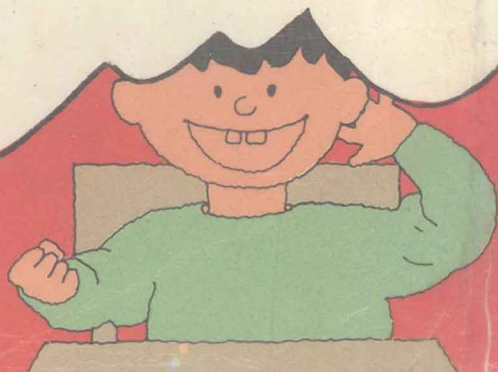


小学数学奥林匹克

解题点拨

刘莹 邵舒

OLYMPIC



小学 数 学

奥林匹克解题点拨

刘 莹 郜舒竹 著

开 明 出 版 社

(京)新登字 104 号

小学数学奥林匹克解题点拨

刘莹 郜舒竹 著

*

开明出版社出版发行

(北京海淀区车道沟 8 号)

新华书店北京发行所经销

北京怀柔东茶坞印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 11 字数 200 千

1994 年 7 月北京第 1 版 1995 年 2 月北京第 3 次印刷

印数: 32,001—47,000

ISBN 7-80077-690-5/G · 474 定价: 7.20 元

内 容 提 要

小学数学奥林匹克活动是通过数学教育发展智力培养能力的有效途径。它包括小学数学竞赛，对小学数学教师的培训，对试题的编辑整理，对教材建设、教法选择的研究等等。本书正是适应这种需要而编写的。共分三个部分，讨论了小学数学奥林匹克的意义、方法和试题的特点；介绍了小学数学奥林匹克的解题策略和方法；介绍了小学数学奥林匹克试题的背景材料。特点是内容精，选题新，每部分内容都有充分的例题与习题。特别适合用作赛前集训和小学数学奥林匹克课外活动的教材。

序 言

随着九年义务教育制的普及,通过数学教育发展智力、培养能力越来越引起人们的重视。而这一目标的实现是要通过课内、课外、社会、家庭等诸多渠道才有可能完成的。实践证明,数学奥林匹克(Mathematical Olympiad)活动对此能起到积极的作用。

小学数学奥林匹克活动包括以下内容:小学生数学竞赛,对小学数学教师的培训以及对小学生进行普及基础上提高的培养,对试题的编辑整理,对竞赛成绩进行统计分析,对教材建设、教法选择的研究。

这些活动势必激发各地区、各学校开展数学课外活动的积极性,并且为数学课外活动提供了丰富的内容,进而对小学数学课外活动起到了积极的促进作用。

小学数学竞赛试题原则上不能超出小学数学教学大纲,也就是说解答这些试题所依据的是小学数学中的基本知识和基本能力。因此我们说学生参与数学奥林匹克活动,能够巩固、提高课内所学知识。

小学数学竞赛试题的一个显著特点就是有较强的趣味性,并且蕴含着大量数学研究和科学研究的思想方法,因此小学数学奥林匹克活动对激发学生学习数学的兴趣,训练学生科学的思维方法有重要意义。

另外,小学数学奥林匹克活动得以广泛开展的前提是广

大小学数学教师积极参与学习、研究，从而促进小学数学教师素质的提高。

这里需要强调指出的是，数学奥林匹克活动的最终目的是全面培养人才，而非少数“尖子”，对广大教师和学生我们提倡“贵在参与”的奥林匹克精神。

试题是小学数学奥林匹克的核心，是各层次小学数学课外活动主要的内容。好的试题就会有好的教育效果，学生无论做对还是做错，都会从中受益。究竟什么样的试题是好题，当然不可能有一个绝对的尺度去衡量，这里我们提出一些好题所应具备的特点供参考。

1. 科学性

试题的科学性是指叙述上简明，没有歧意；条件充分且趋于必要，不能再少，也不需要再增加；另外对于应用题的条件和结论还要符合日常生活经验。科学性是所有数学问题的共同特点，违背科学性的试题一定不是“好试题”。

2. 知识性

这里的知识性有两层含义：一是以考察学生的基础知识水平，灵活运用能力为主；二是侧重考察学生的智能发展、思维方法。现举一个例子说明试题的知识性：

(1992 年小学数学奥林匹克决赛第 2 题)

