六位对数表

测绘出版社

六位對數表

測繪出版社

1957·北京

六位对数表

出版者 測繪出版社
北京宣武門外永光寺西街3号
北京市書刊出版業營業許可証出字第081号
發行者 新華書店
印刷者 北京市印刷四厂

印数10031—20050册　1956年5月北京第1版
开本31″×43″1/24　1957年2月第2次印刷
字数525,000字　印張25 12/24　插頁2
定价4.80元　統一書号：15039·16

導　言

第 I 表

自然數之對數

頁數　1—185

一數的常用對數是底數10的指數，即將底數10依此指數求其乘方數則得該數者也，若是 $10^a=A$，則a爲A的對數，或以算式表之爲：$a=\log A$。

用對數施行計算適用次之諸定理：

一積的對數等於諸因數的對數之和；

一商的對數等於被除數的對數與除數的對數之差；

一個冪的對數等於指數與底的對數之積；

一個根的對數等於根號內之數的對數與根指數之商；或以算式表之爲：

$$\log(A\times B)=\log A+\log B$$

$$\log\frac{A}{B}=\log A-\log B$$

$$\log A^n=n\log A$$

$$\log\sqrt[n]{A}=\frac{\log A}{n}$$

依而應用對數可使計算簡便，將乘法除法改爲加法及減法，將求冪及求根改爲乘法及除法。

底數爲10指數祇爲正整數或負整數者的冪，則其對數乃祇爲一有理整數所成之數。例如：

$\log 1000=3$	因$10^3=1000$
$\log 100=2$	$10^2=100$
$\log 10=1$	$10^1=10$
$\log 1=0$	$10^0=1$
$\log 0.1=-1$	因$10^{-1}=0.1$
$\log 0.01=-2$	$10^{-2}=0.01$

$$\log 0.001 = -3 \qquad 10^{-3} = 0.001$$
$$\log 0.0001 = -4 \qquad 10^{-4} = 0.0001$$

但一般言之，一數的對數是爲一無理數且爲由兩部分所成者：一部分爲整數曰指標，他一部分爲小數曰假數。

依方程式：

$$\log(10 \times A) = \log A + 1$$
$$\log(100 \times A) = \log A + 2$$

…………………………………

我們知道一數的10、100、1000等等倍數的對數，其假數是相同者，僅因其小數點所在的位數不同而其指標有差異耳，故在對數表內祇載對數的假數，而將指標一項則讓於計算者臨時補充之。關於補充指標有須注意者：在於1與10之間的一切數的對數其指標爲0，在於10與100之間的一切數的對數其指標爲1，在於100與1000之間的一切數的對數其指標爲2，如此類推。反之在於1與0.1間，0.1與0.01間，0.01與0.001間等等之數的對數，其指標順次爲$-1, -2, -3$等等。指標爲負時，我們還是應當附一個正的假數，但於其負指標的位置以其補足爲10之數書於其處，而於完全對數之後附加-10。例如我們寫0.01的對數罷，因其指標爲-2且其假數爲0，故0.01的對數可寫爲$8.000000-10$，又因當實際計算之時，一數不容易與其10000000000倍的一數混亂不可分別，故我們亦往往將其附加之-10省略不寫。

將指標補足爲10之數依次之規則處理之：

較1大之數之對數的指標等於其整數位數減1之數，較1小之數之對數的指標等於零的個數之補足爲10之數，所謂零的個數者包含在小數點前之一個零在內，如此補足指標後再附-10於其對數之末。

例如數

432　　57896　　32.467　　0.6798　　0.000573

的對數其指數順次爲：

2,……　4,……　1,……　9,……-10　6,……-10

第一表包含由1至100000之一切數的對數的假數。

已知一數求其對數

若已知之數是一個數字、二個數字或三個數字者，則其對數載在第一表的首先四頁中，上面有N字之行所載之數爲自然數，其右邊上面記有log之行所載者爲其對數的假數，還須依以上之規則補充其指標，例如數574之假數爲758912，其指標爲2，由是得數574的完全對數爲2.758912。

