下的数学教育研究》(2012)。这一期间自己还曾多次应邀为多种类型的教师培训作专题讲演,十分感谢诸多教研员同志与基层教师对自己的信任及其为组织这些活动所作出的努力。

还应提及的是,如果说在先前自己所关注的主要是中学数学,那么,在这一时期就对小学数学给予了更多关注。这同样也是自己的一种自觉选择,因为在我看来,这是一种不应有的“两极分化”:中学的数学教育常常被认为附属于数学,小学的数学教育则更为明显地表现出了一般教育学与心理学的影响;进而,尽管上述的两种倾向就其表现形式而言似乎是互相对立的,但它们事实上又都是与数学教育的专业化直接相违背的。从而,就当前而言,所有具有数学背景的数学教育工作者就都应当给予小学数学更多的关注。当然,为了成为真正的“内行”,自己也作了很大努力:听一线教师的课,不仅听数学课,甚至还包括语文课;看一线教师的文章,不仅看名教师的,也看普遍教师的……由于时间和精力有限

制,我还因此而放弃了一项教育部重大科研项目(资助金额 20 万),甚至还引起了哲学圈内一些同行的误会;但是,我却不仅因关注小学数学更为切实地感受到了自己工作的意义,而且也在各个方面获得了很大启示和教益。

具体地说,自己就正是由一线教师包括各级教研员的积极反应获得了最大支持和鼓励,而这事实上也就是促使笔者写作这一丛书的主要原因,即是希望能为一线老师、特别是小学数学教师做更多的事情。我也希望这一丛书能够得到广大一线教师的认同,因为,这正是一个哲学工作者数学教育情结的延伸与继续。

论丛(1)《开放的小学数学教学》和论丛(2)《数学思维与小学数学》是在 2008 年同时出版的。尽管相应的宣传与发行工作不能说做得很好,但笔者仍然由以下的现象得到了很大鼓舞:它们从一开始就受到了一线教师的普遍欢迎,有时 1 000 多人的培训一次就能卖掉近 500 套;更有一个省一下子就订了 15 000 本,这还是在笔者完全不知道的情况下进行的。这直接促使笔者在 2011 年撰写了论丛(3)《数学教师的三项基本功》,现在又完成了论丛(4)《小学数学概念与思维教学》。

就 2008 年以来自己在数学教育领域内的工作而言,还应特别提及这样几件事:

第一,与先前相比,可以说更多地卷入到了教师的培训工作中,大到所谓的“国培”或省一级的教师培训,小至区县级数学教师的全员培训或是由某个中小学单独组织的教研活动;既有 4 000 多人的超大规模,也有小范围内以骨干教师为对象的系列讲座……由于这些活动常常集中于一年中某几个时段,有时就确实感到有些“力不从心”,但从内心深处讲这又是自己十分愿意承担的一项工作。

随着工作的深入,笔者也与一线教师和各级教研员有了更多

接触,甚至还可说有了一定的互动,这也促使笔者将更多的精力与时间转向了普通学校与家常课。如果说这正是对于笔者工作的最大肯定,即是在不经意中常常会看到一些素不相识的教师在他们的教研文章转引了我的某些论点和看法,那么,这就是笔者在这方面的迫切愿望,即是有更多的学校和教师向理论研究者敞开大门,并能通过两者的密切合作促进数学教育事业的深入发展。

另外,就教师自身的专业成长而言,我们又应清楚地认识到这样一点:与各种教学方法或教学模式的学习和简单应用相比较,我们应当更加重视自身教学能力的提高。后者事实上也正是笔者明确提出“数学教师的三项基本功”的主要原因。

第二,如果说笔者在课改初期的研究工作主要集中于“数学教学方法的研究与改革”,那么,随着时间的推移,这也有了不小的变化,后者不仅是指研究问题的扩展,也是指研究立场的重要变化。因为,新一轮课程改革已经进行了十多个年头,现更可以说正处于深入发展的关键时刻,因此,这就是我们在当前的一项重要任务,即是应从各个方面对过去十多年的课改实践作出认真总结与反思,特别是,我们不仅应当认真地研究所存在的各种问题或不足之处,也应更为深入地去思考进一步的努力方向,包括如何能够发扬已取得的成绩,真正“做实做细做深”。

例如,后者事实上就是以下的一系列文章的共同主题:“展望‘后课标时代’”(2009),“‘高潮’之后的必要反思”(2010),“国际理论视野下的中国数学教育”(2010),“数学课程改革如何深入?”(2010),“数学教师的专业成长”(2010),“数学教育的误区与盲点”(2011),等等。

当然,这又是这方面的一个最新发展,即是2011年版的《数学课程标准》的颁发;又由于这是笔者在这方面的一贯看法,即是不同声音的存在有益于人们更为深入地去进行思考,并可有效地防止形式主义的泛滥,因此,这也就直接引发了以下的研究:“《义务

教育数学课程标准(2011年版)》之审思”(2012),“数学课改深入发展不应被忽视的几个环节”(2013),“《数学课程标准(2011)》的‘另类解读’”(2013),“更好承担起理论研究者的历史责任”(2013),等等。

第三,在这些年中笔者还明确提出了这样两个论点:

