



Elsevier Handbook of  
the Philosophy of  
Science

# 爱思唯尔 科学哲学手册

物理学哲学（上）

Philosophy of Physics

---

英文本丛书主编

[以色列]道·加比 (Dov Gabbay)

[加拿大]保罗·撒加德 (Paul Thagard)

[加拿大]约翰·伍兹 (John Woods)

中译本丛书主编

郭贵春 殷杰

---

本卷主编

[美国]约翰·厄尔曼 (John Earman)

[英国]杰里米·巴特菲尔德 (Jeremy Butterfield)

本卷译者

程瑞 赵丹 王凯宁 李继堂



北京师范大学出版集团  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP  
北京师范大学出版社



国家出版基金项目  
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

“十二五”  
国家重点图书  
出版规划项目

Elsevier Handbook of  
the Philosophy of  
Science

# 爱思唯尔 科学哲学手册

物理学哲学（上）

Philosophy of Physics

---

英文本丛书主编

[以色列]道·加比 (Dov Gabbay)

[加拿大]保罗·撒加德 (Paul Thagard)

[加拿大]约翰·伍兹 (John Woods)

中译本丛书主编

郭贵春 殷杰

---

本卷主编

[美国]约翰·厄尔曼 (John Earman)

[英国]杰里米·巴特菲尔德 (Jeremy Butterfield)

本卷译者

程瑞 赵丹 王凯宁 李继堂

---



北京师范大学出版集团  
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP  
北京师范大学出版社

---

图书在版编目(CIP)数据

物理学哲学 / 郭贵春, 殷杰主编. 程瑞, 赵丹, 王凯宁, 李继堂译. —北京: 北京师范大学出版社, 2015.12

(爱思唯尔科学哲学手册)

ISBN 978-7-303-19177-2

I. ①物… II. ①郭…②殷… III. ①物理学哲学 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 164895 号

---

营 销 中 心 电 话 010-58805072 58807651  
北师大出版社学术著作与大众读物分社 <http://xueda.bnup.com>

WULIXUE ZHEXUE

出版发行: 北京师范大学出版社 [www.bnup.com](http://www.bnup.com)

北京市海淀区新街口外大街 19 号

邮政编码: 100875

印 刷: 北京盛通印刷股份有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 109

字 数: 1601 千字

版 次: 2015 年 12 月第 1 版

印 次: 2015 年 12 月第 1 次印刷

定 价: 350.00 元

---

策划编辑: 饶 涛

责任编辑: 刘文平

美术编辑: 王齐云

装帧设计: 王齐云

责任校对: 陈 民

责任印制: 马 洁

### 版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58805079

# 目 录

第一章 经典力学中的辛约化	1
题词	1
1. 引言	2
2. 辛约化: 综述	9
3. 一些几何工具	32
4. 李群的作用量	61
5. 泊松流形	88
6. 重温对称性和守恒性: 动量映射	115
7. 约化	132
第二章 力学中时间和变化的表征	149
1. 引言	150
2. 哈密顿和拉格朗日力学	156
3. 辛事物	164
4. 拉格朗日场论	173
5. 良态场理论中的时间和变化	183
6. 复杂情况	193
7. 广义相对论里的时间问题	220
第三章 经典相对论	259
1. 引言	259
2. 相对论的结构	260
3. 专题讨论	292
第四章 非相对论量子力学	316

1. 理论	317
2. 运动学形式体系从哪里来?	352
3. 经验内容	366
4. 不确定性	386
5. “测量问题”	402
6. 非定域性	429
7. 数学附录	445
<b>第五章 在经典与量子之间</b>	<b>471</b>
1. 引言	471
2. 早期历史	478
3. 哥本哈根: 再评述	490
4. 量子化	506
5. 极限 $\hbar \rightarrow 0$	535
6. 极限 $N \rightarrow \infty$	559
7. 为什么是经典的态与可观测量?	586
8. 尾声	602
<b>第六章 量子信息与量子计算</b>	<b>648</b>
1. 引言	648
2. 经典信息	651
3. 量子信息	659
4. 借助于纠缠实现的量子传输	686
5. 量子密码学	691
6. 量子计算	714
7. 量子信息视角下的量子力学基础	735
<b>第七章 量子场论的概念基础</b>	<b>772</b>
1. 量子化场概念导论	772
2. 标量场	774
3. 旋量场	789
4. 规范场	795

