普通高等教育"十三五"规划教材

机器人机构学的数学基础

Mathematic Foundation of Mechanisms and Robotics

第2版

于靖军　刘辛军　丁希仑　编著

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十三五”规划教材

机器人机构学的数学基础

第 2 版

Mathematic Foundation of Mechanisms and Robotics

于靖军　刘辛军　丁希仑　编著

机 械 工 业 出 版 社

本书是在《机器人机构学的数学基础》的基础上经过缩减修订而成的，以近年来的研究成果为主干，讲述以李群、李代数和旋量理论为代表的现代数学工具在机器人机构学中的应用。

全书总共9章，第1章为绪论。第2、3章主要介绍刚体运动群的基本概念。第4章讲述刚体运动群的李代数及其指数映射。第5章主要讲解刚体运动群及其李代数在机器人运动学建模中的运用。第6章~第9章介绍旋量与旋量系基础理论及其在机器人机构学中的应用，包括复杂机构及机器人的自由度分析、构型综合、运动学分析、运动性能分析、静力学与刚度等问题。

本书所选机构与机器人种类丰富，不仅涵盖了传统串联机器人和并联机器人，还包括当前机构学及机器人领域一些较为热门的研究如柔性机构等。

本书可作为本科高年级或研究生教材，也可作为相关科研人员与工程技术人员的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

机器人机构学的数学基础/于靖军，刘辛军，丁希仑编著. —2版. —北京：机械工业出版社，2015.12

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-111-52531-8

Ⅰ.①机… Ⅱ.①于… ②刘… ③丁… Ⅲ.①机器人-机构学-数学基础-高等学校-教材 Ⅳ.①TP24

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第307970号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号 邮政编码100037）

策划编辑：舒 恬 责任编辑：舒 恬 李 乐 版式设计：霍永明

责任校对：刘怡丹 封面设计：张 静 责任印制：李 洋

三河市国英印务有限公司印刷

2016年3月第2版第1次印刷

184mm×260mm · 15.5印张 · 381千字

标准书号：ISBN 978-7-111-52531-8

定价：49.8元

序

李群、李代数和旋量理论在现代物理学和刚体运动领域取得了成功的应用，也成为机构学和机器人学研究的有效分析工具，已被许多国内外学者所接受和采用，但是相关的教材却非常少，特别需要一本系统地介绍相关理论的专著，反映当前的研究和应用状况。很多工科高校都设置了机器人或高等机构学方面的课程，选择教材和讲授课程时，大都想增加有关微分流形和李群、李代数方面的内容，来增强课程的基础性和系统性。

《机器人机构学的数学基础》一书由几位中、青年学者合作撰写而成。书中汇集了他们多年来在该领域的部分研究成果和有关机器人机构学的最新研究进展，从理论的高度系统地介绍了机器人机构学的研究及应用。该书内容丰富、深入浅出、层次分明。同时该书应用对象涵盖面较广，涉及并联机器人、柔性机构、变胞机构等现代机构研究领域。该书比较系统地介绍了李群、李代数和旋量理论的基本知识，反映了李群、李代数与机器人机构学相结合的最新理论研究成果，介绍了一些典型应用实例。该书将为机器人机构的创新设计提供较系统的基础理论和有效方法。

我相信《机器人机构学的数学基础》的编写和出版会对我国机构学领域的本科生、研究生和教学科研人员有重要的参考价值，可以作为相关专业的本科高年级或研究生教材，也可作为相关科研人员的参考书。相信该书将为初学者提供一条很好的入门途径，受到广泛的赞许。

熊有伦

于武汉

前　言

机构学是一门十分古老的科学，机器人学的兴起，给传统机构学带来了新的活力，机器人机构学已逐渐演变成为机构学领域一个重要的分支。特别是当前，为了我国的科技进步，为了大力发展自主创新，机器人机构学正面临着一个空前的机遇。经验表明，任何机械系统的创新都离不开机构的创新。从目前国内外对机构学与机器人学的研究来看，可以用方兴未艾来形容，其范围已不再局限于科研院所，更逐渐向行业（如制造业）拓展，从业人员日益增加。

