



教育部中国教育科学研究院  
基础教育课程研究中心组织专家审定

|| 2016·移动互联版

# 教师公开招聘 考试 专用教材

## 学科专业知识

《教师公开招聘考试专用教材》编委会◎编著

### 【小学数学】

看书也能 100% 通过



教育部中国教育科学研究院  
基础教育课程研究中心组织专家审定

|| 2016·移动互联版

# 教师公开招聘 考试 专用教材

## 学科专业知识

《教师公开招聘考试专用教材》编委会◎编著

### 【小学数学】

教育科学出版社

·北京·

出版人 所广一  
责任编辑 张新国  
版式设计 郝晓红  
责任校对 贾静芳  
责任印制 叶小峰

### 图书在版编目(CIP)数据

学科专业知识. 小学数学/《教师公开招聘考试专用教材》编委会编著. --2 版. --北京:教育科学出版社, 2015. 6

教师公开招聘考试专用教材

ISBN 978-7-5041-9685-9

I. ①学… II. ①教… III. ①小学数学课—教学法—小学教师—聘用—资格考试—教材 IV. ①G451.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 134010 号

教师公开招聘考试专用教材

学科专业知识 小学数学

XUEKE ZHUANYE ZHISHI XIAOXUE SHUXUE

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·朝阳区安慧北里安园甲 9 号

邮 编 100101

传 真 010-64891796

市场部电话 010-64989009

编辑部电话 010-64981275

网 址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店

制 作 北京华图宏阳图书有限公司

印 刷 三河市延风印装有限公司

开 本 205 毫米×280 毫米 16 开

印 张 26.5

字 数 848 千字

版 次 2015 年 6 月第 2 版

印 次 2015 年 6 月第 5 次印刷

定 价 52.00 元

如有印装质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

# 前言



近些年,随着教师公开招聘考试制度的全面推进,教师公开招聘考试的竞争日趋激烈。为适应现今时代广大考生备考方式的变化,华图教育对教师公开招聘考试专用教材进行了全新的改版。新版教材注重给考生提供更为立体化的复习平台,以帮助考生多方位、立体化地进行复习,使考生轻松应对考试,从竞争中脱颖而出。

## 考点聚焦

考点	考查热度	题型
数及数的运算	■ □ □	□ 单选 □ 填空
代数式及其运算	■ ■ □	□ 单选 □ 填空 □ 解答
方程及其运算	■ ■ ■	□ 单选 □ 填空 □ 解答

## 考点聚焦

一章重要考点汇总,考查热度指南,常见题型介绍

简单一表,了解整章概况,帮助考生规划复习

## 考点导视

思维导图,帮助考生建立章节构架,使考生对章节有一个整体的把握

## 考点导视



## 一、整数 ★★

1. 自然数:我们在数物体的时候,用来表示物体个数的1,2,3……叫作自然数,一个物体也没有,用0表示,0也是自然数。
2. 计数单位:一(个)、十、百、千、万、十万、百万、千万、亿……都是计数单位,每相邻两个计数单位之间的进率都是10.这样的计数法叫作十进制计数法。

## 名师课堂

考点全面,覆盖多地考试内容  
内容精练,排除大量冗余陈述,图表化表述,更富逻辑性,直击核心内容  
双色印刷,星级标注,重点更为突出,提高复习效率



## 学霸修炼秘籍

拓展知识点,辨析易混淆知识点,帮助考生做学霸,拿高分



### 学霸修炼秘籍

用两个计数原理解决计数问题时,最重要的又在开始解题之前要进行仔细分析,究竟分类还是分步,一定要注意到“分类不分步”,分步要做到“步步完整”。

1. 相同点:分类计数原理与分步计数原理都是涉及完成一件事的不同方法的种数的问题。
2. 不同点:分类计数原理与“分类”有关,各种方法相互独立,用其中任何一种方法都可以完成这件事;分步计数原理与“分步”有关,各个步骤相互依存,只有各个步骤都完成了,这件事才算完成。