5. 布劳特—恩格勒—希格斯机制	805
6. 么正性	810
7. 重整化	817
8. 反常	823
9. 渐近自由	827
10. 拓扑扭曲	830
11. 禁闭	834
12. 展望	836
第八章 代数量子场论	842
导论	842
1. 代数学前言	843
2. 可观测量代数网的结构	852
3. 非局域性及其 AQFT 中的开放系统	864
4. 粒子图景	871
5. 在 AQFT 中值的确定性问题的确定性	877
6. 量子场和时空点	882
7. 不等价表象的问题	894
8. 局域化的可输运自同态的范畴 $\Delta$	899
9. 从场到表象	923
10. 从表征到场	932
11. 重构定理的基本含义	961
附录 对称张量 * 范畴的抽象对偶性理论	990
第九章 经典统计物理基础概论	1054
1. 引言	1054
2. 正统热力学	1065
3. 分子运动论——从伯努利到麦克斯韦	1075
4. 玻耳兹曼	1088
5. 吉布斯统计力学	1134
6. 统计力学的现代方法	1150

7. 随机动力学	1188
第十章 量子统计物理	1241
1. 引言	1241
2. 早期成就	1244
3. 公理化修整	1257
4. KMS 平衡条件	1284
5. KMS 条件、QSP 和热力学	1293
6. QSP 何去何从?	1327
第十一章 宇宙哲学中的问题	1370
1. 引言	1370
2. 宇宙学概论	1372
3. 问题 A: 宇宙的唯一性	1407
4. 问题 B: 宇宙在空间和时间上的巨大尺度	1411
5. 问题 C: 早期宇宙中的无约束能量	1425
6. 问题 D: 解释宇宙——起源的问题	1427
7. 问题 E: 作为存在背景的宇宙	1432
8. 问题 F: 明确的哲学基础	1435
9. 关键问题	1442
10. 结论	1468
第十二章 量子引力	1489
1. 引言	1489
2. 方法	1493
3. 方法论问题	1506
4. 空间和时间的本质	1510
5. 与其他未决问题之间的关系	1524
6. 结论	1528
第十三章 经典物理学中的对称性与不变性	1540
1. 引言	1540
2. 物体的对称性与定律的对称性	1541

3. 对称性与群论：早期历史	1546
4. 什么是物理学中的对称性？定义与种类	1552
5. 对称性在经典物理学中的应用	1555
6. 广义相对论中的广义协变性	1559
7. 诺特定理	1565
8. 经典物理学中对称性的解释	1570
第十四章 现代物理学中的决定论	1582
1. 引言	1582
2. 引论	1583
3. 经典物理学中的决定论和非决定论	1589
4. 狭义相对论物理中的决定论	1610
5. 普通量子力学中的决定论与非决定论	1616
6. 经典广义相对论中的决定论	1627
7. 相对论量子场论中的决定论	1642
8. 决定论和量子引力	1644
9. 总结	1648
索 引	1661



杰里米·巴特菲尔德

## 题词

经过了很长的历史和发展，现在经典力学(包括对基本问题的探索)的生命力是非常引人注目的。这种生命力产生于与纯数学理论(从拓扑和几何到群表示理论)之间丰富的相互影响，以及在诸如控制论这样的领域中新的和令人振奋的应用。而一些绝对基本点则更加值得注意，比如李代数对偶中李—泊松(Lie-Poisson)括号与力学中诸如刚体(rigid body)和理想流体等最基本的例子之间的清晰而又明确的联系。它们的完成用了将近一个世纪。

——马斯登和拉蒂乌(Marsden and Ratiu) [1999, pp. 431—432]