若一數是由四個數字或四個以上之數字所成者則其對數可由第6頁以至185頁檢出之。

搜索四個數字之數的對數其法與搜索三個數字之數的對數之法，完全相似，我們在上面有N之行內找得其數並在上面有0之行內與其數並排之列內找得其對數之假數。

但若數值爲五位數，則我們先由上面有N之行內找得其頭四位數字並在上面記有數字1、2、…9之列找得其第五位數字，然後在此行內並與頭四位數字在同一列上之數即爲其對數的假數之末四位數，而其假數之頭二位數則須於上面有0之行內找得之，然因此頭二位數在鄰近的各對數中相同，故每五列載出一次，例如我們求11677的對數，則在第9頁中找得1167所在之列，並於上面有7字之行中與1167同列內找得7331，又於上面有0字之行內找得06二字，於是所求對數的假數爲067331，惟因11677之指標爲4，故得11677的對數爲4.067331。

然若求39813的對數，則我們依以上所述之法在第65頁內找得假數之末四位數爲0025，此時假數之頭二位數字則爲上面有0之行內之下一列所載之60，蓋因在0025之列內其頭二位數字已由59變而60故也，爲註明此種情形起見，特在0025之頭一個0字上附横綫以記之，由是39813的對數即爲4.600025。

若我們欲求位數多於五位的數的對數，則可先找出頭五位數字相應的假數，並找出較其末一位大1之數的假數而作出其前後兩假數的差，則較多的位數之數的對數可視爲在一小間隔內對數的差與數之差成比例以求之，例如我們欲求11677697的對數，我們於第9頁內找得11677及11678的假數爲067331及067368，並由此得假數之差爲以第六位爲單位的37，

再由比例式1：0.697＝37：X即可求得相應於11677的假數067331的改正數爲以第六位爲單位之＋26，再加入指標即得log 11677697＝7.067357。

爲省去計算比例部分之乘法起見，就各種可發生的差在上面有PP．之行內載有小表，此小表係依其差之十分之一以載之者。就以上所舉之例言之，可利用上面記有37的小表並對於其三位數字0.697由此小表查得：

對於	0.6	……………22.2
對於	0.09	…………… 3.33
對於	0.007	…………… 0.259
對於	0.697	……………25.789

或收爲以對數之末位爲單位的26，因其小數祇在顧慮對於對數末位之影響，故上之加法計算可在腦筋中依默算得出之。

已知一對數求其相應之數

若我們已知一個對數而欲求其相應的數，則我們首先在上面有0之行內找出其假數的頭兩數字，然後再在上面有0，1、2、……之行內找出其後的且較已知對數稍小的四位數字，再由與此四字同列且在上面有N之行內取出所求的數的頭四位數字，並由找得較已知對數稍小四位假數所在之行之上面找出所求的數的第五位數。第五位以後之數則依對數之差與相應之數之差成比例以求之，即將已知對數超出較小對數之數，以較小對數與在其後的直接鄰近的對數之差除之。例如求對數2.185249的相應的數，則我們首先在第16頁上直接找出其較小之對數爲185230，共相應的數爲15319，由已知對數減去此對數得19，將此19以較已知對數稍大及稍小的表上的兩對數之差29除之，若我們利用比例部分29的小表，其對於17.4爲0.6及對於19－17.4＝1.6採用爲0.06，則得七位數爲1531966，又因已知對數的指標爲2，由是得所求之數爲153.1966，若是已知之對數爲8.185249，則所求的相應之數之七個數字仍然是1531966，但因其指標爲8故其相應之數當爲九位數，故應將求得之七位數字之後再附加兩個0，依而所求之數爲153196600，在同樣的方法內，若已知之對數

爲7.185249—10，則所求之數爲0.001531966。

又在由 1 以至 185 頁內每頁的下脚載有 S 及 T 之值以及度分秒的變換值，關於此等值之應用可參閱 VI 頁之說明。

此第一表之末尙有一附表，即第 186 頁所載之表是也，該表所載者爲常用對數率0.43429448之倍數，及對數率的倒數2.30258509之倍數，以爲將常用對數(即以10爲底的對數)變爲自然對數（即以 2.71828183 爲底的對數）或其反變之用，此項變換所須用的公式則在第 186 頁的下脚。