### 2. 配方法

把一元二次方程通过配方化成 $(mx+n)^2=r(r\geq 0)$ 的形式,再用直接开平方法解。

### 3. 公式法

用求根公式解一元二次方程的方法叫作公式法,通过配方法可以求得一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的求根公式:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



### 真题云搜索

2013·10 已知关于 $x$ 的方程 $x^2-mx+m=0$ 的两根平方和是3,则 $m$ 的值是( )。

- A. -1    B. 1  
C. 3    D. -1或3

【答案】A

【破题】由题意 $x_1+x_2=m$ ,

## 真题云搜索

重要考点提示,最新真题示例,帮助考生了解考点出题形式

## 章后强化训练

经典例题强化训练,巩固复习成果,查漏补缺

### 章后强化训练

#### 一、单项选择题

1.  $\sin 330^\circ$ 等于( )。

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     B.  $-\frac{1}{2}$     C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$



### 移动练堂

- 扫描二维码,本章海量试题,免费任做!
- 扫描书后二维码,加入QQ群,更可在在线互动解疑!



## 移动练堂

强化练习试题太少?没关系,扫描二维码,海量试题免费做

加入QQ群,更可在在线互动解疑

书中若有疏漏和瑕疵,欢迎广大考生与读者来电、来函,予以批评指正。

电子邮箱:htbjb2008@163.com

QQ交流群:115928843

编者

2015年8月

# 目 录

## Contents

### 第一部分 专业知识

第一章 数学发展史概述 .....	2	名师课堂 .....	28
第二章 数与代数 .....	6	第一节 集 合 .....	28
考点聚焦 .....	6	第二节 不等式及其基本性质 .....	34
考点导视 .....	6	第三节 解不等式 .....	38
名师课堂 .....	7	章后强化训练 .....	41
第一节 数及数的运算 .....	7	移动练堂 .....	45
第二节 代数式及其运算 .....	11	第四章 函 数 .....	46
第三节 方程及其运算 .....	17	考点聚焦 .....	46
章后强化训练 .....	24	考点导视 .....	46
移动练堂 .....	26	名师课堂 .....	47
第三章 集合与不等式 .....	27	第一节 函数的概念和基本性质 .....	47
考点聚焦 .....	27	第二节 一次函数与二次函数 .....	57
考点导视 .....	27	第三节 指数函数 .....	69



第四节 对数函数 .....	71	第一节 简易逻辑 .....	115
第五节 三角函数 .....	73	第二节 数学归纳法 .....	119
章后强化训练 .....	83	章后强化训练 .....	121
移动练堂 .....	87	移动练堂 .....	124
第五章 数 列 .....	88	第八章 统计与概率 .....	125
考点聚焦 .....	88	考点聚焦 .....	125
考点导视 .....	88	考点导视 .....	125
名师课堂 .....	89	名师课堂 .....	126
第一节 数列的概念与简单表示法 .....	89	第一节 统 计 .....	126
第二节 等差数列 .....	91	第二节 概 率 .....	132
第三节 等比数列 .....	94	第三节 抽样与分布 .....	137
章后强化训练 .....	96	章后强化训练 .....	140
移动练堂 .....	101	移动练堂 .....	146
第六章 计数原理 .....	102	第九章 向 量 .....	147
考点聚焦 .....	102	考点聚焦 .....	147
考点导视 .....	102	考点导视 .....	147
名师课堂 .....	103	名师课堂 .....	148
第一节 分类加法计数原理与分步乘法计数 原理 .....	103	第一节 平面向量 .....	148
第二节 排列组合 .....	105	第二节 空间向量 .....	154
章后强化训练 .....	110	章后强化训练 .....	158
移动练堂 .....	113	移动练堂 .....	162
第七章 简易逻辑和数学归纳法 .....	114	第十章 复 数 .....	163
考点聚焦 .....	114	考点聚焦 .....	163
考点导视 .....	114	考点导视 .....	163
名师课堂 .....	115	名师课堂 .....	164
		第一节 复数的概念 .....	164

