



高等学校数学教材配套辅导用书

高等数学 辅导

同济·高等数学
(上下册合订本配套用书)

最新版 最低价

主 编 北京大学数学科学学院
邹本腾 漆毅 王奕倩
编 写 双博士高等数学课题组
支 持 双博士网校 www.bbdd.cc
总策划 胡东华



科学技术文献出版社

高等数学辅导

同济·高等数学配套用书

(上下册合订本)

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

· 北京 ·

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标
(见右图);该图标已由国家商标局注册登记。
未经本策划人同意,禁止其他单位或个人使用。



图书在版编目(CIP)数据

高等数学辅导/邹本腾等主编. -北京:科学技术文献出版社,2006.9
(高等学校数学教材配套辅导丛书)

ISBN 7-5023-3298-7

I. 高... II. 邹... III. 高等数学-高等学校-教学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 001205 号

科学技术文献出版社

责任编辑:荆宏智 肖 东 责任校对:肖 东

封面设计:蒲菊祥 责任印制:何全君

新华书店北京发行所发行

2006 年 9 月第 2 版 第 2 次印刷

850mm × 1168mm 1/32 印张 27.625 字数 954 千字

©版权所有 违法必究

盗版举报电话:(010)82608023(著作权者)

封面无防伪标及正文非黄色胶版纸均为盗版

(注:防伪标揭开困难或揭起无号码皆为盗版)。

前言

高等数学是理工科院校一门重要的基础学科,在现行教学领域越来越突出地表现出:一、授课时间减少,学生不能完全充分掌握该学科的本质内涵;二、各科后续专业课及考研对高等数学的要求越来越高。学生在校期间如何全面透彻掌握这一基础学科,如何衔接理顺该学科在考研中的真谛,基于对此认识,本书应运而生。

本书体例兼顾教与学的要求,细致而独到,也得到师生的赞同。该书一经出版,即好评如潮,热销全国。

本书独特的品质内涵为:在每一节的开头,用表格的形式分类列出该节的主要内容,节省了读者做同样工作的时间,这一创意是在胡东华老师的直接指导下完成的,在同类书中尚属首例。对于例题,作者按分类的方式编排,把各种解题的技巧、方法、思路详细介绍给读者,并加了大量的注解,把容易出现的问题指出来,使读者少走弯路。书中加*号的内容较难,读者可根据需要自行选择。另外,每章都有一份提纲挈领的知识网络图,还附有最近几年考研真题评析,使读者对研究生入学考试的高等数学题的形式、难度有一定的了解,也方便有志于考研的读者有针对性地复习。最后是同步自测题及答案。

我们在书后附上教研大纲“高等数学”各部分考点分析以及教研数学(一)真题。在考点分析中包括常考知识点,考试要求,还包括“高等数学”各部分在历年考研题中所占的分数,为方便各类学生,按不同的数学种类单独列出。供各类考生各取所需。

在编写过程中,主编邹本腾及总策划胡东华做了大量组织编写及体例策划工作,特此致谢!由于编者水平有限,时间又仓促,不妥之处在所难免,希望广大读者不吝批评、指正。

双博士奉献:

1. 本书封底均贴有数码防伪标识(由10位ID和6位PW组成),凭此ID和PW可登录双博士网校(www.bbdd.cc),免费获得30积分,享受相对应的黄金会员权限。凭此ID和PW还可以登录无敌学习网(www.5d.study.com),免费获得价值20元的充值金额。

考生在使用双博士系列丛书过程中遇到问题可登录双博士网校 www.bbdd.cc/bbs/ 或我爱双博士下面留言提问,有问必答。

2. 全国有三分之一的大学生和考研考生正在使用双博士图书,本品牌图书已成为全国最大的大学教辅图书品牌及知名考研图书品牌。

双博士总策划:胡东华
2006年于北京大学

附：

来自北京大学研究生会的感谢信

双博士：

您好！

首先感谢您对北京大学“十佳教师”评选活动的热情支持和无私帮助！师恩难忘，北京大学“十佳教师”评选活动是北京大学研究生会的品牌活动之一，是北京大学所有在校研究生和本科生对恩师情谊的最朴素表达。双博士作为大学教学辅导及考研领域全国最大的图书品牌之一，不忘北大莘莘学子和传道授业的老师，其行为将永久的被北大师生感怀和铭记。