第 II 表

由0°至5°每秒一載的正弦及正切的對數表

頁數　187—262

本表所包含者爲 0° 至 5° 各秒之正弦及正切的對數或由 85°至90°各秒之餘弦及餘切的對數，當將本表展開之時，其左邊一頁所載者爲正弦及餘弦的對數，共右邊一頁所載者爲正切及餘切的對數，每頁上面載有度數及分數，其秒數則在第一垂直行中載之，每頁下面亦載有度數及分數共秒數則在最後一垂直行中載之，本表所載者爲對數之完全假數；其指標則因由 188 頁及 189 頁之第二半頁以後共單獨各行之指標均是共同的，故每頁祇在共第一個分數行內載有指標數，而共餘各分數之行內則省略共指標， 全體對數均當以 -10 附加之。

已知一角求其正弦對數或正切對數

本表對於各整秒的正弦對數及正切對數是直接載有者，例如 log sin $2^\circ\ 58'\ 12'$ 可由第 232 頁直接查得其爲8.71443

9，此值亦同時爲 $\log\cos 87°1'48''$ 之值，若已知之角尙有秒之小數，則與以前所述求數之對數的方法相同之法依比例以求之，即先由本表查出已知角的整秒數的對數並將此對數與其大一秒的對數，而作出其差，依比例以算出已知角中不及一秒的小數相應之對數差，然後將此差加入於查出之對數中，即得所求之對數矣，例如求 $\log\sin 2°58'12'',34$，則由第 232 頁查出 $\log\sin 2°58'12''=8.714439$ 及其差爲以第六位爲單位的 +41，將此數以 0.34 乘之得 +14 爲其比例部分，將此比例部分加入於 $\log\sin 2°58'12''=8.714439$ 內即得 $\log\sin 2°58'12'',34=8.714453$。

已知一正弦對數或正切對數求其角

若已知一正弦對數或正切對數，欲求其相應之角，其法精密與已知一數的對數而求其相應之數之法相同，我們在表內先找出較小或較大的對數，若對數因角度之增大而增大者則找出較小的對數，若對數因角度之增大而減小者則找出較大的對數，然後求出此對數與已知對數之差，並得此差以找出的對數與直接在表內載有的，緊接其後的對數之差除之，由此則得直接查得的對數相應之整秒數後的小數部分，將此部分加於整秒數之後即得所求之角矣。例如已知 $\log\cos$ 爲 8.685163，則先由表內找出較大的對數爲 8.685188，且查知其相應之角爲 $87°13'25''$，此對數與已知對數之差爲以第六位爲單位的25，而此對數與表內緊接其後的對數之差爲44，由是以44除 25 得 $0'',57$，將此值附加於 $87°13'25''$ 之後得 $87°13'25'',57$，即爲所求之角。

爲決定小角度的正弦對數及正切對數尙有其第二方法，此法爲應用在第 2—185 頁下脚所載的 $S=\log\frac{\sin x}{x}$ 及 $T=\log\frac{\operatorname{tang} x}{x}$ 之值者，應用此法之基本定理爲：正弦或正切的對數等於將角度化爲以秒表示之數，並求其對數，再加上 S 或 T 之值，而 S 或 T 之值可由第 2—185 頁下脚以角度爲引數查得之。例如欲決定 $\log\sin 0°22'57'',708$，則由第13頁下脚查得相應於 $0°22'58''=1378''$ 之 $S=4.685572$，

又由表查得 log 1377，708＝3.139157， 故得 log sin 0° 22,57″,708＝7.824729，依同樣的方法我們可求得 log tang 0°22′52″,708＝4.685581＋3.139157＝7.824738。

既有此法以求小角度的正弦對數或正切對數，則當然又有一個反求的問題擺於我們的面前，即已知log sin或log tang而欲求其相應之角是也，此項反求的問題其基本定理爲：以秒表示之角之數其對數等於已知之正弦對數或正切對數減去S或T之值，於此須多作一點小手續，即爲求得查出S或T之值時所須要的引數，我們可先由第Ⅱ表查出角度祇至整秒數的近似值，再以此近似值爲引數由第Ⅰ表查出S或T之值，例如已知 log tang＝8.107831，則由第199頁查出相應之角祇至一秒止之近似值爲0° 44′ 4″，然後以此角爲引數由第38頁查出 T ＝ 4.685599 並由已知對數內減去此數則得所求之角的對數爲3.422232，再將此對數由第Ⅰ表查出相應之數即爲所求角度之秒數矣，就本例言之求得之值爲0° 44′ 3″，82。