正像本书绪论中所说的，从机构学与机器人学的发展历史上来看，机构学与机器人学的发展与数学工具总是息息相关的，现代机构学的诞生更是离不开数学的推动作用。与机构学和机器人学联系紧密的数学工具中，人们比较熟悉的是线性代数与矩阵理论，但对旋量理论、李群李代数等现代数学工具还知之甚少，而后者在机构学与机器人学研究领域越来越受到重视，并得到了日益广泛的应用。以机构构型综合为例，旋量理论与李群理论的引入为曾经成为机构学难题的构型综合问题打开了一扇明亮的天窗。据不完全统计，在2000年以后的近15年间，在国内外机构学与机器人学相关的重要核心期刊和会议上发表的有关机构构型综合的学术论文不少于200篇，正所谓“工欲善其事，必先利其器”。

旋量理论和李群、李代数理论在现代物理学和刚体运动领域取得了成功的应用，也日渐成为现代机构学和机器人学研究的有效分析工具。虽然这些现代数学工具当前已被大量国内外学者所接受和采用，但与此相关的教材却非常少，特别是还没有能够比较系统介绍相关理论并反映当前研究和应用现状的论著。另一方面，科技的飞速发展促进了机构学与机器人学研究领域的不断拓新，对其理论支撑的要求也越来越高，如高速、重载、精微等，应用传统的数学工具解决这些问题有时变得十分困难甚至无能为力，而新的数学工具可以为之提供新方法、新思路、新途径。

本书定位为相关专业的本科高年级或研究生教材，也可作为科研人员的参考书。它是在北京航空航天大学机械工程专业研究生专业必修课（机器人学的现代数学基础）授课讲义和2008年出版的《机器人机构学的数学基础》版本基础上编写而成的。本书内容于2004—2013年间已在课堂中先后讲授过10次，根据多方的反馈意见进行了反复修改和改进。在此，向对本书提出修正意见的师生们表示诚挚的感谢。

特别需要指出的是，2008年出版的《机器人机构学的数学基础》在7年间得到了同行的积极反馈，但也指出总体偏难，自学入门比较吃力。另一方面，目前很多学校的研究生课程课时数都定位在30左右，原版内容较多，给教师授课带来了不便。因此，根据来自多方位（如网络、同行等）的反馈意见以及最近几年在北京航空航天大学的多次试讲效果，决定在保留原版精华的基础上对部分内容进行缩减，知识结构作局部调

整。这便成了这本修订后的教材。

本书仍然比较系统地介绍了李群、李代数和旋量理论的基本知识，反映了最新的理论研究成果，并介绍了当前的一些典型应用实例，内容尽量做到深入浅出、生动新颖。主要修改如下：

1. 将原版的 14 章浓缩为 9 章，删减原版中有关流形、POE 运动学反解、旋量系分类、动力学等偏、难的内容。

2. 整合部分章节，例如将分离的位移群知识与其在构型综合中的应用整合为一章；将分离的李代数与运动旋量知识整合在一起等，便于案例式教学和学生自学。

3. 理论体系更加清晰。本书前 5 章主要描述李群、李代数与刚体运动之间的映射，偏重定量分析；后 4 章是经典的旋量理论与应用，偏重定性描述。

4. 增加了旋量与旋量系理论几何描述的内容，使抽象的概念更加形象化。

5. 各章都增加了扩展阅读文献环节，更为重要的是增加了大量的习题，部分习题从最新科研成果中转化而来，具有较强的时代性。

6. 为配合教学，开发了一套模块化、可重构的柔性教具，以帮助学生对旋量（系）理论知识产生更直观的理解。经过在北京航空航天大学几轮的尝试，这套教具取得了很好的效果。有兴趣的读者可与作者联系（jjyu@ buaa. edu. cn），订购此教具。

本书有关内容的研究得到了很多同仁的大力支持，在此表示衷心的感谢。本书第 2 ~ 5 章有关李群、李代数与刚体运动的内容参考了 Murray 教授（美国）、李泽湘教授（中国香港）、Selig 博士（英国）和 Hervé 教授（法国）等学者的成果；第 6 ~ 9 章有关旋量理论与应用方面的内容则参考了 Ball 教授（英国）、Hunt 教授（澳大利亚）、戴建生教授（英国）、孔宪文教授（英国）、Hopkins 博士（美国）、黄真教授和赵铁石教授（燕山大学）、方跃法教授（北京交通大学）、李秦川教授（浙江理工大学）等学者的著作或论文。同时，本书也涵盖了三位作者多年来在该领域的部分研究工作。

本书所涉及的研究工作得到了国家自然科学基金（51175010，51375251，51075222）和北京航空航天大学校级精品课程建设经费的资助。在此表示特别感谢。

