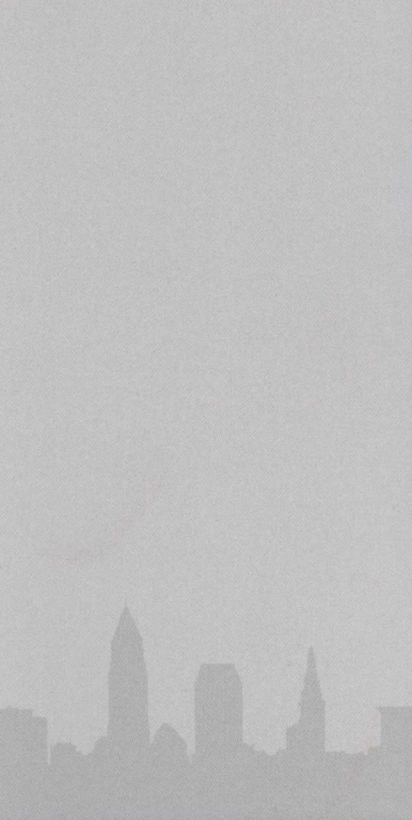




全国硕士研究生入学考试辅导用书(土木工程类)

梁小燕 蒋永莉◎主编

材料力学 精讲及真题详解

中国建筑工业出版社

全国硕士研究生入学考试辅导用书(土木工程类)

材料力学精讲及真题详解

梁小燕 蒋永莉 主编

中国建筑工业出版社

图书在版编目(CIP)数据

材料力学精讲及真题详解/梁小燕等主编. —北京: 中国建筑工业出版社, 2011. 8

全国硕士研究生入学考试辅导用书(土木工程类)

ISBN 978-7-112-13432-8

I. ①材… II. ①梁… III. ①材料力学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 151420 号

全国硕士研究生入学考试辅导用书(土木工程类)

材料力学精讲及真题详解

梁小燕 蒋永莉 主编

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京天成排版公司制版

北京云浩印刷有限责任公司印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 15 $\frac{3}{4}$ 字数: 390 千字

2011 年 9 月第一版 2011 年 9 月第一次印刷

定价: 35.00 元

ISBN 978-7-112-13432-8

(21154)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

内容提要

本书是学习材料力学和准备报考硕士研究生读者的参考书，详细介绍了材料力学学习过程中应该掌握和了解的基本概念及主要知识点，并对需要重点掌握的问题及其解析的理论依据、解题思路作了简单阐述。本书精选了同济大学、北京交通大学、浙江大学、西安交通大学、上海交通大学、北京航空航天大学、北京理工大学、哈尔滨工业大学、河海大学、西南交通大学等多所高校历年来土木工程专业研究生入学考试中材料力学科目的大量真题，结合相应的知识点，对真题进行详细讲解和点评。

全书分为 12 章，包括构件基本变形的强度计算和刚度计算、应力状态与强度理论、组合变形、压杆稳定、动载荷、能量方法、静不定结构等。各章都包括基本内容、要点与解析方法、真题详解三个部分，最后为读者提供两套综合模拟试卷。

本书可作为工科各专业的学生、准备报考硕士研究生的读者，以及电大、夜大及自学考试等学生学习材料力学的参考书，同时，也可作为教师的教学参考书。

责任编辑：刘婷婷

责任设计：李志立

责任校对：肖 剑 王雪竹

本书编委会

主 编：梁小燕 蒋永莉

参加编写：邹翠荣 祝 瑛 兑关锁

主 审：汪越胜

前 言

材料力学是工科各专业一门极其重要的专业基础课，同时也是让初学者和准备复习考研的学生感到很困难的课程。一方面，材料力学涉及连续体变形理论的基本思想和方法，是一系列有关变形体高级课程的入门；另一方面，该课程提供的分析方法和结果可直接应用于工程结构设计，因而具有很强的实用性。