(1)“立足专业成长,关注基本问题。”这不仅是笔者经由对过去十多年课改实践的总结与反思所得出的一个主要结论,也集中地反映了笔者的这样一个认识:我们应当走出课程改革并从更为广泛的角度去进行思考和研究,因为,课程改革毕竟不是改进教育的唯一途径,而且,这又正是我国历次教育改革运动的一个通病,即是“积累”太少,从而就经常出现每次都是“从头做起”这样一种不应有的现象。

(2)积极提倡“理论的实践性解读”与“教学实践的理论性反思”。应当指出的是,这一主张不仅与传统的对于理论指导性作用的唯一强调直接相对立,而且也反映了笔者对于“反思性实践者”这一现今在教育领域中得到普遍提倡的关于教师工作的新定位的进一步思考,特别是,我们究竟应当如何去认识与处理理论与实践活动之间的辩证关系。

例如,这显然就可被看成上述立场的一个必然结论,即是我们不应关起门来搞研究,而是应当更加关注数学教育的现实情况。后者事实上也可被看成笔者这些年工作的一个主要特点,对此例如由以下的文章就可清楚地看出:“教学模式研究需要再深入”(2012),“聚焦‘课堂文化’与‘中观文化’”(2012),“动态与省思:聚焦数学教育”(2012),“数学教育:问题与思考”(2013),“关于‘以学为中心’的若干思考”(2014),等等。

第四,这些年中笔者并坚持了“一年做一个新的讲座”这样一个做法。以下就是一个大致的清单:2008年:“有效的教学,开放的教学”;2009年:“走进数学思维”;2010年:“课改背景下的教师

专业成长”;2011年:“数学教学研究:问题与案例”;2012年:“数学教师的三项‘基本功’”;2013年:“《数学课程标准(2011)》的‘另类解读’”。

在此或许还可提及这样一个事实:在积极从事数学教育研究的同时,自己在很长时期内也一直坚持了数学哲学和科学哲学的研究,在两者之间还可说存在一定的互动。2012年出版的《科学哲学十讲》(译林出版社)就是笔者在后一方面长期耕耘的一个主要成果。令笔者十分高兴的是,后一著作的出版居然还得到了数学教育领域内不少同行的认同,因为,这正是笔者的一个潜在想法:对于哲学思维的高度重视或许即可被看成中国数学教育真正走向成熟的主要标志,我们更在任何时候都应坚持自己的独立思考与一定的批判精神。

相信广大读者也能由此而体会到笔者的这样一个心愿:坚持学习,努力工作,发愤忘食,乐而忘忧。

希望这也能成为广大一线教师与理论工作者的共同心愿!

郑毓信于南京

初稿完成于2007年8月

新稿完成于2014年3月

引言:现实与梦想

自《数学教师的三项基本功》([论丛(3)])2011年出版以来,又有近三个年头过去了。回顾这几年数学教育领域中的发展与变化,2011版《数学课程标准》的颁发、“先学后教”等教学模式的盛行无疑是最为重要的一些大事,本书收入了笔者对于这些事件的看法与评论。你未必要接受笔者的观点,但仍然希望这些“另类解读”能够激发你的思考。

将这一著作与先前的三部著作加以比较,读者也可发现笔者这些年的一些变化,特别是将更多的注意力转移到了普通教师 and 家常课。这一转变不仅使笔者的研究更接“地气”,在不少问题上的看法也有了一定的深化。进而,这事实上也可被看成这一著作的一个重要特征,即是希望通过与一线教师的密切联系与真诚合作,努力做好“理论的实践性解读”与“教学实践的理论性反思”。

纵览这些专门为小学数学教师撰写的著作读者也可感受到笔者的孜孜追求:“我们是真正的同志”,“走进数学思维”,“让数学教育真正成为一门专业”……的确,这个时代为人们提供了更多的机会和机遇,但要做好任何一件事还是要靠毅力和坚持,并能真正“做实做细做深”,但愿这也能成为全体数学教育工作者的共同心愿。

人要有一定的梦想!当然,梦想的实现也离不开冷静的现实分析。真心希望中国能够出现一大批具有自己独立思考的小学数学教师,更希望中国数学教育能够取得脚踏实地的进步,而不是无

休止地重复这样的命运：“期盼、失落、冲突、化解和再上路……”乃至每次都是从头开始，却很少有真正的积累！

借用一句时髦的话，这也就是我的“中国梦”！

郑毓信

写于 2014 年蛇马交替之际

目 录

引言:现实与梦想	1
----------------	---

I 走向专业成长:思考与学习

第一章 教师专业成长的更高追求	2
1.1 教师应有自己的独立思考	2
1.2 数学教育的 20 个问题	12
1.3 教师专业成长的基本途径	20
第二章 若干重要理论的实践性解读	27
2.1 建构主义的“历史考察”	27
2.2 《数学课程标准(2011)》的“另类解读”	32
2.3 “有效数学教学”的实践性解读	49
2.4 关于“以学为中心”的若干思考	57

II 聚焦课堂教学:案例与分析

第三章 教研道路上的无穷探究	70
3.1 从“圆的认识”的教学谈开去	70
3.2 从“多位数加减法”的三个课例看传统的继承与 发展	79