在刚体的一般理论中，可鉴别六种不同的三维空间： $\mathbb{R}^3$ ， $\mathbb{R}^3^*$ ， $\mathfrak{g}$ ， $\mathfrak{g}^*$ ， $TG_{\mathfrak{g}}$ ， $T^*G_{\mathfrak{g}}$ 。

——阿诺德(Arnold) [1989, 324]

## 1. 引言

### 1.1 为什么会有经典力学?

所有人都为当代物理学的兴起而欢呼! 在 1890 年到 1930 年之间, 量子力学和相对论的革命以及在原子的发现中得以巩固的统计物理学, 彻底改变了我们对于自然的理解, 并且对哲学产生了巨大的影响, 例如 [Kragh(克拉格), 1999; Ryckman(里克曼), 2005]。相应地, 本书专注于当代物理学中的三大支柱——量子理论、时空理论以及热物理学。因此关于经典理论, 实际上是关于有限维系统的经典力学一章的结论的基本解释已经就绪了。

首先要说明的一点是, 经典物理学的各种领域(比如力学和光学)非常之丰富且深刻。这不仅体现在它们的技术上, 而且体现在它们对哲学和物理学基础的启示上。从牛顿时代开始, 经典力学和光学已经引起了大量的哲学反思。至于力学, 通常认为其核心哲学论题有空间、时间、决定论以及牛顿引力的超距作用本质。虽然它们很重要, 但我不打算讨论这些话题, 而是在其他一些章节中会提到(至少是部分地提到, 有些时候是与除经典力学以外的其他理论相联系而提到的)。我将关注辛约化理论, 它使连续对称和守恒量之间产生联系, 这在诺特(Noether)“第一定理”中得到概括。我选择这个关注点, 一方面是为其他一些章节做准备; 另一方面是因为, 正如我们立刻就会看到的, 在经典力学目前的复兴及其与量子物理学的联系中, 辛约化具有核心的作用。

我说过, 经典物理学引发了许多哲学反思。有两个相互关联的原因值得强调, 今天的哲学对量子 and 相对论革命的重视很容易使我们忘记这两个原因。

第一, 在牛顿之后的两个世纪, 经典力学的这些领域已经改变得让我们认不出来了, 因此, 对它们的哲学反思也发生了改变。回顾一下, 在 19 世纪经典力学和光学是如何引起经典场论, 特别是电磁场理论的。在本章的特定领域, 有限维系统的经典力学中, 考虑它的核心理论原理究竟是如何被诸如欧拉(Euler)、拉格朗日(Lagrange)、哈密顿(Hamilton)和雅可比(Jacobi)这些人物改写的。

第二, 各种困扰着尝试严格形式化经典力学和光学的难题, 其中的一些问

题带有可观的哲学层面的含义。并不是说只要我们不理睬熟悉的话题——空间、时间、决定论和超距作用，经典力学的世界图景就是简单而直接的：仅仅是“运动中的物质”。相反地，即使我们只考虑有限维系统，我们也可以提出以下问题。

(i) 对于质点(material points)：它们能否拥有不同的质量？如果可以，如何拥有？它们碰撞时会发生什么？实际上，对仅仅在牛顿引力作用下的质点相互作用而言，碰撞包含了无限的动能。

(ii) 对于因其是刚体而被处理为有限维的延展物体：它们碰撞的时候会发生什么？刚性就意味着力和位移，且力在物体之间是“无限快”地传递的。这些难道不应该按字面意义理解吗？但如果是这样的话，用什么来证明这种理想的物体呢？而它的范围和界限又是什么呢？

关于无限维系统(弹性固体、流体和场)，它们理论的很多部分，特别是关于其严谨的形式和结果的部分，仍然是活跃的研究领域。对于目前关于弹性固体的工作，可参见[Marsden and Hughes(马斯登和休斯)，1982]。关于流体，其主要基本方程纳维叶—斯托克斯方程(Navier-Stokes equations)精确解的存在性和唯一性，仍然是一个未决问题。这个问题不只是与决定论明显相关，它还被认为在科学上具有重要的意义，如果有人解决了它，将会得到一百万美元的克雷千禧年大奖(Clay Millennium)奖金。