由于作者水平有限，书中难免有疏虞之处，敬请读者和专家批评指正。

作　者

符　号　表

运动链与运动副

C	圆柱副
E	平面副
H	螺旋副
P	移动副
R	转动副
S	球面副
U	胡克铰
DOF	自由度
R	转动（自由度）
T	移动（自由度）

旋量（包括线矢量）与反旋量

$\vec{\$}$	旋量
ρ	旋量（或线矢量）的幅值
h	旋量的节距
$\$$	单位旋量（也可以用来表示运动副旋量）
$\$_i$	旋量系中的第 i 个单位旋量（也可以用来表示运动副旋量）
$\$^r$	单位反旋量（也表示可以用来约束反旋量）
S	单位旋量的轴线矢量
s_0	单位线矢量的线矩
s^0	单位旋量的对偶部矢量
$(L, M, N; P, Q, R)$	单位线矢量的 Plücker 坐标
$(\mathcal{L},\mathcal{M},\mathcal{N};\mathcal{P},\mathcal{Q},\mathcal{R})$	线矢量的 Plücker 坐标
$(L, M, N; P^*, Q^*, R^*)$	单位旋量的 Plücker 坐标
$(\mathcal{L},\mathcal{M},\mathcal{N};\mathcal{P}^*,\mathcal{Q}^*,\mathcal{R}^*)$	旋量的 Plücker 坐标
$\boldsymbol{V}=(\boldsymbol{\omega}; \boldsymbol{v})$	单位速度旋量
$\boldsymbol{F}=(\boldsymbol{f}; \boldsymbol{\tau})$	单位力旋量
$\boldsymbol{\xi}$（或 $\boldsymbol{\$}$）	单位运动（副）旋量
$\boldsymbol{\zeta}$	变形旋量（表示微小形变）
$(\boldsymbol{\delta}; \boldsymbol{\theta})$	变形旋量的轴线坐标
$(\boldsymbol{\omega}; \boldsymbol{v})$	单位运动旋量的射线坐标
$(\boldsymbol{v}; \boldsymbol{\omega})$	单位运动旋量的轴线坐标
$\boldsymbol{\omega}$	单位角速度矢量或单位转轴方向矢量

ω	角速度的幅值
$\hat{\boldsymbol{\omega}}$或 $\mathrm{ad}(\boldsymbol{\omega})$	单位角速度矢量的反对称矩阵
$\boldsymbol{\Omega}$	角速度矢量的反对称矩阵
$\boldsymbol{v}$	单位线速度矢量
v	线速度的幅值
$\boldsymbol{\Lambda}$	线速度矢量的反对称矩阵
$\boldsymbol{\tau}$	单位力矩
$\boldsymbol{f}$	单位力
τ	力矩的幅值
f	力的幅值
$\boldsymbol{\delta}$	移动变形
$\boldsymbol{\theta}$	转动变形
向量及矩阵	
$\boldsymbol{a}$	矢量或向量
$\boldsymbol{A}$	矩阵
$\boldsymbol{O}$	零矩阵或零向量
$\boldsymbol{E}$	单位矩阵
$\boldsymbol{a}^S$ （$\boldsymbol{A}^S$）	向量 $\boldsymbol{a}$ （或矩阵 $\boldsymbol{A}$） 在空间坐标系中的表达
$\boldsymbol{a}^B$ （$\boldsymbol{A}^B$）	向量 $\boldsymbol{a}$ （或矩阵 $\boldsymbol{A}$） 在物体坐标系中的表达
${}^C\boldsymbol{a}$ （${}^C\boldsymbol{A}$）	向量 $\boldsymbol{a}$ （或矩阵 $\boldsymbol{A}$） 在坐标系 $\{C\}$ 中的表达
$\boldsymbol{T}$	位移变换矩阵
$\boldsymbol{R}$	旋转矩阵
$\boldsymbol{R}_z(\theta)$	绕 z 轴的旋转矩阵
$\boldsymbol{t}$	表示移动的列向量
$\dot{\boldsymbol{\theta}}$	关节速度向量
$\boldsymbol{J}$	速度雅可比矩阵
${}^4\boldsymbol{J}$	雅可比矩阵（参考坐标系选在关节 4 所在的连杆坐标系）
$\boldsymbol{C}$	柔度矩阵
$\boldsymbol{K}$	刚度矩阵
Ad_g	伴随变换矩阵
集合与空间	
$\boldsymbol{S}$	集合、旋量系、旋量组
$\boldsymbol{S}^r$	反旋量系
$\varnothing$	空集
${}^n\boldsymbol{S}$	旋量 n 系
$\boldsymbol{S}_{bi}$	分支运动旋量系
$\boldsymbol{S}_{bi}^r$	分支约束旋量系
$\boldsymbol{S}_f$	平台运动旋量系
$\boldsymbol{S}^r$	平台约束旋量系