本书可作为土木、机械、交通运输、管理、环境、航空航天等工科各专业正在学习材料力学的初学者、准备报考硕士研究生的读者的学习参考书，亦可作为教师的教学参考书。根据教学基本要求，本书首先介绍了各章主要的基本概念及知识要点，明确了学习重点和难点及解析基本思路、方法，然后精选了同济大学、北京交通大学、浙江大学、西安交通大学、上海交通大学、北京航空航天大学、北京理工大学、哈尔滨工业大学、河海大学、西南交通大学等多所高校历年来土木工程专业研究生入学考试中材料力学科目的大量真题，结合相应的知识点，对真题进行详细讲解和点评。本书最后一章为模拟试卷。

全书共分 12 章，由北京交通大学力学课程组组织编写。其中蒋永莉编写了第 1、5、11 章，邹翠荣编写了第 2、3、4 章，祝瑛编写了第 8、9 章，梁小燕编写了第 6、7、12 章，兑关锁编写了第 10 章，全书由梁小燕统稿，由汪越胜教授负责审稿。参加编写的人员都是多年从事材料力学教学的优秀主讲教师，将自己多年的教学经验充分融合到了书籍的编写过程中。同时，本书编写过程中采纳了课程组多位老师的意见和建议。

感谢在本书编写过程中为我们提供各种资料的老师、同学和朋友们。同时编写过程中得到了北京交通大学土建学院、力学系同行的大力支持，在此一并致以衷心的感谢。

由于作者水平有限，书中不妥甚至错误之处，恳请广大读者指正。

2011 年 8 月

目 录

第 1 章 轴向拉伸、压缩与剪切	1
1.1 基本内容	1
1.2 要点与解析方法	2
1.3 真题解析	3
第 2 章 扭转	15
2.1 基本内容	15
2.2 要点与解析方法	15
2.3 真题解析	16
第 3 章 弯曲内力	27
3.1 基本内容	27
3.2 要点与解析方法	27
3.3 真题解析	28
第 4 章 弯曲应力	52
4.1 基本内容	52
4.2 要点与解析方法	52
4.3 真题解析	53
第 5 章 弯曲变形	80
5.1 基本内容	80
5.2 要点与解析方法	81
5.3 真题解析	82
第 6 章 应力状态 强度理论	89
6.1 基本内容	89
6.2 要点与解析方法	90
6.3 真题解析	91
第 7 章 组合变形	108
7.1 基本内容	108
7.2 要点与解析方法	108
7.3 真题解析	109

第 8 章 压杆稳定	130
8.1 基本内容	130
8.2 要点与解析方法	131
8.3 真题解析	131
第 9 章 动载荷	160
9.1 基本内容	160
9.2 要点与解析方法	161
9.3 真题解析	161
第 10 章 能量方法	191
10.1 基本内容	191
10.2 要点与解析方法	192
10.3 真题解析	193
第 11 章 静不定结构	207
11.1 基本内容	207
11.2 要点与解析方法	207
11.3 真题解析	208
第 12 章 模拟试卷	228
模拟试卷(一)	228
模拟试卷(一)参考答案	231
模拟试卷(二)	235
模拟试卷(二)参考答案	238
参考文献	240
主要符号表	241

第 1 章 轴向拉伸、压缩与剪切

1.1 基本内容

1.1.1 轴向拉压的内力、应力及变形

(1) 横截面上的内力：轴力 F_N ，符号规定：拉力为正，压力为负。工程上常以轴力图表示杆件轴力沿杆长的变化。

(2) 横截面上只有正应力，没有切应力。正应力在横截面上均匀分布，其计算公式为

$$\sigma = \frac{F_N}{A}$$

正应力的符号规定：拉应力为正，压应力为负。常用的单位为 MPa、Pa。

(3) 正应力强度条件。

强度计算是材料力学研究的主要问题之一。轴向拉压时，构件的强度条件为

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \leq [\sigma]$$

可解决三个方面的工程问题：强度校核、设计截面尺寸及确定许用载荷。

(4) 胡克定律

线弹性范围内，杆的轴向变形量 Δl 与杆截面上的轴力 F_N 、杆的长度 l 成正比，与截面尺寸 A 成反比，即

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

式中的 E 称为材料的弹性模量， EA 称为抗拉压刚度。

或描述为线弹性范围内，应力应变成正比，即

$$\sigma = E\epsilon$$

胡克定律表明：在比例极限内，应力和应变成正比。胡克定律是材料力学最基本的定律之一。

1.1.2 材料轴向拉压时的力学性质

材料力学性质，对于研究、解决构件强度和刚度问题十分重要。材料力学性质一般是通过实验的方法进行研究。轴向拉压试验是最主要、最基本的试验之一，由该实验可测定的材料性能指标有：