第二节 复数的运算 .....	167	第一节 直线与圆的方程 .....	219
章后强化训练 .....	169	第二节 圆锥曲线 .....	227
移动练堂 .....	172	章后强化训练 .....	240
<b>第十一章 平面几何 .....</b>	<b>173</b>	移动练堂 .....	247
考点聚焦 .....	173	<b>第十四章 极限与微积分 .....</b>	<b>248</b>
考点导视 .....	173	考点聚焦 .....	248
名师课堂 .....	174	考点导视 .....	248
第一节 基本几何元素 .....	174	名师课堂 .....	249
第二节 多边形 .....	177	第一节 极 限 .....	249
第三节 圆 .....	183	第二节 导 数 .....	255
章后强化训练 .....	188	第三节 微 分 .....	265
移动练堂 .....	192	第四节 积 分 .....	266
<b>第十二章 立体几何 .....</b>	<b>193</b>	章后强化训练 .....	271
考点聚焦 .....	193	移动练堂 .....	274
考点导视 .....	193	<b>第十五章 线性代数 .....</b>	<b>275</b>
名师课堂 .....	194	考点聚焦 .....	275
第一节 点、线、面及其位置关系 .....	194	考点导视 .....	275
第二节 简单几何体 .....	203	名师课堂 .....	276
章后强化训练 .....	211	第一节 行列式 .....	276
移动练堂 .....	217	第二节 矩 阵 .....	280
<b>第十三章 解析几何 .....</b>	<b>218</b>	第三节 线性方程组 .....	289
考点聚焦 .....	218	章后强化训练 .....	292
考点导视 .....	218	移动练堂 .....	296
名师课堂 .....	219		





## 第二部分 教材教法与教案

第一章 小学数学课程基础 .....	298	移动练堂 .....	360
考点聚焦 .....	298	第三章 小学数学学习 .....	361
考点导视 .....	298	考点聚焦 .....	361
名师课堂 .....	299	考点导视 .....	361
第一节 数学学科概述 .....	299	名师课堂 .....	362
第二节 小学数学课程 .....	309	第一节 数学学习理论 .....	362
第三节 小学数学课程标准 .....	315	第二节 小学生的数学学习 .....	366
章后强化训练 .....	332	章后强化训练 .....	369
移动练堂 .....	335	移动练堂 .....	371
第二章 小学数学课程教学 .....	336	第四章 经典教学案例与教案设计展示 .....	372
考点聚焦 .....	336	经典教学案例一 .....	372
考点导视 .....	336	经典教学案例二 .....	375
名师课堂 .....	337	经典教学案例三 .....	377
第一节 小学数学教学原则 .....	337	经典教案设计一 .....	379
第二节 小学数学教学方法 .....	338	经典教案设计二 .....	382
第三节 小学数学教学设计和教材 .....	347	经典教案设计三 .....	386
第四节 小学数学教学评价 .....	353	附 录 常用数学公式及常用结论 .....	389
章后强化训练 .....	358		

# 第一部分 专业知识



## 第一章

# 数学发展史概述

数学是一门历史悠久的、伟大的科学,与自然科学相比,数学更是积累性科学,它是经过上千年的演化发展才逐渐兴盛起来的.数学不仅是一种方法、一门艺术或一种语言,更是一个有着丰富内容的知识体系,对自然科学家、社会科学家、哲学家、逻辑学家和艺术家都十分有用,同时影响着政治家和神学家的学说.数学广泛地影响着人类的生活和思想,是形成现代文化的主要力量,而数学的历史更从另一个侧面反映了数学的发展.

数学的演进大约可以看成是抽象化的持续发展,或是题材的延展.从历史时代的一开始,数学中的主要原理就是为了做测量等相关计算,为了了解数字间的关系,为了测量土地,以及为了预测天文事件而形成的.这些需要可以简单地被概括为数学对数量、结构方面的研究.数学在历史上有着许多的发现,并且直至今日都还在不断地发现中.