$\boldsymbol{S}_m$	机构运动旋量系
$\boldsymbol{S}^c$	机构约束旋量系
$R(\boldsymbol{J})$	雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 的域空间
$N(\boldsymbol{J})$	雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 的零空间
$\mathbb{V}$	向量空间
$\mathbb{R}^n(\mathbb{R}^3)$	$n(3)$ 维实向量空间
$\mathbb{E}^3$	欧氏空间
$\mathbb{P}^n$	射影空间
$R(N, \boldsymbol{u})$	同轴线空间
$U(N, \boldsymbol{n})$	平面汇交线空间
$F_2(N, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{n})$	平面平行线空间
$N_2(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})$	空间异面两直线组成的线簇空间
$L(N, \boldsymbol{n})$	平面线空间
$F(\boldsymbol{u})$	空间平行线空间
$S(N)$	空间汇交线空间
$N(\boldsymbol{n})$	位于平行平面内的三直线组成的线簇空间
$N(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w})$	空间异面三直线组成的线簇空间
$T(\boldsymbol{u})$	平行偶量空间
$T_2(\boldsymbol{n})$	平面偶量空间
T	空间偶量空间
李群与李代数	
G	群
g	群的元素、刚体位移、刚体位移的齐次变换矩阵
e	群的单位元素
$\mathcal{M}$	流形
$GL(n, \mathbb{R})$ 或 $GL(n)$	一般线性群
$O(n)$	正交群
$SO(n)SO(2)SO(3)$	特殊旋转群
$T(3)$	三维移动群
$gl(n)$	一般线性群的李代数
$so(3)$	三维旋转群的李代数
$t(3)$	三维移动群的李代数
$se(2)$	平面群的李代数
$se(3)$	特殊欧氏群的李代数
$SE(3)$	特殊欧氏群（刚体运动群）
$U(n)$	幺模群
$SU(n)$	特殊幺模群
$\mathcal{R}(N, \boldsymbol{u})$ 或 $SO(2)$	一维旋转子群
$\mathcal{T}(\boldsymbol{u})$ 或 $T(1)$	一维移动子群

$\mathcal{H}_p(N, \boldsymbol{u})$ 或 $SO_p(2)$	螺旋副生成的子群
$\mathcal{T}_2(\boldsymbol{w})$ 或 $T(2)$	平面移动子群
$\mathcal{T}$或 $T(3)$	空间移动子群
$\mathcal{C}(N, \boldsymbol{u})$	圆柱副生成的子群
$\mathcal{G}(\boldsymbol{w})$ 或 $SE(2)$	平面子群
$\mathcal{S}(N)$ 或 $SO(3)$	旋转子群
$\mathcal{Y}(\boldsymbol{w}, p)$	移动螺旋子群
$\mathcal{X}(\boldsymbol{w})$	Schönflies 子群
$\mathcal{D}$或 $SE(3)$	螺旋运动子群
$\mathcal{E}$或 E	单位子群

坐标系

$\{.\}$	坐标系
$.^S$	空间坐标系中的描述
$.^B$	物体坐标系中的描述
$\{S\}$ 或 $\{A\}$	空间坐标系、惯性坐标系
$\{T\}$	工具坐标系
$\{B\}$	物体坐标系
$\{L\}$	连杆坐标系

物理量

F	自由度
C	约束度
E	弹性模量
G	切变模量
J	极惯性矩
I_x	相对轴线的惯性矩
m	质量
M_{12}	线矩
W	功
P	功率
$\vec{\boldsymbol{\omega}}$	角速度
$\vec{\boldsymbol{v}}$	线速度
$\vec{\boldsymbol{f}}$	力
$\vec{\boldsymbol{\tau}}$	力偶
$\boldsymbol{T} = (\vec{\boldsymbol{\omega}}; \vec{\boldsymbol{v}})$	速度旋量
$\boldsymbol{W} = (\vec{\boldsymbol{f}}; \vec{\boldsymbol{\tau}})$	力旋量
c	条件数
$\kappa(\boldsymbol{J})$	雅可比矩阵 $\boldsymbol{J}$ 的条件数
k	弹簧常数
Δ	变形量