E ——材料抵抗弹性变形能力的指标，称为弹性模量；

σ_s ， σ_b ——材料的强度指标；

δ ， ψ ——材料的塑性指标。

低碳钢的拉伸试验是一个典型的轴向拉伸试验。

1.1.3 简单的拉压静不定问题

(1) 未知力的个数超过独立的静力平衡方程个数的问题为静不定问题，其中未知力可以是结构的约束反力或构件的内力。

(2) 解决静不定问题，除列出独立的静力平衡方程外，还需列出一定数量的补充方程，这些补充方程可由结构各部分变形之间的变形几何关系以及变形和受力之间的物理关系获得，将补充方程和静力平衡方程联立求解，即可求解全部未知力。

(3) 相对于静定结构而言，静不定结构具有以下特性：①杆件制造误差，将引起装配应力；②杆件温度变化，将引起温度应力。

1.1.4 剪切和挤压的实用计算

工程中经常用到连接件，如铆钉、销钉、键或螺栓等。连接件一般受剪力作用，并伴随有挤压作用，因而连接件应同时满足剪切强度条件和挤压强度条件。有时还要考虑被连接构件的拉伸强度。

(1) 两作用外力之间发生相互错动的面称为剪切面。剪切面上的切应力为 $\tau = \frac{F_s}{A}$ ，其中 F_s 为剪力， A 为剪切面的面积，即假设切应力在剪切面上均匀分布。

剪切强度条件为：

$$\tau = \frac{F_s}{A} \leq [\tau]$$

(2) 产生相互挤压的表面称为挤压面。挤压面上的挤压应力为 $\sigma_{bs} = \frac{F}{A_{bs}}$ ，式中 F 为挤压力， A_{bs} 为挤压面积，即假设挤压应力在挤压面上均匀分布。

挤压强度条件为：

$$\sigma_{bs} = \frac{F}{A_{bs}} \leq [\sigma_{bs}]$$

1.2 要点与解析方法

1.2.1 轴向拉压的应力、强度计算及变形计算

强度计算是本章的重点内容，它能够解决三类工程问题。

(1) 对等截面直杆，横截面上的正应力最大，强度计算时必须明确在哪个截面进行强度计算；而纵向截面上的正应力等于零。

(2) 应用胡克定律计算变形时，内力应以代数值代入。

求解结构上节点的位移时，设想铰接于该节点的各杆，沿各自的轴线自由伸缩，从变形后各杆的终点作各杆轴线的垂线，这些垂线的交点即为节点的新位置。

1.2.2 简单拉压静不定问题

求解静不定问题的关键是列出正确的变形几何关系。在列变形几何关系时，注意假设

的变形应是杆件可能的变形。

- (1) 列独立的静力平衡方程；
- (2) 根据变形协调关系列出变形的几何关系；
- (3) 列出力与变形之间的物理关系；
- (4) 联立解方程组，求解未知力。

1.2.3 材料在拉压时的力学性能

力学性能是材料在外力作用下表现出的变形、破坏等方面的特性，是通过实验研究的方法来实现的，这种方法对我们以后的工程设计有一定的指导作用。

注意理解力学性质中涉及的几个强度指标及塑性指标。

1.2.4 剪切和挤压的实用强度计算

连接件的强度计算，关键在于正确判断剪切面和挤压面。剪切面积为受剪面的实际面积。当挤压面为圆柱面时，一般取圆柱的直径平面面积为挤压面面积，以简化运算。

1.3 真题解析

1.3.1 轴向拉压的应力、强度计算及变形计算

【例 1-1】 应用拉、压正应力公式的条件是_____。

- | | |
|-------------|--------------|
| A. 应力小于比例极限 | B. 外力合力沿杆的轴线 |
| C. 应力小于弹性极限 | D. 应力小于屈服极限 |

(华中科技大学, 2002)