数学发展具有阶段性,因此根据一定的原则可以把数学史分成若干时期.目前通常将数学发展划分为五个时期:数学萌芽期(公元前 600 年以前);初等数学时期(公元前 600 年至 17 世纪中叶);变量数学时期(17 世纪中叶至 19 世纪 20 年代);近代数学时期(19 世纪 20 年代至第二次世界大战);现代数学时期(20 世纪 40 年代以来).

数学作为一门有组织的、独立的和理性的学科,在公元前 600 年到公元前 300 年之间的古典希腊学者登场之前是不存在的.但在更早期的一些古代文明社会中已产生了数学的开端和萌芽.在这些原始文明社会中,有很多社会只能分辨一、二和许多,并没有更多的数学知识;有些则知道并且能够运算大的整数;还有一些能够把数作为抽象概念来认识,并采用特殊的字来代表个别的数,引入数的记号,甚至采用十、二十或五作为基底来表示较大的数量.他们知道四则运算,不过仅限于小的数;他们具有分数的概念,不过只限于  $1/2$ 、 $1/3$  之类,而且是用文字表达的.此外,古人也认识到最简单的几何概念如直线、圆和角.也许值得一提的是,角的概念可能是从观察到人的大小腿(股)或上下臂之间形成的角而产生的,因为在大多数语言中,角的边常用“股或臂”的字来代表的.例如在英文中,直角三角形的两边叫两臂.在这些原始文明中,数学的应用只限于简单交易,如田地面积的粗略计算、陶器上的几何图案、织在布上的花格和计时等方面.

在公元前三千年左右古巴比伦和埃及的数学出现以前,人类在数学上没有取得更多的进展.

现在对于古巴比伦数学的了解主要是根据巴比伦泥版,这些数学泥版表明,巴比伦自公元前 2000 年左右即开始使用 60 进位制的记数法进行较复杂的计算,并出现了 60 进位的分数,用与整数同样的法则进行计算;已经有了关于倒数、乘法、平方、立方、平方根、立方根的数表;借助于倒数表,除法常转

化为乘法进行计算. 巴比伦数学具有算术和代数的特征, 几何只是表达代数问题的一种方法. 这时还没有产生数学的理论. 对埃及古代数学的了解, 主要是根据两卷纸草书. 从这两卷文献中可以看到, 古埃及是采用 10 进位制的记数法. 埃及人的数学兴趣是测量土地, 几何问题多是讲度量法的, 涉及田地的面积、谷仓的容积和有关金字塔的简易算法. 但是由于这些算法是为了解决尼罗河泛滥后土地测量和谷物分配、容量计算等日常生活中必须解决的课题而设想出来的, 因此并没有出现对公式、定理、证明加以理论推导的倾向. 埃及数学的一个主要用途是天文研究, 也在研究天文中得到了发展.

由于地理位置和自然条件, 古希腊受到埃及、巴比伦这些文明古国的许多影响, 成为欧洲最先创造文明的地区. 希腊的数学是辉煌的数学, 第一个时期开始于公元前 6 世纪, 结束于公元前 4 世纪. 泰勒斯开始命题的逻辑证明, 是希腊伟大的数学发展的开端. 进入公元前 5 世纪, 爱利亚学派的芝诺提出了四个关于运动的悖论, 柏拉图强调几何对培养逻辑思维能力的重要作用, 亚里士多德建立了形式逻辑, 并且把它作为证明的工具, 德谟克利特把几何量看成是由许多不可再分的原子所构成. 第二个时期自公元前 4 世纪末至公元 1 世纪, 这时的学术中心从雅典转移到了亚历山大里亚, 被称为亚历山大里亚时期. 这一时期有许多水平很高的数学书稿问世, 并一直流传到了现在. 公元前 3 世纪, 欧几里得写出了平面几何、比例论、数论、无理量论、立体几何的集大成的著作《几何原本》, 第一次把几何学建立在演绎体系上, 成为数学史乃至思想史上一部划时代的名著. 之后的阿基米德把抽象的数学理论和具体的工程技术结合起来, 根据力学原理去探求几何图形的面积和体积, 奠定了微积分的基础. 阿波罗尼写出了《圆锥曲线》一书, 成为后来研究这一问题的基础. 公元 1 世纪的赫伦写出了使用具体数解释求积法的《测量术》等著作. 2 世纪的托勒密完成了到那时为止的数理天文学的集大成著作《数学汇编》, 结合天文学研究三角学. 3 世纪丢番图著《算术》, 使用简略号求解不定方程式等问题, 它对数学发展的影响仅次于《几何原本》. 希腊数学中最突出的三大成就——欧几里得的几何学、阿基米德的穷竭法和阿波罗尼的圆锥曲线论, 标志着当时数学的主体部分——算术、代数、几何基本上已经建立起来了.