$\frac{6933}{25421}$ 的最简分数是_____。

这道题的知识性体现于考察了两个知识点：一是分数的基本性质（一个分数的分子和分母同时扩大或缩小相同的倍数，分数值不变），另一个则是求两个数的最大公约数，后者

显然是考察的重点。

现在我们采用辗转相除法来解这道题：

$$25421 \div 6933 = 3 \cdots 4622;$$

$6933 \div 4622 = 1 \cdots 2311$; $4622 \div 2311 = 2$; 因此 25421 与 6933 的最大公约数为 2311, 所以

$$\frac{6933}{25421} = \frac{6933 \div 2311}{25421 \div 2311} = \frac{3}{11}.$$

学生解题的最终目的是巩固、提高所学知识, 训练能力, 发展智力, 因此知识性应当成为小学数学奥林匹克试题的主要特点。

3. 趣味性

小学数学奥林匹克的意义之一在于激发学生学数学、爱数学的积极性, 使试题具有趣味性是实现这一目的的重要途径。

两个人玩报数游戏, 轮流报出 1 至 10 中的自然数, 每人每次报出的数都与双方已报出的数累加起来, 谁先使这个累加和达到 100, 谁就获胜。问采取什么策略能确保获胜?

这个问题可采用倒推法来考虑, 获胜者为了先达到 100, 就要先达到 89; 同样为了先达到 89, 就要先达到 78; 依此倒推, 每次应占领的制高点依次为:

1、12、23、34、45、56、67、78、89.

因此确保获胜的策略是:

先报 1; 如对方报 α ($1 \leq \alpha \leq 10$), 则报 $11 - \alpha$.

通过解决这个问题, 可以得到百以内整数加、减法运算的训练, 同时也可以得到逆向型思维能力的培养。因此本题

具有一定的知识性。

而针对小学生的年龄特点，吸引学生的注意力，激发学生的解题积极性，是这类问题的意义所在，也就是它具有较强的趣味性。

4. 选拔性与适应性

正确处理试题的选拔性与适应性的关系是小学数学奥林匹克活动成败的关键。所谓试题的选拔性是指通过解题竞争能够发现数学素质优异的学生；适应性是指试题要适应学生的年龄特征、心理特征及知识水平。

无论是竞赛还是培训，都面临正确处理二者关系的问题。

总之，通过对小学数学奥林匹克试题的研究，能帮助命题者出好题，教师讲好题，学生做好题，进而实现小学数学奥林匹克活动的意义。

本书编写过程中，正是依据这些特点进行取材的。考虑到小学生的认知规律，全书分为了入门、方法和应用三篇，每篇四讲，共 12 讲，特别适合四年级以上小学生使用。

为了不加重学生的负担，本书还具有篇幅少、内容精的特点，按每周学习两课时计算，可在一个学年内学完。

编 者

1994 年 4 月

目 录

入 门 篇

第一讲	不完整的算式	(3)
一	填补竖式	(3)
二	填补等式	(12)
三	填补运算符号	(18)
四	改变运算顺序	(23)
第二讲	数字谜	(27)
一	加减竖式谜	(27)
二	乘除竖式谜	(32)
三	杂例	(37)
四	较复杂的数字谜	(42)
第三讲	图形问题	(47)
一	图形的个数	(47)
二	图形的剪拼	(55)
三	图形与面积	(63)
四	较复杂的图形问题	(70)

第四讲	逻辑推理	(76)
一	假设法	(76)
二	排除法	(82)
三	与计算有关的推理问题	(91)
四	较复杂的推理问题	(97)

方 法 篇

第五讲	难的不会 想简单的	(105)
一	计算中的问题	(105)
二	图形中的问题	(109)
三	循环问题	(114)
四	较复杂的问题	(118)
第六讲	化整为零 各个击破	(124)
一	数几何图形的个数	(124)
二	数自然数尾部零的个数	(131)
三	数自然数的个数	(135)
四	数数字出现的次数	(139)
第七讲	倒着想	(144)
一	数的计算	(144)
二	应用题	(148)
三	游戏中的问题	(152)
四	其它类型的问题	(162)
第八讲	列举 试验 淘汰	(168)
一	数字问题	(168)
二	不定方程	(173)

三	整除与余数·····	(176)
四	应用题·····	(181)

应 用 篇

第九讲	长方形帮助解题·····	(187)
第十讲	怎样选择最优方案·····	(208)
第十一讲	年代与年龄的问题·····	(230)
第十二讲	体育比赛中的数学问题·····	(242)
练习题解答·····		(254)