解析：答案为 B。在推导轴向拉压杆横截面上正应力时，首先由实验得知轴向拉压杆各点处均匀变形，然后由平面假设得到横截面上正应力均匀分布的结论，正应力所组成内力系的合力与外力相等，可推导出拉、压正应力公式。整个推导过程中并未对杆件的变形加以限制。只要外力及其合力与杆件轴线重合，产生轴向拉压变形，拉、压正应力公式即成立。

【例 1-2】 轴向拉压杆，在与其轴线平行的纵向截面上_____。

- | | |
|-----------------|-----------------|
| A. 正应力为零，切应力不为零 | B. 正应力不为零，切应力为零 |
| C. 正应力和切应力均不为零 | D. 正应力和切应力均为零 |

(5 分, 中国科学院研究生院, 2007)

解析：答案为 D。由轴向拉压时斜截面的应力计算公式： $\sigma_{\alpha} = \sigma \cos^2 \alpha$ ， $\tau_{\alpha} = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha$

与其轴线平行的纵向截面上，即 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ，代入上两式可知，正应力和切应力均为零。

【例 1-3】 变截面杆受两个集中力作用，如图 1.3-1 所示，设 AB 和 BC 段的横截面积

为 A_1 、 A_2 ，且 $A_2 = 1.5A_1$ ，则 AB 段的应力与 BC 段的应力之比为_____。(3 分，华南理工大学，2007)

解析：答案为 1 : 2。由轴向拉压时横截面上的正应力公式 $\sigma = \frac{F_N}{A}$ ，可得 AB 段的正应力为 $\sigma_{AB} = \frac{P}{A_1}$ ；BC 段的正应力为 $\sigma_{BC} = \frac{3P}{1.5A_1}$ 。

所以 AB 段的应力与 BC 段的应力之比为 1 : 2。

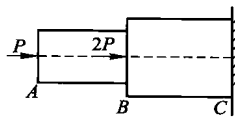


图 1.3-1

【例 1-4】 一钢制阶梯杆如图 1.3-2 所示，已知 AB 和 BC 段的横截面积分别为 A 和 $2A$ ，材料的弹性模量为 E ，在 A 和 B 截面处分别作用轴向载荷 P 和 $3P$ ，AB 和 BC 段的长度均为 l ，则 A 截面的位移为_____。(5 分，西安建筑科技大学，2009)

解析： A 截面的位移为 0。首先确定 AC 杆各段的轴力分别为：

$$\begin{aligned} F_{NAB} &= P \\ F_{NBC} &= -2P \end{aligned}$$

由于 AB 段、BC 段的轴力及截面面积均不相同，分别计算 AB 段、BC 段轴向伸长量：

$$\begin{aligned} \Delta l_{AB} &= \frac{F_{NAB} l_{AB}}{EA_{AB}} = \frac{Pl}{EA} \\ \Delta l_{BC} &= \frac{F_{NBC} l_{BC}}{EA_{BC}} = \frac{-2Pl}{E(2A)} = -\frac{Pl}{EA} \end{aligned}$$

变截面杆 ABC 的轴向伸长量：

$$\Delta l_A = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = 0$$

A 截面的位移等于杆 ABC 的轴向伸长量，为

$$\Delta_A = \Delta l_A = 0$$

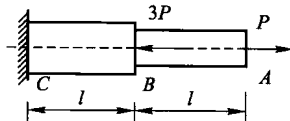


图 1.3-2

【例 1-5】 图 1.3-3 所示支架，已知两杆材料相同，其横截面面积之比为 $A_1/A_2 = 2/3$ ，其承受载荷为 F ，试求：

- (1) 两杆应力相等时的夹角 θ ；
 - (2) 若 $F = 10\text{kN}$ ， $A_1 = 100\text{mm}^2$ 时，杆的应力。
- (东南大学，2002)

解析：(1) 以节点 B 为研究对象，由平衡方程可得 AB 段、BC 段轴力分别为：

$$\begin{aligned} F_{NBC} &= \frac{F}{\sin\theta} \quad (\text{压力}) \\ F_{NAB} &= \frac{F}{\sin\theta} \cos\theta \quad (\text{拉力}) \end{aligned}$$