罗马人征服了希腊也摧毁了希腊的文化. 公元前 47 年, 罗马人焚毁了亚历山大里亚图书馆, 两个半世纪以来收集的藏书和 50 万份手稿付之一炬.

从 5 世纪到 15 世纪, 数学发展的中心转移到了东方的印度、中亚细亚、阿拉伯国家和中国. 在这 1000 多年时间里, 数学主要是由于计算的需要, 特别是天文学的需要而得到迅速发展. 古希腊的数学看重抽象、逻辑和理论, 强调数学是认识自然的工具, 重点是几何; 而古代中国和印度的数学看重具体、经验和应用, 强调数学是支配自然的工具, 重点是算术和代数.

印度的数学也是世界数学的重要组成部分. 印度数学受婆罗门教的影响很大, 此外还受希腊、中国和近东数学的影响, 特别是受中国的影响.

此外, 阿拉伯数学也有着举足轻重的作用, 阿拉伯人改进了印度的计数系统. 代数的研究对象规定为方程论; 让几何从属于代数, 不重视证明; 引入正切、余切、正割、余割等三角函数, 制作精密的三角函数表, 发现平面三角与球面三角若干重要的公式, 使三角学脱离天文学独立出来.

在我国, 春秋战国时期, 筹算已得到普遍的应用, 筹算记数法已使用十进位值制, 这种记数法对世界数学的发展具有划时代意义. 这个时期的测量数学在生产上得以广泛应用, 在数学上也有相应的提高. 战国时期的百家争鸣也促进了数学的发展, 秦汉是封建社会的上升时期, 经济和文化均得到迅速发展. 中国古代数学体系形成于这个时期, 主要标志是算术成为一个专门的学科, 以及以《九章算术》



为代表的数学著作的出现。

《九章算术》是战国、秦、汉封建社会时期创立并巩固数学发展的总结,就其数学成就来说,堪称是世界数学名著。魏、晋时期赵爽与刘徽的研究成果为中国古代数学体系奠定了理论基础。刘徽用无穷分割的方法证明了直角方锥与直角四面体的体积比恒为 $2:1$ ,解决了一般立体体积的关键问题。在证明方锥、圆柱、圆锥、圆台的体积时,刘徽为彻底解决球的体积提出了正确途径。这之后,像秦九韶、祖冲之、郭守敬、程大位这样的数学家进一步发展了我国的数学事业。

在西欧的历史上,中世纪的黑暗在一定程度上阻碍了数学的发展,15世纪开始了欧洲的文艺复兴,使欧洲的数学得以进一步发展,数学活动集中在算术、代数和三角方面。繆勒的名著《三角全书》是欧洲人对平面和球面三角学所做的独立于天文学的第一个系统的阐述。16世纪塔塔利亚发现三次方程的代数解法,接受了负数并使用了虚数。16世纪最伟大的数学家是韦达,他写了许多关于三角学、代数学和几何学的著作,其中最著名的《分析方法入门》改进了符号,使代数学大为改观。17世纪初,对数的发明是初等数学的一大成就。1614年,耐普尔首创了对对数,1624年布里格斯引入了相当于现在的常用对数,计算方法因而向前推进了一大步。至此,初等数学的主体部分——算术、代数与几何已经全部形成,并且发展成熟。