此項方法僅當角度爲甚小時較由第Ⅱ表直接查出的方法爲有利，蓋因角度甚小則第Ⅱ表內緊接的兩個對數之差增大，共間之變化不合於比例故也。

又因第Ⅰ表內所載 S及T 之值僅至10000″＝2°46′40″止，故應用上述之法亦祇限於在2°46′40″範圍之內。

今爲將與此相似的一個方法能應用之於5°，在第Ⅲ表的第264—293頁上載有上面有b字之一行，此行內所載之數是爲將以弧度所表之角之對數變爲此角的正弦對數而以對數第六位爲單位者所須要的改正數，若我們依此項基礎上欲由已知一角決定共 log sin或log tang， 則先由第Ⅰ表查出其已知角的以秒爲單位所表之數之對數，然後由此對數內減去一常數 ρ 的對數（參照第595頁），再由減得之數內減去b行內所載之相應值則得所求的 log sin，若由減去 log ρ 後之數內再加上b行內所載之相應值之二倍則得所求的 log tang 矣，例如已知一角爲2°58′12″,34：

$$
\begin{array}{lr}
\log 2^\circ\ 58'\ 12'',\ 34 & =4.029073 \\
\log\ \rho & =5.314425 \\
\hline
\text{差} & =8.714648
\end{array}
$$

正 弦：

		8.714648
由第281頁	$-b=$	-194.5
$\log\sin 2^\circ 58' 12'',34 =$		8.714454

正 切：

		8.714648
由第281頁	$+2b=$	$+389,0$
$\log\operatorname{tang} 2^\circ 58' 12'',34 =$		8.715037

由此例觀之，可知此法較直接由第Ⅱ表查出對數以及由第Ⅰ表查出S及T之法則廣泛多矣，曾可爲一便利之法也。

第 Ⅲ 表

每十秒一載的三角函數的對數

頁數 264—533

本表所包含者爲一象限內每十秒一載的三角函數正弦，餘弦，正切及餘切的對數，由0°以至45°其度數則載在表之上面，分數及秒數則載在左邊之頭兩行內，表之單獨各行之上端所記的標題即爲關係於一象限內之此一部分者。反之一象限內之第二部分即由45°至90°，則度數及各行之標題均載在表之下面及行之下端，分數及秒數則載在表之右邊末二行內。在正弦及餘弦行內互相上下的二個對數之差則記於在共函數的右側且共標題爲d之行內，但在正切及餘切時則其差記在正切及餘切兩行之間且其標題爲d.c.之行內，蓋其差數對於正切及餘切均適用故也，又因對於全象限內的正弦及餘弦以及在於0°—45°間之正切均爲純分數，故表內所載之對數還須附加−10，但對於由0°−45°的餘切及由45°−90°的正切則爲例外而不可附加−10也。

已知一角求其 log sin, log tang, log cotg或log cos。

在此種情形下所應用之法，與在V頁上所述應用第II表之法完全相似，而僅須注意在第II表內爲逐秒一載，而本表則爲每十秒一載也，例如求 log sin7°17′32″,36則先由第307頁查出 log sin 7°17′30″=9.103531 及其相應之差爲+165.將此差以0.236乘之得+39爲其比例部分，附加於上之對數內即得結果爲 log sin 7°17′32″,36=9.103570。由第294頁以後，每頁的一旁載有差數小表，應用此等小表可無須用乘法手續，而祇須將由小表內查得之兩三個數字施行加法而已，仍就上例言之，即可就上面記有165之小表查出。

對於	2″	…………	33.0
對於	0.3	…………	4.95
對於	0.06	…………	0.990
	和	…………	38.940

由是得與以上相同之結果即其比例部分爲39，但若欲求 log cotg54°58′17″,9,則在第474頁上查出 log cotg54°58′10″=9.845720及差數−45，依上面記有45之小表，對於7″,9之比例部分爲−36,再加於上之對數中即得其結果爲：log cotg 54°58′17″,9=9.845684。