w	可操作度
W	功
σ	关节力旋量
λ_i	特征柔度
运算符号	
$\otimes$	直积
$\times$	半直积
$\cap$	并（集合运算符）
$\cup$	交（集合运算符）
$\subseteq$，$\supseteq$	包含（集合运算符）
$\in$	属于（集合运算符）
$\notin$	不属于（集合运算符）
$\rightarrow$	映射（集合到集合）
$\mapsto$	映射（元素到元素）
$\circ$	旋量（或旋量系）之间的互逆积运算
$\boldsymbol{\Delta}$	旋量矩阵形式的互逆积运算
$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的转置
$\boldsymbol{A}^{*}$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵
$\boldsymbol{A}^{-1}$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的逆
$\lvert\boldsymbol{A}\rvert$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 对应的行列式
$\hat{\boldsymbol{a}}$	向量 $\boldsymbol{a}$ 对应的反对称矩阵
$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$	内积运算
$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$	数量（叉）积运算
$\lVert\boldsymbol{x}\rVert$	向量 $\boldsymbol{x}$ 的范数
e^{X}	矩阵指数
$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$	全微分
$\dim(\boldsymbol{S})$	旋量系 $\boldsymbol{S}$ 的维数
$\mathrm{rank}(\boldsymbol{A})$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数
$\mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)$	对角阵，λ_1，λ_2，…，λ_n 为主对角元素
$\mathrm{tr}(\boldsymbol{A})$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的迹
$\det(\boldsymbol{A})$	行列式 $\boldsymbol{A}$ 的值
norm（ ）	向量的法线
const	常数
$[\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}]$	李括号
$\mathrm{Ad}_g X$	群 G 的伴随变换
$[g]$	陪集
θ_{ij}	$\theta_i+\theta_j$

$c\theta_i$	$\cos\theta_i$
$s\theta_i$	$\sin\theta_i$

注：一般情况下，小写的希腊字母表示纯数，小写的黑斜体表示矢量（或向量），大写的黑斜体表示矩阵或集合。

目　录

第1章 绪 论

人类赖以生存的大千世界如此多姿多彩，不仅是因为大自然创造了千姿百态的生灵，而且是由于这些生灵中最具有智慧的人类创造了如此多的机械。从外星来观察地球，地球上存在着两种“机械”，即“自然机械”和“人造机械”。那么，这两种“机械”是以什么原理构造而成的？它们有什么样的功能和特性？人们应如何根据性能来设计各种机械？这些都是机构学领域长期研究的基础科学问题。

机器人机构学研究的最高任务是揭示自然和人造机械的机构组成原理，创造新机构，研究基于特定性能的机构分析与设计理论，为现代机械与机器人的设计、创新和发明提供系统的基础理论和有效实用的方法。

机构学与机器人学的发展均离不开数学的推动作用，先进的数学工具更是给现代机构学与先进机器人技术的发展注入了强大的生命力。

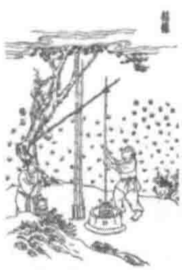
1.1 机构学与机器人学的发展历史概述

机构学在广义上又称机构与机器科学（Mechanism and Machine Science），是机械工程学科中的重要基础研究分支。机构学研究的最高任务就是揭示自然和人造机械的机构组成原理，发明新机构，研究基于特定功能的机构分析与设计理论，为现代机械与机器人的设计、创新和发明提供系统的基础理论和有效方法。因此，机构学的研究对提高机械产品的自主设计和创新有着十分重要的意义[146]。

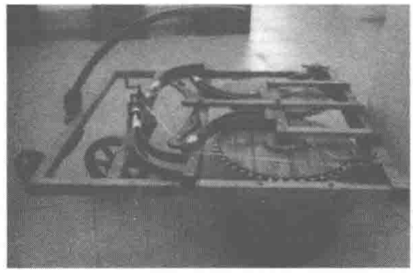
机构学又是一门古老的学科，距今已有数千年的历史。机构从一出现就一直伴随甚至推动着人类社会和人类文明的发展，它的研究和应用更是有着悠久的历史沿革。从纵向发展来看，主要经历了三个阶段：