变量数学时期是从17世纪中叶到19世纪20年代,这一时期数学研究的主要内容是数量的变化及几何变换。这一时期的主要成果是解析几何、微积分、高等代数等学科。

17世纪是一个开创性的世纪。这个世纪中发生了对于数学具有重大意义的三件大事。首先是伽利略实验数学方法的出现,它表明了数学与自然科学的一种崭新的结合。其特点是在所研究的现象中,找出一些可以度量的因素,并把数学方法应用到这些量的变化规律中去。第二件大事是笛卡尔的重要著作《方法谈》及其附录《几何学》于1637年发表。它引入了运动着的一点的坐标的概念,引入了变量和函数的概念。由于有了坐标,平面曲线与二元方程之间建立起了联系,由此产生了一门用代数方法研究几何学的新学科——解析几何学。这是数学的一个转折点,也是变量数学发展的第一个决定性步骤。第三件大事是微积分学的建立,最重要的工作是由牛顿和莱布尼兹各自独立完成的。他们认识到微分和积分实际上是一对逆运算,从而给出了微积分学基本定理,即牛顿—莱布尼兹公式。17世纪的数学,发生了许多深刻的、明显的变革。在数学的活动范围方面,数学教育扩大了,从事数学工作的人迅速增加,数学著作在较广的范围内得到传播,而且建立了各种学会。在数学的传统方面,从形的研究转向了数的研究,代数占据了主导地位。在数学发展的趋势方面,开始了科学数学化的过程。最早出现的是力学的数学化,它以1687年牛顿写的《自然哲学的数学原理》为代表,从三大定律出发,用数学的逻辑推理将力学定律逐个地、必然地引申出来。18世纪数学的各个学科,如三角学、解析几何学、微积分学、数论、方程论,得到快速发展。19世纪20年代出现了一个伟大的数学成就——把微积分的理论基础牢固地建立在极限的概念上。柯西于1821年在《分析教程》一书中,发展了可接受的极限理论,然后极其严格地定义了函数的连续性、导数和积分,强调了研究级数收敛性的必要,给出了正项级数的根式判别法和积分判别法。而在这一时期,非欧几何的出现,成为数学史上的一件大事。非欧几何的出现,改变了人们认为欧氏几何唯一地存在是天经地义的观点。它的革命思想不仅为新几何学开辟了道路,而且是20世纪相对论产生的前奏和准备。这时人们发现了与通常的欧几里得几何不同的、但也是正确的几何——非欧几何。非欧几何所导致的思想解放对现代数学和现代科学有着极为重要的意义,因为人类终于开始突破感官的局限而深入到自然的更深刻的本质。非欧几何的发现,黎曼和罗巴切夫

斯基功不可灭,黎曼推广了空间的概念,开创了几何学一片更广阔的领域——黎曼几何学.后来,哈密顿发现了一种乘法交换律不成立的代数——四元数代数.不可交换代数的出现,改变了人们认为存在与一般的算术代数不同的代数是不可思议的观点.它的革命思想打开了近代代数的大门.另一方面,由于一元方程根式求解条件的探究,引进了群的概念.19世纪20—30年代,阿贝尔和伽罗瓦开创了近世代数学的研究.这时,代数学的研究对象扩大为向量、矩阵等,并渐渐转向代数系统结构本身的研究.19世纪还发生了第三个有深远意义的数学事件——分析的算术化.1874年威尔斯特拉斯提出了被称为“分析的算术化”的著名设想,实数系本身最先应该严格化,然后分析的所有概念应该由此数系导出.19世纪后期,由于狄德金、康托和皮亚诺的工作,这些数学基础已经建立在更简单、更基础的自然数系之上.

20世纪40—50年代,世界科学史上发生了三件惊天动地的大事,即原子能的利用、电子计算机的发明和空间技术的兴起.此外还出现了许多新的情况,促使数学发生急剧的变化.1945年,第一台电子计算机诞生以后,由于电子计算机应用广泛、影响巨大,围绕它很自然要形成一门庞大的科学.计算机的出现更促进了数学的发展,使数学分为了三个领域——纯粹数学、计算机数学、应用数学.现代数学虽然呈现出多姿多彩的局面,但是它的主要特点可以概括如下:

(1)数学的对象、内容在深度和广度上都有了很大的发展,分析学、代数学、几何学的思想、理论和方法都发生了惊人的变化,数学的不断分化、不断综合的趋势都在加强.