AB 段、BC 段的正应力分别为：

$$|\sigma_{BC}| = \frac{F}{\sin\theta} \frac{1}{A_2}$$

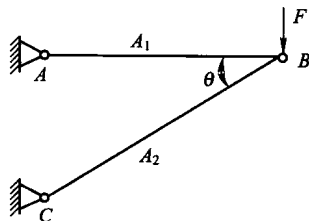


图 1.3-3

$$|\sigma_{AB}| = \frac{F \cos \theta}{\sin \theta A_1}$$

由已知条件, 两杆应力相等, 可得:

$$\frac{F}{\sin \theta A_2} = \frac{F \cos \theta}{\sin \theta A_1}$$

$$\cos \theta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{3}$$

$$\theta = \arccos \frac{2}{3} = 48^\circ 12'$$

(2) 若 $F=10\text{kN}$, $A_1=100\text{mm}^2$ 时两杆内的应力:

$$\sigma_{AB} = \frac{F \cot \theta}{A_1} = 89.5\text{MPa}$$

$$\sigma_{AB} = 89.5\text{MPa}$$

$$|\sigma_{BC}| = \sigma_{AB} = 89.5\text{MPa}$$

【例 1-6】 图 1.3-4(a)所示结构, ①杆和②杆的抗拉压刚度均为 EA , 求各杆的轴力。
(华中理工大学, 2001)

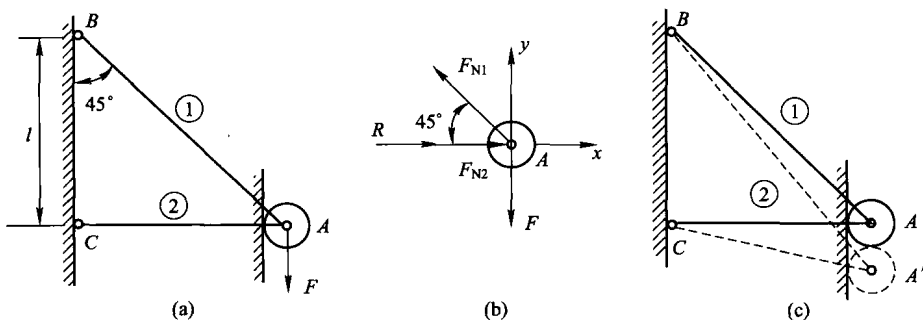


图 1.3-4

解析: 以滚轮 A 为研究对象, 将所有力向铅垂方向投影, 得平衡方程:

$$\sum F_y = 0, \quad F_{N1} \sin 45^\circ = F$$

由上式可得①杆的轴力 $F_{N1} = \sqrt{2}F$ 。

注意 滚轮沿光滑平面滑动, 在小变形条件下, AC 杆长度可认为不变, 故该杆不受力。

【例 1-7】 图 1.3-5(a)所示结构, 已知斜杆 AB 长为 2m , 横截面面积为 200mm^2 。水平杆 AC 的横截面面积为 250mm^2 。材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ 。载荷 $F=10\text{kN}$ 。试求节点 A 的位移。(20 分, 北京交通大学, 2009)

解析: 1. 以节点 A 为研究对象, 受力如图 1.3-5(b)所示, F_{N1} 、 F_{N2} 分别为 AB 、 AC 杆所受轴力。列平衡方程

$$\sum F_x = 0 \quad F_{N1} \cos \alpha + F_{N2} = 0$$

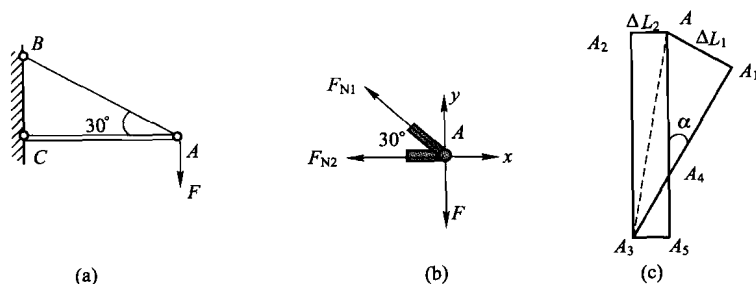


图 1.3-5

$$\sum F_y = 0 \quad F_{N1} \sin \alpha - F = 0$$

联立求解上述方程, 可得

$$F_{N1} = F / \sin \alpha = 2F = 20 \text{ kN}$$

$$F_{N2} = -F_{N1} \cos \alpha = -\sqrt{3}F = -17.3 \text{ kN}$$

2. AB, AC 杆的变形分别为

$$\Delta L_1 = \frac{20 \times 10^3 \times 2}{200 \times 10^9 \times 200 \times 10^{-6}} = 1 \times 10^{-3} \text{ m} = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta L_2 = \frac{17.3 \times 10^3 \times 1.73}{200 \times 10^9 \times 250 \times 10^{-6}} = 0.6 \times 10^{-3} \text{ m} = 0.6 \text{ mm}$$