已知 log sin, log tang, log cotg 或 log cos 求其相應的銳角

如角度增大時函數亦增大者 log sin及log tang是也，我們對於此種函數先在表內查出與已知函數最相近而較小的對數，然後由已知之對數內減去此對數之值，而將其所得之差以表內最近於已知對數而較小之對數與較大之對數之差除之,而此差則爲表內已經載有者。其除得之商即爲由比例所得之小數部分亦即所謂比例部分也。將其小數點向右移動一位後，則得秒之整數及小數部分，將此秒之整數及小數部分附加於較已知對數稍小的對數所相應的角度上即得所求之角。

若應用差數小表則除法手續可省而祇須應用減法而已。例如已知 log sin $=9.872574$則在第514頁上查出與已知對數最相近而較小之log sin $=9.872565$ 及其相應之角爲 $48°13'10''$,此對數與已知對數之差爲9,而此對數與表上較大之一對數的差爲19,以19除9得0.47,將其小數點向右移動一位得4'',7,並將此4'',7附加於$48°13'10''$內即得所求之角爲$48°13'14''$,7。

但如角度增大而函數反因而減小者，如 log cos 及 log cotg 是也，此種情形之函數，我們先在表內查出與已知函數最相近而較大的對數，由此對數減去已知之對數，而以表內與已知對數最相近而較大及較小兩對數之差除之，例如已知 log cos $=9.710739$,則由第449頁查出$9.710751=$log cos$59°5'10''$,而將差數12以差數35除之得0.34，由是得所求之角爲$59°5'13''$,4。

若由大於 90°之角而欲求其 log sin, log cos, log tang 或 log catg時,則由已知之角內減去包含於其內的90°之最大倍數，若所減之數爲90°的偶數倍則由其剩餘之角度查出log sin, log cos, log tang及 log cotg，若所減去之數爲90°之奇數倍則由其剩餘之角度查出 log cos, log sin, log cotg及log targ，且須顧慮正弦在第 3 及第 4 象限內，餘弦在第 2 及第 3 象限內，正切及餘切在第 2 及第 4 象限內均爲負。今將此項情形彙列爲一覽表如次，但 Z 係表示一銳角者：

角　度	正　弦	餘　弦	正　切	餘　切
Z	+ sin Z	+ cos Z	+ tang Z	+ cotg Z
90° + Z	+ cos Z	− sin Z	− cotg Z	− tang Z
180° + Z	− sin Z	− cos Z	+ targ Z	+ cotg Z
270° + Z	− cos Z	+ sin Z	− cotg Z	− tang Z

由大於 90° 之角欲求其三角函數的對數，我們還可應用在下表內所載之規則：

角 度	正 弦	餘 弦	正 切	餘 切
Z	+ sin Z	+ cos Z	+ tang Z	+ cotg Z
180° − Z	+ sin Z	− cos Z	− tang Z	− cotg Z
180° + Z	− sin Z	− cos Z	+ tang Z	+ cotg Z
360° − Z	− sin Z	+ cos Z	− tang Z	− cotg Z

由上之一覽表我們可知道同時有在於0°與360°間的二個角度均能與已知之一函數相應。若我們不知道所求之角究竟是在那一象限內，而又要所求得之角不發生二義的雙關情形，則我們除已知之函數及其符號外同時還不可不知道他一函數之符號；但若已知之函數爲log cotg或log tang時，則他一函數不可爲log tang或log cotg也。

例如已知log tang＝0.170923而欲求其相應之角且我們又知道正切爲正及其餘弦爲負，則我們可找得所求之角爲30 4° 0 19 ，8，通常爲決定一角當施行三角計算之時其終結時得到兩個數的對數，且此兩個數是與一角的正弦及餘弦成比例者，例如log(asin A)及log(a cos A)之類是也，若將此兩個對數相減，則得log tang A，然若此兩個數同時均爲正或均爲負（負數的對數在對數之末端附記一n以表示之），則A在第1象限或在第3象限；若此兩個數asin A及acos A爲一正一負或一負一正，則A在第2象限或第4象限也。