入
门
篇

第一讲 不完整的算式

把两个或两个以上的数用运算符号连接起来就得到一个算式，通常我们是根据算式中提供的数据和运算符号以及运算顺序去计算一个算式的结果。但是我们有时也会遇到一些不完整的算式，在这些算式中，或缺少数字，或缺少运算符号等。填补这些残缺的算式，需要综合运用整数的性质，进行推理、判断。这一讲，我们将介绍一些解决这类问题的基本方法。

一 填补竖式

例 1 在下面加法算式中， $\square$ 内的数字之和是多少？

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ + \square \square \square \\ \hline 1 \quad 9 \quad 9 \quad 4 \end{array}$$

分析 解决这样的问题，我们需要认真审题，寻找突破口。

显然，这个题目的突破口在百位上。由于十位至多向百位进1，且百位上两个 $\square$ 内数字之和加上十位向百位的进位等

于 19, 可以推出百位上两个 $\square$ 内数字均填 9, 且十位向百位进 1; 同理, 由于十位上两个 $\square$ 内数字之和加上个位向十位的进位等于 19, 可以推出十位上两个 $\square$ 内数字均填 9, 且个位向十位进 1; 由此推出个位上两个 $\square$ 内数字之和等于 14.

解 由于两个加数的十位和百位数字均为 9, 两个加数的个位数字之和为 14, 因此所有 $\square$ 内数字之和为

$$9 \times 4 + 14 = 50$$

例 2 把下面算式中缺少的数字补上.

$$\begin{array}{r}
 \square 9 \quad 1 \\
 + \quad \square 9 \quad \square \\
 \hline
 \square \square 9 \square \\
 - \quad \square \square \square \\
 \hline
 \square 1
 \end{array}$$

分析 这是一道加减法混合算式, 应该将加、减法分开考虑, 先考虑加法部分.

解 加法部分:

突破口在百位上.

1) 填百位: 由于百位必须向千位进 1, 因此十位必须向百位进 1, 所以加数的百位数字必须是 9, 和的千位也只能是 1, 百位是 0.

2) 填十位: 此时十位上相加的和是 19, 所以十位上两个 $\square$ 内均填 9, 且个位必须向十位进 1.

3) 填个位: 为保证个位向十位进 1, 只有 $1+9=10$, 所以第二个加数的个位数字为 9, 和的个位数字为 0.

加法部分是

$$\begin{array}{r} 9 1 \\ + 9 9 \\ \hline 1 9 0 \end{array}$$

减法部分:

突破口在百位上:

1) 填百位: 由于被减数是四位数, 减数是三位数, 差是两位数, 因此减数的百位数字必须填 9, 且十位相减时必须向百位借 1.

2) 填个位: 因为被减数个位数字是 0, 差的个位数字是 1, 根据 $10-1=9$, 可知减数的个位数字是 9, 且个位向十位借 1.

3) 填十位: 因为个位向十位借 1, 十位向百位借 1, 所以被减数十位上的实际数值是 18, 18 分解成两个一位数的和, 只能是 9 和 9, 因此减数与差的十位数字都填 9.

所以整个算式为

$$\begin{array}{r} 9 1 \\ + 9 9 \\ \hline 1 9 0 \\ - 9 9 \\ \hline 9 1 \end{array}$$

说明 在考虑加减法算式时, 进位和借位都是不可忽视的条件.

例 3 把下列乘法算式中缺少的数字补上.

(1)

$$\begin{array}{r}
 8 \quad \boxed{?} \\
 \times \quad \boxed{1} \boxed{2} \\
 \hline
 \boxed{1} \boxed{6} \boxed{6} \\
 \boxed{?} \boxed{2} \\
 \hline
 \boxed{9} \boxed{9} 6
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r}
 \boxed{2} 3 \boxed{?} \\
 \times \quad 7 \boxed{6} 4 \\
 \hline
 \boxed{8} 4 \boxed{0} \\
 1 \boxed{4} 1 \boxed{0} \\
 \boxed{1} 6 \boxed{1} 5 \\
 \hline
 1 \boxed{7} 9 \boxed{4} 4 0
 \end{array}$$

分析 确定乘法算式的关键是确定被乘数和乘数.

解 (1) 为叙述方便, 我们设被乘数为 $\overline{8a}$, 乘数为 $\overline{bc}$.

突破口在乘数的十位数字 b 上. 由于 $\overline{8a} \times b = \square\square$, 可推出 b 只能为 1, 即 $\overline{8a} \times 1 = \overline{8a}$.

又因为乘积的结果是三位数, 所以第一部分积的百位数字只能是 1, 由此推出 $c=2$.

由于乘积的个位数字是 6, 根据 $\overline{8a} \times 2$ 的个位是 6, 可推