(2)电子计算机进入数学领域,产生巨大而深远的影响.

(3)数学渗透到几乎所有的科学领域,并且起着越来越大的作用,纯粹数学不断向纵深发展,数理逻辑和数学基础已经成为整个数学大厦基础.

数学出现于包含着数量、结构、空间及变化等困难问题中.一开始,出现于贸易、土地测量及之后的天文学;现今,所有的科学都存在着值得数学家研究的问题,且数学本身也存在了许多的问题.牛顿和莱布尼兹是微积分的发明者,费曼发明了费曼路径积分用于推理及物理的洞察,而今日的弦理论亦成为新的数学.一些数学只和生成它的领域有关,且应用于此领域更多问题的解答.

每一门科学都有自己的特点,数学亦然.数学问题的解决往往不能立刻转化或不能转化为生产力,只有一小部分可以实现这个转化.一个明显的例子便是哥德巴赫猜想的证明与哈伯的合成氨法.猜想经过几百年的不懈努力,只剩下 $1+1$ 的证明,但之前命题的证明并没有促进生产力的发展,而哈伯的合成氨法就不一样了,它极大促进了生产力的发展,特别是化工工业的发展.但这并不能说明数学问题的解决与数学作用不大,数学起决定性作用的例子最明显的便是物理学,当物理学中有关数学的问题得以解决时,物理学特别是理论物理学会有很大的发展.不仅仅是物理学,社会中的各个方面都会牵涉到数学,数学的作用范围如此之广,这是其他的学科所无法比拟的.



## 第二章

## 数与代数



### 考点聚焦

考点	考查热度	题型
数及数的运算	■ □ □ □	<input type="checkbox"/> 单选 <input type="checkbox"/> 填空
代数式及其运算	■ ■ □ □	<input type="checkbox"/> 单选 <input type="checkbox"/> 填空 <input type="checkbox"/> 解答
方程及其运算	■ ■ ■ ■	<input type="checkbox"/> 单选 <input type="checkbox"/> 填空 <input type="checkbox"/> 解答



### 考点导视

数与代数	数及数的运算	代数式及其运算	方程及其运算
	整数 小数 分数 常见的量	整式 分式 因式分解	方程的认识 一元一次方程的运算及其应用 分式方程 一元二次方程 二元一次方程与方程组



## 名师课堂

### 第一节

## 数及数的运算

### 一、整数 ★★

1. 自然数:我们在数物体的时候,用来表示物体个数的 $1, 2, 3, \dots$ 叫作自然数.一个物体也没有,用 $0$ 表示, $0$ 也是自然数.

2. 计数单位:一(个)、十、百、千、万、十万、百万、千万、亿……都是计数单位.每相邻两个计数单位之间的进率都是 $10$ .这样的计数法叫作十进制计数法.

3. 数位:计数单位按照一定的顺序排列起来,它们所占的位置叫作数位.

4. 数的整除

(1) 整除、倍数、约数

整数 $a$ 除以整数 $b(b \neq 0)$ ,除得的商是整数而没有余数,我们就说 $a$ 能被 $b$ 整除,或者说 $b$ 能整除 $a$ .

如果数 $a$ 能被数 $b(b \neq 0)$ 整除, $a$ 就叫作 $b$ 的倍数, $b$ 就叫作 $a$ 的约数(或 $a$ 的因数).倍数和约数是相互依存的.

一个数的约数的个数是有限的,其中最小的约数是 $1$ ,最大的约数是它本身.例如: $10$ 的约数有 $1, 2, 5, 10$ ,其中最小的约数是 $1$ ,最大的约数是 $10$ .