第一阶段（从古世纪~18世纪中叶）：机构的启蒙与发展时期。标志性的成果有：古希腊大哲学家亚里士多德（Aristotle）的著作《Problems of Machines》是现存最早的研究机械力学原理的文献。阿基米德（Archimedes）用古典几何学方法提出了严格的杠杆原理和运动学理论，建立了针对简单机械研究的理论体系。古埃及的赫伦（Heron）提出了组成机械的5个基本元件：轮与轮轴、杠杆、绞盘、楔子和螺杆。中国古代的墨翟在机构方面也做出了很多惊人的成就：他制造的舟、车、飞鸢以及根据力学原理为古代车子所创造的“车辖”（即今之车闸）和为“备城门”所研制的“堑悬梁”都体现了机构的设计原理。意大利著名绘画大师达·芬奇（Da Vinci）的作品《Madrid Codex》和《Atlantic Codex》中，列出了用于机器制造的22种基本部件。图1.1列出了古今中外一些具有允表性的简单机械模型。

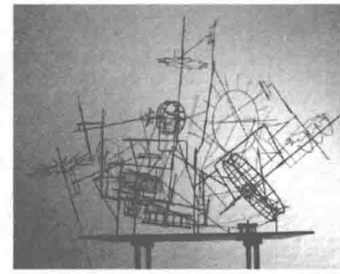
第二阶段（从18世纪下半叶~20世纪中叶）：机构的快速发展时期，机构学逐步成为



a)



b)



c)

图 1.1　简单机械模型

a）Shadoof 橘槔　b）达·芬奇设计的汽车模型　c）MIT 博物馆中的各种"简单机构"

一门独立的学科。18 世纪下半叶第一次工业革命促进了机械工程学科的迅速发展，机构学在原来的机械力学基础上发展成为一门独立的学科，通过对机构的结构学、运动学和动力学的研究形成了机构学独立的体系和独特的研究内容，对于 18～19 世纪产生的纺织机械、蒸汽机及内燃机等结构和性能的完善起到了很大的推动作用。标志性的成果有：瑞士数学家欧拉（Euler）提出了平面运动可看成是一点的平动和绕该点的转动的叠加理论，奠定了机构运动学分析的基础。法国的科里奥利（Coriolis）提出了相对速度和相对加速度的概念，研究了机构的运动分析原理。英国的瓦特（Watt）探讨了连杆机构跟踪直线轨迹问题。剑桥大学教授威利斯（Willis）出版著作《Principles of Mechanisms》，形成了机构学理论体系。德国的勒洛（Reuleaux）在其专著《Kinematics of Machinery》中阐述了机构的符号表示法和构型综合（type synthesis）。他提出了高副和低副的概念，被誉为现代运动学的奠基人。布尔梅斯特（Burmester）提出了将几何方法应用于机构的位移、速度和加速度分析，开创了机构分析的运动几何学派。Grübler 发现了连杆组的自由度判据，这标志着向机构的数综合（number synthesis）迈出了重要一步。

第三阶段（从 20 世纪下半叶至今）：控制与信息技术的发展使机构学发展成为现代机构学。现代机械已大大不同于 19 世纪机械的概念，其特征是充分利用计算机信息处理和控制等现代化手段，促使机构学发生广泛、深刻的变化。具体而言：现代机械是由机械和计算机构成的一体化系统，它由机构、驱动、控制、传感与信息处理五个子系统构成，而机构系统是现代机械的骨架与执行器（图 1.2）。现代机构具有如下特点：①机构是现代机械系统的子系统，机构学与驱动、控制、信息等学科交叉与融合，研究内容上比传统机构学有明显的扩展。②机构的结构学、运动学与动力学实现统一建模，创建了三者融为一体且考虑到驱动与控制技术的系统理论，为创新设计提供新的方法。③机构创新设计理论与计算机技术的结合，为机构创新设计的实用软件开发提供技术基础。标志性的成果有：从 20 世纪 50 年代到 20 世纪 60 年代，美国的弗洛丹斯坦（Freudenstein）将机构学研究与计算机技术相结合，引入图论描述机构拓扑结构，全面研究平面机构和空间机构的构型综合，基于解析方法进行机构运动学和动力学分析与综合，从而开创了机构运动学计算综合的先河。1955 年，Denavit 和 Hartenberg 提出了空间机构运动分析的 D-H 参数法。之后，四元数、旋量、李群等数学工具也相继被引入到机构分析与综合中。另外，过去的 50 年内，机构学与其他学科之间的交叉融合使得机构类型更加广泛，不断涌现出新兴学科，如并联机构、柔性机构、仿生机构、变胞机构等。