作为考研漫漫征途上的过来人，双博士曾陪伴我们度过无数个考研岁月的日日夜夜，曾带给我们无数个明示和启发，当然也带给我们今天的成功。

特致此信，向双博士表达我们内心长久以来的感激之情，并祝愿双博士事业蒸蒸日上。

北京大学研究生会

二零零二年十二月

目 录

第一章 函数与极限	(1)
§ 1.1 函数	(1)
§ 1.2 极限	(12)
§ 1.3 函数的连续性	(27)
§ 1.4 无穷小量	(43)
本章知识网络图	(48)
历届考研真题评析	(49)
同步自测题	(53)
同步自测题参考答案	(54)
第二章 导数、微分及应用	(61)
§ 2.1 导数	(61)
§ 2.2 微分与高阶导数	(80)
§ 2.3 导数的应用	(88)
本章知识网络图	(137)
历届考研真题评析	(138)
同步自测题	(151)
同步自测题参考答案	(154)
第三章 不定积分	(172)
本章知识网络图	(196)
历届考研真题评析	(197)
同步自测题	(200)
同步自测题参考答案	(200)
第四章 定积分及其应用	(204)
§ 4.1 定积分的定义与积分方法	(204)
§ 4.2 定积分的应用	(236)
§ 4.3 广义积分	(254)

本章知识网络图	(270)
历届考研真题评析	(271)
同步自测题	(281)
同步自测题参考答案	(283)
第五章 级 数	(297)
§ 5.1 数值级数	(297)
§ 5.2 函数项级数	(321)
§ 5.3 幂级数	(330)
§ 5.4 傅立叶级数	(350)
本章知识网络图	(363)
历届考研真题评析	(364)
同步自测题	(368)
同步自测题参考答案	(370)
第六章 空间解析几何	(378)
§ 6.1 向量代数	(378)
§ 6.2 平面和直线	(398)
§ 6.3 空间曲面和曲线	(422)
本章知识网络图	(436)
历届考研真题评析	(436)
同步自测题	(439)
同步自测题参考答案	(439)
第七章 多元函数及其微分学	(441)
§ 7.1 多元函数的极限与连续性	(441)
§ 7.2 偏导数、全微分与微分法	(452)
§ 7.3 多元函数微分学的应用	(467)
本章知识网络图	(478)
历届考研真题评析	(479)
同步自测题	(483)
同步自测题参考答案	(484)
第八章 重积分	(488)
§ 8.1 二重积分	(488)

§ 8.2 三重积分	(509)
§ 8.3 重积分的应用	(523)
本章知识网络图	(529)
历届考研真题评析	(530)
同步自测题	(535)
同步自测题参考答案	(538)
第九章 曲线积分、曲面积分及场论初步	(555)
§ 9.1 第一型曲线积分与第二型曲线积分	(555)
§ 9.2 Green 公式、平面上曲线积分与路径无关的条件	(569)
§ 9.3 曲面积分	(576)
§ 9.4 Gauss 公式与 Stokes 公式及其应用	(587)
§ 9.5、场论初步	(595)
本章知识网络图	(601)
历届考研真题评析	(602)
同步自测题	(609)
同步自测题参考答案	(612)
第十章 常微分方程	(626)
§ 10.1 基本概念	(626)
§ 10.2 初等积分法(Ⅰ)	(630)
§ 10.3 初等积分法(Ⅱ)	(640)
§ 10.4 二阶线性微分方程	(650)
§ 10.5 一阶常系数线性微分方程组	(660)
本章知识网络图	(669)
历届考研真题评析	(670)
同步自测题	(679)
同步自测题参考答案	(680)
附录一 同济大学《高等数学》第四版习题参考答案	(687)
第一章 函数与极限	
习题参考答案	(687)
总复习题参考答案	(699)

第二章 导数、微分及应用

习题参考答案 (701)

总复习题参考答案 (719)

第三章 中值定理与导数应用

习题参考答案 (722)

总复习题参考答案 (733)

第四章 不定积分

习题参考答案 (735)

总复习题参考答案 (743)

第五章 定积分

习题参考答案 (745)

总复习题参考答案 (753)

第六章 定积分的应用

习题参考答案 (756)

总复习题参考答案 (760)

第七章 空间解析几何与向量代数

习题参考答案 (761)

总复习题参考答案 (769)

第八章 多元函数微分法及其应用

习题参考答案 (771)

总复习题参考答案 (785)

第九章 重积分

习题参考答案 (787)

总复习题参考答案 (793)

第十章 曲线积分与曲面积分

习题参考答案 (795)

总复习题参考答案 (800)

第十一章 无穷级数

习题参考答案 (801)

总复习题参考答案 (813)

第十二章 微分方程

习题参考答案 (815)

总复习题参考答案 (827)

附录二:2002 年硕士研究生入学考试理工数学(一)

真题及解析 (829)

附录三:2003 年理工数学(一)《高等数学》部分考点分析 (845)

附录四:2003 年理工数学(二)《高等数学》部分考点分析 (857)

附录五:2003 年经济数学(三)《微积分》部分考点分析 (862)

附录六:2003 年经济数学(四)《微积分》部分考点分析 (868)

第一章 函数与极限

在这一章里,我们首先简单复习一下函数的定义、性质和几个常用的初等函数.然后研究序列、函数的极限,这其中包括它们几种情况下的不同定义形式和例题.最后我们讨论函数的连续性,以及如何利用函数的连续性的一些性质证明一些命题.