3

这两个原因——经典力学的连续重新形式化及其哲学问题——当然是相关的。经典力学丰碑式的人物认可并且争论这些问题，他们很多技术性工作的目标就是为了解决这些问题。结果是，牛顿的《原理》(*Principia*) [1687]问世之后两个世纪内出现了大量关于经典物理学、特别是关于力学基础的争论。一个著名的例子是迪昂(Duhem)的工具论科学哲学，这多半源于他认识到在微观水平下想要为经典力学的严格基础做担保是多么的困难。类似的例子是，受当时持续争论的力学基础工作所驱使，希尔伯特(Hilbert)将力学和概率的公理化问题选为其著名数学问题清单中的第六个。对这个清单的历史，参见[Grattan-Guinness(格拉顿—吉尼斯)，2000]。第三个例子贯穿两个世纪，关系到变分原理(variational principles)：最早由莫佩蒂(Maupertuis)，然后由欧拉和后人提出的最小作用量的各种原理——首先是对有限经典力学系统，然后针对无限系

统——引起了关于目的论的许多讨论。甚至，这个讨论吸引了逻辑经验论者 [Stöltzner(斯托尔兹纳), 2003]，它还与当代模态哲学有关 [Butterfield(巴特菲尔德), 2004]。

在 20 世纪上半叶，量子 and 相对论革命倾向于使物理学家进而使哲学家分散对这些以及类似问题的注意力。对发展新理论和争论它们对于自然哲学的含义的狂热，使得忽略经典力学基本问题的理论成为可理解的甚至是必然的。

而且，这种趋向由于教学的要求而被加强了，教学要求在物理学本科教育中必须要包含新理论。在 20 世纪中叶，学时对于物理学课程的限制导致许多物理学本科生的经典力学教育结束于分析力学，特别是有限维系统的分析力学的基本部分，例如，戈德斯坦 (Goldstein) 著名的教科书 [1950]。这样的限制是可以理解的，因为：(i) 拉格朗日和哈密顿方程的基本理论要求常微分方程的知识；(ii) 基本哈密顿力学成为学习基本正则量子化 (正如哈密顿—雅可比理论那样，从另一个角度看) 的跳板。此外，正如我提到的，这个关于理论的约束甚至为哲学分析提供了丰富的材料——我上面的例子可以证明，而且诸如欧拉、拉格朗日、哈密顿和雅可比等的讨论也可以证明。

然而，20 世纪下半叶可以看到经典力学研究的复兴——因此就出现了我第一个题词，有四个明显的原因：前两个是“学术的”，后两个是“实践的”。

4

(i) 要部分感谢希尔伯特提出他的问题清单之后几十年里力学的发展。基本问题被重新捡起，在这件事上，数学家和具有数学思维的工程师与物理学家做得一样多。大多数相关的发展都在如拓扑学、微分几何学、测量理论和泛函分析等领域。在这次复兴中，一向以力学和概率见长的苏联学校的贡献无出其右。力学发展还与以下问题相关。

(ii) 对加深量子理论特别是量子场论的形式化的诉求，促进了对经典力学结构以及量化的探索。对于二者来说，特殊的兴趣都伴随着无限系统通常更加难懂的情形。

(iii) 航天领域的出现，刺激了天体力学的发展。它与下一问题相关。

(iv) 因计算机的发明而受到促进的非线性动力学 (“混沌理论”) 的研究。

由于这些不同的原因，这次复兴持续繁荣——并且因此我将避免对它进行更多的预示！甚至我将避免去探索那些因为从牛顿到雅可比和庞加莱

(Poincaré)的力学的多种多样形式而出现的哲学问题。可以这么说,对于上面提到的各种论题,我们可以加上如下两条。总的来说,第一条是本体论的,第二条是认识论的。