3. 由图 1.3-5(c) 所示节点 A 的变形位移关系可得:

$$\Delta_{Ax} = \Delta L_2 = 0.6 \text{ mm}$$

$$\Delta_{Ay} = \frac{\Delta L_1}{\sin 30^\circ} + \frac{\Delta L_2}{\tan 30^\circ} = 3 \text{ mm}$$

所以, 节点 A 的位移为:

$$\Delta_A = \sqrt{3^2 + 0.6^2} = 3.06 \text{ mm}$$

【例 1-8】 图 1.3-6 所示阶梯杆由钢(DC 段)和铜(CB 段)两种材料制成, 承受轴向载荷 F 作用, $d=40\text{mm}$ 。钢的弹性模量和许用应力分别为 $E_{\text{st}}=210\text{GPa}$, $[\sigma_{\text{st}}]=160\text{MPa}$, 铜的弹性模量和许用应力分别为 $E_{\text{cu}}=100\text{GPa}$, $[\sigma_{\text{cu}}]=100\text{MPa}$ 。在 CB 段所贴的应变片测得的轴向正应变为 $\epsilon_{\text{cu}}=1.0 \times 10^{-3}$, 校核此杆强度并求 DC 的轴向正应变 ϵ_{st} 。(北京航空航天大学, 2006)

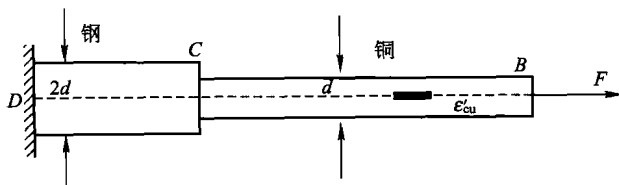


图 1.3-6

解析: 1. 由胡克定律可知, CB 段轴向应力为:

$$\sigma_{\text{cu}} = E_{\text{cu}} \epsilon_{\text{cu}} = 100 \times 10^3 \times 1.0 \times 10^{-3} = 100 \text{ MPa} = [\sigma_{\text{cu}}]$$

CB 段轴向载荷为:

$$F = F_N = \sigma_{cu} A_{CB} = 100 \times \frac{\pi \times 40^2}{4} = 125.6 \text{ kN}$$

DC 段轴向正应力为:

$$\sigma_{st} = \frac{F_N}{A_{DC}} = \frac{125.6 \times 10^3}{\frac{\pi \times 80^2}{4}} = 25 \text{ MPa} < [\sigma_{st}]$$

所以钢杆安全。

2. DC 轴向正应变为:

$$\epsilon_{st} = \frac{\sigma_{st}}{E_{st}} = \frac{25}{210 \times 10^3} = 1.19 \times 10^{-4}$$

【例 1-9】 某杆件 AC, 如图 1.3-7 所示, 受轴向拉力 F 作用, 总伸长量 $\Delta L_{AC} = 0.2 \text{ mm}$ 。该杆件中, AB 段材料是钢, 弹性模量 $E = 210 \text{ GPa}$, 长度为 90 mm ; BC 段材料是铝, 弹性模量 $E = 70 \text{ GPa}$, 长度为 30 mm 。两段的截面均为圆形且直径均为 10 mm , 两段变形均处于弹性阶段。求轴向拉力 F 的大小。(南京航空航天大学, 2006)