§ 1.1 函数

1.1.1 考试内容及理解记忆方法

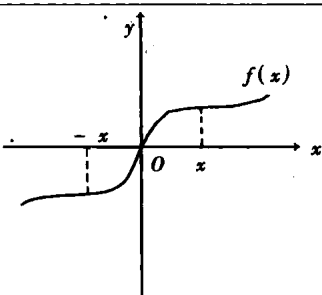
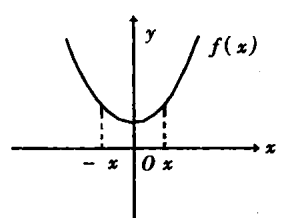
表 1.1-1 函数及相关的定义

名称	定 义	要点	补充说明
函数	给定集合 X , 若存在某种对应规则 f , 对于 $\forall x \in X$, 存在唯一 $y \in R$ 与之对应, 称 f 是从 X 到 R 的一个函数, 记作 $y = f(x)$; X 称为定义域, x 称为自变量, y 为因变量. $\{f(x) x \in X\}$ 为值域	对应规则、定义域	
函数的图形	平面上点集 $\{(x, f(x)) x \in X\}$ 称为函数 $f(x)$ 的图形		
复合函数	设函数 $y = f(u)$ 的定义域包含 $u = g(x)$ 的值域, 则在函数 $g(x)$ 的定义域 X 上可以确定一个函数 $y = f[g(x)]$, 称 g 与 f 的复合函数. 记作 $y = f[g(x)]$ 或 $y = f \circ g$	对应规则、定义域、值域	结合律成立, $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$, 但没有交换律, 即 $f \circ g \neq g \circ f$

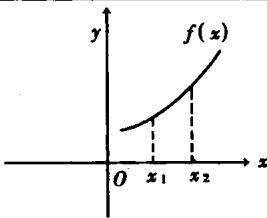
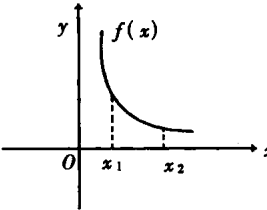
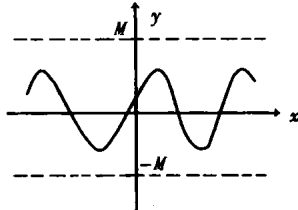
(续)

名称	定 义	要点	补充说明
一一 对应	设 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 若由 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$, 或者由 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$, 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是一一对应的		一一对应的函数把不同的 x 变成不同的 y
反 函 数	设 $y = f(x)$ 在 X 上是一一对应的, 值域为 $Y, \forall y \in Y$, 用满足 $f(x) = y$ 的唯一确定的 $x \in X$ 与之对应, 由这样的关系所确定的函数 $x = f^{-1}(y)$ 就称为原来函数 $y = f(x)$ 的反函数		$f: X \rightarrow Y$ $f^{-1}: Y \rightarrow X$ $f^{-1}(f) = I_X: X \rightarrow X$ $f \circ f^{-1} = I_Y: Y \rightarrow Y$ $(f^{-1})^{-1} = f: X \rightarrow X$ I_X 表 X 上恒同变换
初 等 函 数	基本初等函数经过有限次的四则运算及复合运算后所得到的函数	有限次 复合	

表 1.1 - 2 函数的几种特性

性质	定 义	图例或说明
奇 偶 性	奇函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数	
	偶函数 函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x, -x \in X$, 且 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数	

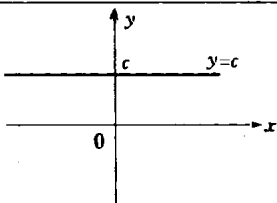
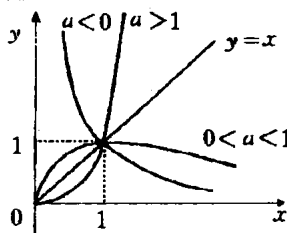
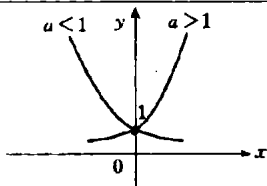
(续)