(a)对诸如质量和力的观念(包括它们如何随着时间而变化)的分析。对于这个话题,老一点的书,包括[Jammer(雅默),1957;1961]和[McMullin(麦克马林),1978];新近出版的包括[Boudri(博瑞),2002;Jammer,2000;Lutzen(吕琛),2005]以及[Slovik(斯洛维克),2002];[Grattan-Guinness,2006]中有着很多参考文献,是一本关于这段历史的很好的纲要。

(b)关于对一个力学问题具有精确解是怎么回事的分析(包括精确解的观念是如何逐渐普及的),这个话题是多方面的。它不仅与函数观念的逐渐普及相关,即数学史上的一个重要主题——[Lutzen,2003]有详尽的研究,还与现代非线性动力学相关,与探索一种对称性以便减少需要的变量数这一问题的约化相关——这就是辛约化的核心思想。我现在开始介绍它。

## 1.2 内容说明

通过寻找一种对称性来减少变量数目,从而简化力学问题,这种策略是经典力学的重大主题之一。它在理论上是深刻的,在实践上是重要的,且在这一主题的历史中经常出现。关于这一策略最著名的一般性定理无疑是诺特定理,它描述了连续对称和守恒量之间的一种对应。这个定理同时拥有拉格朗日和哈密顿两种版本,虽然由于历史原因,“诺特定理”这一名字更多地以拉格朗日版本出现。然而,我们只需要这一定理的哈密顿版本,它是我们探索辛约化的

出发点。<sup>①</sup>

因此，我将在 2.1 节中开始简短地回顾哈密顿版本。现在，我来做出四条注解(下述四条重要性按渐强顺序排列)。

(i) 两个版本都由在基本的拉格朗日和哈密顿力学中关于循环(可忽略的)坐标及其对应的守恒动量的定律所支撑。<sup>②</sup>

(ii) 事实上，这个定理的哈密顿版本更强一些。这反映了一个从“更大的”群出发的正则变换而不是点变换。更加确切地说：虽然位形空间  $Q$  上的点变换  $q \rightarrow q'$  包括了  $qs$  和  $ps$  的相空间  $\Gamma$  上的正则变换  $q \rightarrow q'$  和  $p \rightarrow p'$ ，但也存在其他可以用点变换所不包括的变换方式来“混合” $qs$  和  $ps$  的正则变换。

(iii) 我将把我们的讨论限制在 (a) 时间独立的哈密顿量和 (b) 时间独立的变换中。大家都同意，分析力学在拉格朗日和哈密顿框架中都可以得到发展，同时允许时间独立的动力学和变换。例如，在拉格朗日框架中，允许速度独立的势和/或者时间独立的约束会提示我们运用通常被叫作“延伸的位形空间”的  $Q \times \mathbb{R}$ 。而在哈密顿框架中，时间独立会提示我们运用“延伸相空间” $\Gamma \times \mathbb{R}$ 。而且从哲学的观点看，考虑时间独立的变换是很重要的，因为它们包含了加速 (boosts)，这对于时空对称群，特别是对于相对性原理哲学的讨论非常关键。但是请小心，关于对称大致的陈述，例如哈密顿量在对称变换下必须是不变的，有可能无意中发现这些变换。举一个最简单的例子：一个自由粒子的哈密顿量只是它的动能，它可以通过变换到粒子的静止框架 (rest frame) 而成为零，也就是说，它在加速下并非不变。

<sup>①</sup> 对于拉格朗日版本的讨论，参见布拉丁 (Brading) 和卡斯特拉尼 (Castellani) 所撰写的本书第十三章或者(限制在有限维系统) [Butterfield, 2004a, Section 4.7]。对于两个版本的阐述，参见 [Butterfield, 2006]。布拉丁和卡斯特拉尼也指出，即使在数学的分支中没有诺特定理，仍然存在其他的“诺特定理”出现在经典动力学的对称中；所以，现在的定理有时被称为诺特“第一定理”。我们注意到，辛结构也能在拉格朗日方程的经典解中看到，因此，辛结构可以在拉格朗日框架内发展，参见 [Marsden and Ratiu, 1999, 10, Sections 7.2—7.5, and 13.5]。