第Ⅳ表 1及2

加法對數及減法對數

頁數 535—593

我們把加法對數表及減法對數表分爲兩個表，即第1表及第2表，此二表之中其第1表對於加法及減法同能應用，第2表則祇能應用於減法中的對數之差較0.420000爲大者

也。在第1表內所載之值爲以$\log x$爲引數之$\log(x+1)$之值，在第2表內所載之值爲以$\log x$爲引數之$\log(1-\frac{1}{x})$之值。應用此二表若已知兩數的對數則可決定此兩數之和的對數或差的對數，其方程式如次：

對於加法者：若$a>b$，其方程式爲：

$$\log(a+b)=\log a+\log(\frac{b}{a}+1),$$

表在第535—565頁

若$a<b$，其方程式爲：

$$\log(a+b)=\log b+\log(\frac{a}{b}+1),$$

表在第566—570頁

對於減法者：若$a>b$，但其對數之差不超過0.420000者，其方程式爲：

$$\log(a+b)=\log b+\log(\frac{a}{b}-1),$$

表在第535—570頁

若$a>b$，且其對數之差爲較0.420000大者，其方程式爲：

$$\log(a-b)=\log a+\log\left(1-\frac{1}{\frac{a}{b}}\right),$$

表在第572—593頁

求加法對數時其方法如下：

若已知兩數的對數而欲求此二數之和之對數，則我們將其較大之數以a表之，較小之數以b表之，並作出對數之差$\log b-\log a=A$。以此A之值爲引數在表內上面記有A之行與在第535—565頁的表中上面記有順序數字之行內查出B之值，其法精密與第I表由已知之數查出其相應的對數之法相同。將查得之B之值加於較大之已知數之對數中，即得兩數和的對數矣。

例如已知之兩對數爲0 477121及1.230449，則其形成之計算如下：

$$\begin{array}{rl} \log b &= 0.477121 \\ \log a &= 1.230449 \\ \hline \log b - \log a &= 9.246672 - 10 = A \end{array}$$

依第550頁:

$$\begin{array}{rl} B &= 0.070581 \\ \log a &= 1.230449 \\ \hline \log (a+b) &= 1.301030 \end{array}$$

或若已知之二對數爲0.131089及8.753210—10，則計算如下:

$$\begin{array}{rl} \log b &= 8.753210 - 10 \\ \log a &= 0.131089 \\ \hline \log b - \log a &= 8.622121 - 10 = A \end{array}$$

依第539頁:

$$\begin{array}{rl} B &= 0.017822 \\ \log a &= 0.131089 \\ \hline \log (a+b) &= 0.148911 \end{array}$$

求減法對數時其方法如下:

若我們仍然以 a 表示大數 b 表示小數，則作出 $\log a - \log b = B$，又若 B 之值較0.420000爲小，則我們即以此值爲第535—570頁的表內之 B，並依已知數之對數而由第 I 表查出其相應的數之法，由此表內查出 A 之值，然後將此A加於較小之數之已知對數中即得所要的兩數差之對數矣。然若B之値大於0.420000，則我們有其相應值 C，欲查出 C 之值可應用當求加法對數時查出 B之法相似之法由第572—593頁的表內以B爲引數以查出之，並將此C加於較大之數之已知對數中。

例如已知兩對數爲1.230449及0.477121，則計算如下:

$$\begin{array}{rl} \log a &= 1.230449 \\ \log b &= 0.477121 \\ \hline \log a - \log b &= 0.753328 = B \end{array}$$

依第579頁：

$$C = 9.915679$$
$$\log a = 1.230449$$
$$\log(a-b) = 1.146128$$

若已知兩數之對數爲3.001750及2.854171而求其兩數之差之對數，則計算如下：

$$\log a = 3.001750$$
$$\log b = 2.854171$$
$$\log a - \log b = 0.147579 = B$$

依第558頁：

$$A = 9.607117 - 10$$
$$\log b = 2.854171$$
$$\log(a-b) = 2.461288$$

爲使計算人有最可能的便利我們將其關係公式反復刊載於本表每頁之下脚。