性质	定 义	图例或说明
单 调 性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$	
	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, $\forall x_1, x_2 \in X$, 由 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$	
	若严格不等号成立,则称严格单调上升(下降)	
有 界 性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\exists M > 0, \forall x \in X$, 有 $ f(x) \leq M$ (或 $\exists m, M$, 使得 $m \leq f(x) \leq M$ 成立), 则称函数 $f(x)$ 在 X 上是有界函数	 即函数的图形位于 $y = M$ 与 $y = -M$ 之间
无 界 性	函数 $f(x)$ 在 X 上定义, 若 $\forall M > 0, \exists x' \in X$, 使得 $ f(x') > M$, 则 称 $f(x)$ 在 X 上无界	例: $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上无界, 因为 $\forall M$ > 0 , 取 $x' = \frac{1}{3M}$, 则 $f(x') = 3M > M$

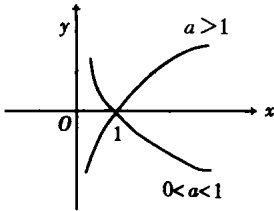
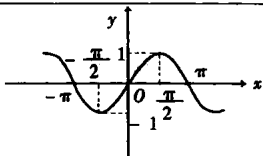
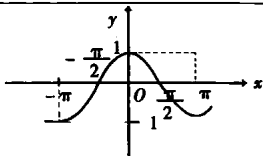
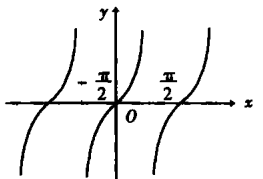
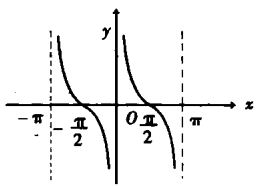
(续)

性质	定 义	图例或说明
周 期 性	函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上定义, 若 $\exists T > 0$, $\forall x \in (-\infty, +\infty)$, 有 $f(x+T) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是周期为 T 的周期函数. 若在无穷多个周期中, 有最小的正数 T, 则称 T 为周期函数 $f(x)$ 的最小周期, 简称周期	若 T 是 $f(x)$ 的周期, 则 (1) $f(x+kT) = f(x)$, (k 为整数); (2) $f(ax+b)$ ($a \neq 0, b \in \mathbb{R}$) 是一个以 $\left \frac{T}{a} \right$ 为周期的函数

表 1.1-3 基本初等函数

名称	定义式及性质	图例
常 数 函 数	$y(x) = c, (-\infty < x < +\infty)$. 平行于 x 轴, 过 $(0, c)$ 点的直线	
幂 函 数	$y = x^a, (0 < x < +\infty, a \neq 0)$ $a > 0$ 时, 函数 x^a 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $a < 0$ 时, 函数 x^a 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = x^a$ 与 $y = x^{\frac{1}{a}}$ 互为反函数	
指 数 函 数	$y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ $a > 1$ 时, 函数 $y = a^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上严格上升 $a < 1$ 时, 函数 $y = a^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上严格下降	

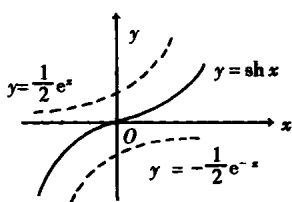
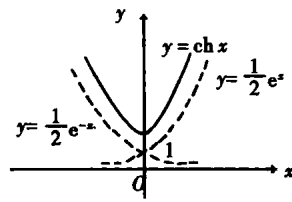
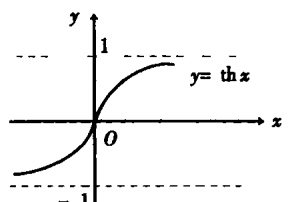
(续)

性质	定 义	图例或说明
对数函数	$y = \log_a x, (a > 0, a \neq 1, 0 < x < +\infty)$ $a > 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格上升 $a < 1$ 时, 函数 $y = \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格下降 $y = a^x$ 与 $y = \log_a x$ 互为反函数. (若 $a = e$, 记 $y = \log_e x$ 为 $y = \ln x$)	
三 函 角 数	正弦函数 $y = \sin x, (-\infty < x < +\infty)$	
	余弦函数 $y = \cos x = \sin(\frac{\pi}{2} - x), (-\infty < x < +\infty)$	
	正切函数 $y = \tan x, (x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	
	余切函数 $y = \cot x, (x \neq k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$	

(续)

名称	定义式及性质	图例
反三角函数	反正弦函数 $y = \arcsin x, (-1 \leq x \leq 1, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2})$	
	反余弦函数 $y = \arccos x, (-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \pi)$	
	反正切函数 $y = \arctan x, (-\infty < x < +\infty, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2})$	
	反余切函数 $y = \operatorname{arccot} x, (-\infty < x < +\infty, 0 < y < \pi)$	

表 1.1 - 4 双曲函数

名称	定 义	图 形
双曲正弦	$y = \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	
双曲余弦	$y = \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	
双曲正切	$y = \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$	
双曲余切	$y = \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}$	