<sup>②</sup> 这里我们看到我们主题的漫长历史：这些定理对于主题的发现者当然是明确的。在 1687 年，开发对称性来减少变量的数目就已经出现在开普勒问题 (Kepler problem) 的牛顿解中。对称性是平动和转动，对应的守恒量是线动量和角动量。在下文中，这些对称性和守恒量将为我们提供一些例子。

因此在哈密顿力学中完全处理对称，也就是辛约化，需要我们处理时间独立的变换——并且要小心！但是我不会去管这些复杂的因素。这里，必须不加任何细节地断言，辛约化的现代理论确实要处理加速，通常要处理时间独立的动力学和变换。

(iv) 正如我们将要更详尽地看到的，辛约化理论推广诺特定理有三种主要方式。正如可能有人预期的那样，这三种方式之间紧密联系。

(a) 在对每一种对称(相空间上的一类特殊的矢量场)提供一个守恒量，也就是其值在实践中保持常数的相空间上的一个实值函数的意义上，诺特定理是“一维”的。因此特别地，一个守恒矢量的不同分量，比如总线性动量，是分开放处理的(在这个例子中，对应的矢量场在三个不同的空间方向上产生了平动)。但是在辛约化中，动量映射(momentum map)的观念提供了一种对这些不同分量的“统一”描述。

(b) 给定一种对称，诺特定理使我们能够把注意力限制于守恒量的表面层次，也就是相空间的子流形(sub-manifold)，在其上守恒量获得其初值：因为系统的时间演化受限于这个表面。在这个意义上，我们考虑的变量数目减少了。但是在辛约化中，我们走得更远并且从相空间出发形成了一个商空间(quotient space)。用逻辑的语言来说，我们在相空间上定义了一个等价关系(通常来讲并不像拥有一个守恒量的公共值那样简单)并且形成了等价类的集合。用群作用量的语言来说就是，我们形成了轨道的集合。通往这个商空间的途径可以是出于各种各样技术良好的、甚至是哲学的动机。而且，在良好的条件下，这本身就是一个低维流形。

(c) 哈密顿力学和所谓的诺特定理，通常是根<sup>7</sup>据辛流形、特别是位形空间 $Q$ 的余切丛 $T^*Q$ 而形式化的(2.1小节会详细展示)。但在辛约化中，我们常常会需要对一类叫作泊松流形(Poisson manifold)的辛流形思想进行(适度的)推广。在泊松流形中被当作原始概念的是一个具有泊松括号的某些特性的括号。而且这与(b)相关，因为我们经常通过采用由对称群的行为而产生的辛流形(即通常类型的一个相空间)的商来实现泊松流形及其之上的动力学。

正如注解(iv)提示的，辛约化是一个很大的课题。因此，可以找到多个研究它的动机。至于物理学，它的许多思想和结果都可以在有限维经典系统(我

自己将在此范围内讨论问题)中提出,但是之后就会推广到无限维系统。而不论是在原始的还是推广的形式中,它们都支持了量子理论的发展。因此,这些思想和结果部分地形成了目前经典力学的复兴。参见 1.1 节最后的(i)和(ii)。

至于哲学,对称性既是哲学讨论中早就形成的,也是目前活跃的一个焦点,参见[Brading and Castellani, 2003]。但是关于辛约化的哲学讨论似乎直到最近,特别是在贝洛特(Belot)和厄尔曼(Earman)的论文中才开始进行。可以假定这样一种滞后是因为技术资料太复杂,事实上,辛约化的理论只是到了 20 世纪 70 年代才具有了目前的一般形式。但是,正如贝洛特和厄尔曼强调的,为获得哲学上的收益学习这些技术是物有所值的。最明显的论点是,辛约化用来商化(quotienting)一个态空间的设备,使两个明显不同但又全然不可辨别的可能性是否应当被看作是同一的这一问题,成为受关注的哲学问题。在第 2 节中,我将跟随贝洛特的脚步去阐述“关系主义(relationist)”力学的问题。事实上,我已经为我的阐述选择了主题,这个阐述着眼于给哲学读者一些由贝洛特论述的背景。他的论文(我将在第 2 节引用)有许多明智的哲学观点,但又不让读者有学术性论述的重担。要充分重视这个问题中优秀的成果,当然必须努力去了解细节。