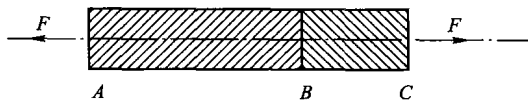


图 1.3-7

解析: 1. 静力关系: $F_{NAB} = F_{NBC} = F$

2. 变形关系: $\Delta L_{AC} = \Delta L_{AB} + \Delta L_{BC}$

$$0.2 \times 10^{-3} = \frac{FL_{AB}}{E_{AB}A} + \frac{FL_{BC}}{E_{BC}A} = F \left[\frac{90 \times 10^{-3}}{210 \times 10^9 \times \frac{\pi}{4} \times (0.01)^2} + \frac{30 \times 10^{-3}}{70 \times 10^9 \times \frac{\pi}{4} \times (0.01)^2} \right]$$

由上式可得: $F = 18.3 \text{ kN}$

1.3.2 简单拉压静不定问题

【例 1-10】 图 1.3-8 所示结构, 杆 ABC 为刚性杆, 杆 1、杆 2 的刚度相等。当杆 1 的温度升高时, 两杆的轴力变化可能有以下四种情况, 正确的答案是_____。

- A. 两杆轴力均变小
- B. 两杆的轴力均增大
- C. 杆 1 的轴力减小, 杆 2 的轴力增大
- D. 杆 1 轴力增大, 杆 2 轴力减小

(华南理工大学, 2006)

答案: C

解析: 在杆 1 的温度升高之前, 仅在 P 作用下杆 1、杆 2 轴力均为拉力。当杆 1 的温度升高时, 将会导致杆 1 产生压缩变形, 其轴力减小; 杆 2 产生拉伸变形, 其轴力增大。

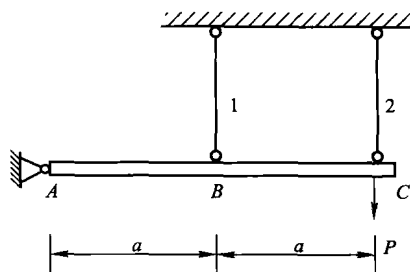


图 1.3-8

【例 1-11】 图 1.3-9 所示桁架, ①、②两杆为铝杆, ③杆为钢杆, 今欲使③杆内力增大, 正确的做法是_____。(西安交通大学, 2000)

- A. 增大①②两杆的横截面面积
- B. 减少①②两杆的横截面面积
- C. 将①②两杆改为钢杆
- D. 将③杆改为铝杆

答案: B

解析: 超静定结构中的构件, 在外载荷作用下的受力特点是: 内力与各杆刚度的相对比值有关。杆件的刚度与杆件材料弹性模量 E 及杆件横截面面积 A 有关, 因此, 欲使③杆内力增大, 可减少①、②两杆的横截面面积, 即减小①、②两杆刚度, 使③杆与①杆刚度比变大, ③杆内力增大。

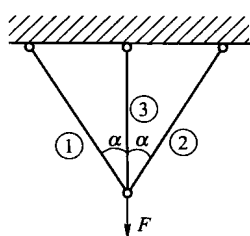


图 1.3-9

【例 1-12】 图 1.3-10 所示杆上端固定, 下端距刚性支座间有微小空隙 Δ , 设 F 力作用点位移为 δ ($\delta > \Delta$), 那么 F - δ 曲线是_____。(四川大学, 2000)

- A. 折线 OEB_1
- B. 折线 OEB_2
- C. 直线 OEB_3
- D. 折线 OEB_4

答案: B

解析: 由杆的受力及约束特点可知: 力 F 作用点 B 的位移 δ 始终等于杆 AB 段的轴向伸长量。若设 $\delta < \Delta$ 时杆 AB 段的轴力为 F_{N1} , $\delta > \Delta$ 时杆 AB 段的轴力为 F_{N2} , 则 $F_{N1} > F_{N2}$, 所以 F - δ 曲线是折线 OEB_2 。

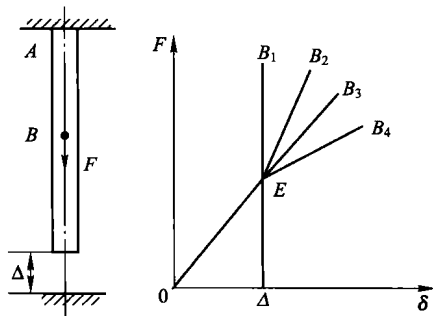


图 1.3-10

【例 1-13】 图 1.3-11(a)所示阶梯形圆杆, 其长度与直径分别为 l_1, l_2, d_1, d_2 。若杆的弹性模量为 E , 在 C 处作用有轴向力 F , 求 C 截面的轴向位移 Δ_C 。(北京航空航天大学, 2002)