一个数的倍数的个数是无限的,其中最小的倍数是它本身.例如: $3$ 的倍数有: $3, 6, 9, 12, \dots$ 其中最小的倍数是 $3$ ,没有最大的倍数.

(2) 整除的性质

个位上是 $0, 2, 4, 6, 8$ 的数,都能被 $2$ 整除,例如: $202, 480, 304$ ,都能被 $2$ 整除.

个位上是 $0$ 或 $5$ 的数,都能被 $5$ 整除,例如: $5, 30, 405$ 都能被 $5$ 整除.

#### 真题云搜索

(2014·江西)一个三位数除以 $43$ ,商是 $a$ ,余数是 $b$ ,( $a, b$ 都是整数),则 $a+b$ 的最大值为( ).

- A. 64  
B. 99  
C. 999  
D. 111

【答案】A

【破题】根据题干可知,可坐人数构成首项为 $6$ ,公差为 $4$ 的等差数列.故第 $50$ 项为 $6 + (50 - 1) \times 4 = 202$ , $50$ 张桌子并列在一排可坐 $202$ 人.



一个数的各位上的数的和能被 3 整除,这个数就能被 3 整除,例如:12、108、204 都能被 3 整除。

一个数各位上的数的和能被 9 整除,这个数就能被 9 整除。

能被 3 整除的数不一定能被 9 整除,但是能被 9 整除的数一定能被 3 整除。

一个数的末两位数能被 4(或 25)整除,这个数就能被 4(或 25)整除。例如:16、404、1256 都能被 4 整除,50、325、500、1675 都能被 25 整除。

一个数的末三位数能被 8(或 125)整除,这个数就能被 8(或 125)整除。例如:1168、4600、5000、12344 都能被 8 整除,1125、13375、5000 都能被 125 整除。



### 真题云搜索

(2014·福建)下列属同一关系的是( )。

- A. 百分数与百分率
- B. 质数与互质数
- C. 正方形与长方形
- D. 自然数和正整数

**【答案】**A

**【破题】**“同一关系”的重要特征是外延完全相同,但其内涵却不完全一样。由此可知,百分数是一个分母为 100 的数,百分率是一个比率,它们的内涵不同,但其外延是一致的。而其他三项中的两个概念外延均不相同,故本题选 A。



### 真题云搜索

(2014·江西)已知数  $a=2 \times 3 \times 5$ ,数  $b=3 \times 5 \times 7$  那么  $a$  与  $b$  的最大公因数是( )。

- A. 420
- B. 210
- C. 5
- D. 15

**【答案】**D

### (3) 奇数和偶数

自然数按能否被 2 整除的特征可分为奇数和偶数。能被 2 整除的数叫作偶数。不能被 2 整除的数叫作奇数。

0 也是偶数。

### (4) 质数与合数

一个数,如果只有 1 和它本身两个约数,这样的数叫作质数(或素数),100 以内的质数有:2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97。

一个数,如果除了 1 和它本身还有别的约数,这样的数叫作合数,例如 4、6、8、9、12,都是合数。

1 不是质数也不是合数,自然数除了 0 和 1 外,不是质数就是合数。

### (5) 分解质因数

每个合数都可以写成几个质数相乘的形式。其中每个质数都是这个合数的因数,叫作这个合数的质因数。

例如  $15=3 \times 5$ ,3 和 5 叫作 15 的质因数。把一个合数用质因数相乘的形式表示出来,叫作分解质因数。例如把 28 分解质因数  $28=2 \times 2 \times 7$ 。

### (6) 公约数与公倍数

几个数公有的约数,叫作这几个数的公约数。其中最大的一个,叫作这几个数的最大公约数,例如 12 的约数有 1、2、3、4、6、12;18 的约数有 1、2、3、6、9、18。其中,1、2、3、6 是 12 和 18 的公约数,6 是它们的最大公约数。

如果较小数是较大数的约数,那么较小数就是这两个数的最大公约数。

公约数只有 1 的两个数,叫作互质数,成互质关系的两个数,有下列几种情况:

1 和任何自然数互质。

相邻的两个自然数互质。