最后,在本书的上下文中,辛约化为这些章节提供了一些关于力学中时间表述的背景[Belot, 本书, 第二章],还有关于经典和量子物理学关系的背景[Landsman(兰兹曼), 本书, 第五章](特别是 4.3 ~ 4.5 节和 6.5 节)以及[Dickson(迪克森), 本书, 第四章]。

该章的计划如下:在 2.1 节中,我首先回顾通常表述的哈密顿力学中的诺特定理;然后介绍有关上文提到的(b)和(c)的主题,商化一个相空间和泊松流形(2.2 节);之后阐述对于“相对论”力学的主题(2.3 节)。

此后,我阐述辛约化的基础(只限于有限维度的哈密顿力学)。这个计划将逐步如下所示。第 3 和第 4 节回顾所需的现代几何,第 3 节主要是关于弗罗宾



尼斯定理, 李代数和李群<sup>①</sup>, 第 4 节阐述了李群的行为。结尾的中心思想是关于李代数的对偶 $\mathfrak{g}^*$ 的李群  $G$  的余伴随表示。这一回顾使我们能够更好地理解泊松流形的动机(5.1 节), 然后展示例子, 再然后证明一些主要属性(5.2 节开始)。第 6 节在力学体系的对称和守恒中应用这些材料。特别是, 它给出了作为动量图景的守恒量, 并证明关于泊松流形的哈密顿力学适用于诺特定理。最后, 在第 7 节, 我们证明关于辛约化的一些主要定理中的一个。它关注的情况是, 对于一个系统的自然位形空间本身就是一个李群  $G$ : 这发生在刚体和理想流体中。在这种情况下, 商化自然相空间(关于  $G$  的余切丛)给出了一个泊松流形, 这个泊松流形是  $G$  的李代数的对偶 $\mathfrak{g}^*$ 。<sup>②</sup>

总之, 我希望这个综述的所有作用能阐明这一章节的题词: 经典力学是充满活力的, 尤其是彻底深化我们对由来已久的诸如刚体系统的理解——而传统教科书中对此的分析实在令人困惑!

## 2. 辛约化: 综述

我们首先在 2.1 节<sup>③</sup>中简要回顾哈密顿力学和诺特定理。2.2 节为我们辛约化的观点作了准备。然后在 2.3 节中, 我们阐明对“相对论”力学的使用。

### 2.1 哈密顿力学和诺特定理: 回顾

#### 2.1.1 辛流形, 作为辛流形的余切丛

在流形  $M$  上的辛结构或辛形式是定义在闭合的(即其表面微商  $d\omega$  消失)且非简并的  $M$  上的微分 2 形式  $\omega$ 。即对于任何  $x \in M$ , 任何两个  $x$  上的切矢量  $\sigma$ ,

① 它的前两小节也为马拉蒙特(Malament)提供了一些必要的内容。

② 在这个尝试下, 我们的来源有四本书: [Abraham and Marsden(亚伯拉罕和马斯登), 1978; Arnold, 1989; Marsden and Ratiu, 1999; Olver(奥尔弗), 2000]。

③ 关于微分几何的更多细节, 参见 3.1 和 3.2 节。关于力学的几何形式的更多细节, 参见[Arnold, 1989; Marsden and Ratiu, 1999], 或[Singer(辛格), 2001](要比这个解释更基本), 或[Abraham and Marsden, 1978], 或[Butterfield, 2006](相同水平的)。对于力学参考书, 我尤其推崇[Desloge(德洛热), 1982; (Johns)约翰斯, 2005]。