解析:

1. 计算约束反力: 以杆 AB 为研究对象, 受力如题图 1.3-11(b) 只有一个独立平衡方程, 两个未知力, 一次静不定问题。力的平衡方程为

$$F_A + F_B = F \quad (1)$$

两端固定, 杆件总长不变, 故总变形为零。变形几何关系为

$$\Delta l_{AC} + \Delta l_{CB} = 0 \quad (2)$$

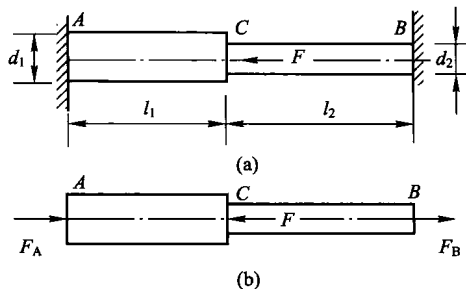


图 1.3-11

物理关系为

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_{AC} &= \frac{-F_A l_1}{EA_1} = \frac{-4F_A l_1}{E\pi d_1^2} \\ \Delta l_{BC} &= \frac{F_B l_2}{EA_2} = \frac{4F_B l_2}{E\pi d_2^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由式(2)、(3)可得补充方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{4F_B l_2}{E\pi d_2^2} - \frac{4F_A l_1}{E\pi d_1^2} &= 0 \\ \frac{F_B l_2}{d_2^2} - \frac{F_A l_1}{d_1^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式(1)、(4)联立求解可得:

$$F_B = \frac{F}{1 + \frac{l_2 d_1^2}{l_1 d_2^2}} \quad F_A = \frac{F}{1 + \frac{l_1 d_2^2}{l_2 d_1^2}}$$

2. AC段的轴向压缩量即为C截面的轴向位移 Δ_C

$$\Delta_C = \Delta l_{AC} = \frac{F_A l_1}{EA_1} = \frac{4F l_1 l_2}{\pi E (l_2 d_1^2 + l_1 d_2^2)} \quad (\text{向左})$$

【例 1-14】 图 1.3-12(a)所示杆系两杆同为钢杆, $E=200\text{GPa}$, 线膨胀系数 $\alpha=12.5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, 两杆的横截面积均为 $A=10\text{cm}^2$, 若 BC 杆的温度降低 20°C , 而 BD 杆的温度不变, 试求两杆的应力。(同济大学, 2002)

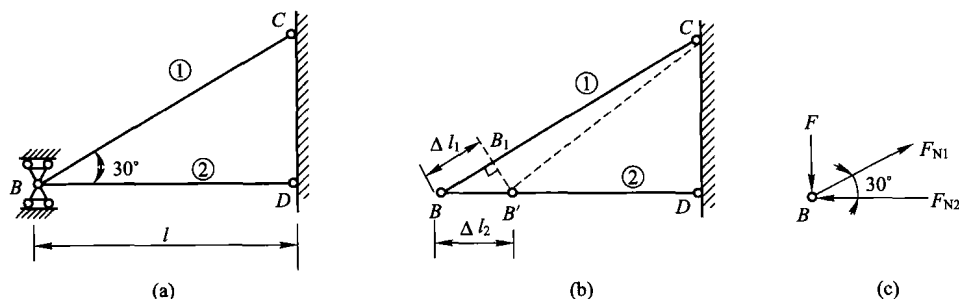


图 1.3-12

解析:

1. 变形关系如图 1.3-12(b)所示, 节点 B 只能沿水平方向移动至点 B', 因此杆 1、2 的轴向变形量应满足一下关系:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \cos 30^\circ \quad (1)$$

2. 杆 1、2 的轴向变形量

$$\Delta l_2 = \frac{F_{N2} l_2}{EA} \quad (2)$$

$$\Delta l_1 = \alpha \Delta t l_1 - \frac{F_{N1} l_1}{EA} \quad (3)$$