



自适应学习系列  
示例演练实验用书

诺贝尔奖

获得者

教你  
轻松学数学

# 代数

ZHONG XUE DAI SHU

第一册(上)(初一年级第一学期用)

朱新明 [美]赫伯特·西蒙(H. A. Simon)/主编

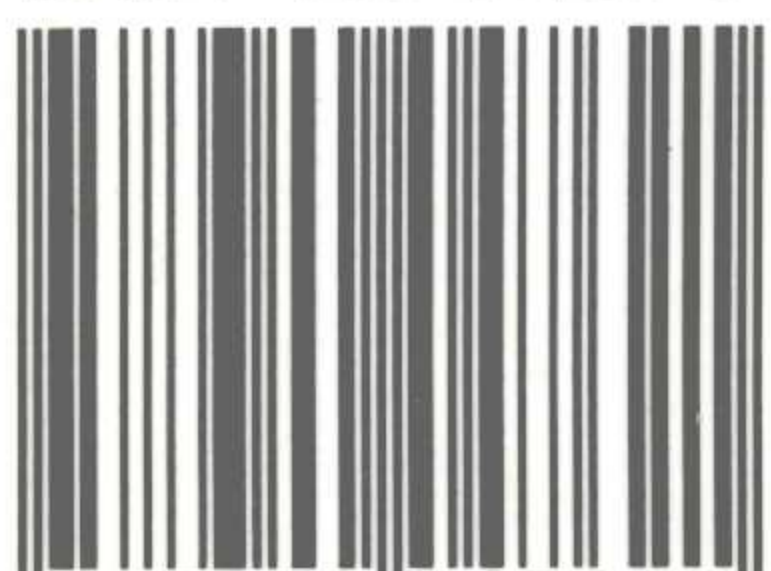
中国人民大学出版社

策划编辑：贺晨  
责任编辑：常魁星 史英  
版式设计：王坤杰  
封面设计：马红胜 王强

## 示例演练实验用书

- |          |             |
|----------|-------------|
| 代数第一册（上） | （初一年级第一学期用） |
| 代数第一册（下） | （初一年级第二学期用） |
| 代数第二册（上） | （初二年级第一学期用） |
| 代数第二册（下） | （初二年级第二学期用） |
| 代数第三册    | （初三年级用）     |
| 几何第一册    | （初一年级第二学期用） |
| 几何第二册（上） | （初二年级第一学期用） |
| 几何第二册（下） | （初二年级第二学期用） |
| 几何第三册    | （初三年级用）     |

ISBN 7-300-04762-9



9 787300 047621 >

ISBN 7-300-04762-9/G · 988

定价：19.00元

示例演练实验用书

(初一年级第一学期用)

# 代 数

第一册 (上)

朱新明  
[美] 赫伯特·西蒙(H.A.Simon) 主编

中国人民大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

示例演练实验用书. 代数. 第一册(上)(初一年级第一学期用)

朱新明, [美] 赫伯特·西蒙主编. 3 版

北京: 中国人民大学出版社, 2003

ISBN 7-300-04762-9/G·988

I. 示…

II. ①朱… ②赫…

III. 代数课-初中-教学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 037837 号

该书封面压有人大社标印纹,

否则均为盗版。举报电话: 010-62515275

示例演练实验用书

代数

第一册(上)

(初一年级第一学期用)

朱新明

主编

[美] 赫伯特·西蒙 (H. A. Simon)

---

出版发行 中国人民大学出版社

地 址 北京中关村大街 31 号 邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室) 010-62511239 (出版部)

010-62515351 (邮购部) 010-62514148 (门市部)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 三河汇鑫印务有限公司

开 本 787×1092 毫米 1/16 版 次 2001 年 7 月第 1 版

2003 年 7 月第 3 版

印 张 20.5 印 次 2003 年 7 月第 1 次印刷

字 数 505 000 定 价 19.00 元

---

# 前 言

长期以来,中学教学普遍存在着师生负担过重的问题,学生忙于做作业,老师忙于批改作业,师生都在超负荷状态下运转,但教学效果却并不令人满意,甚至不少学生掉队厌学.如何减轻师生负担,提高教学质量是人们迫切要求解决的问题.

为探讨解决这个问题,中国科学院心理研究所在20世纪60年代曾实验过“程序教学”,结果表明其中有某些积极因素可以利用.80年代初期,我国著名认知心理学家、国务院津贴享有者、中国科学院心理研究所朱新明教授开始从认知观点研究人的学习问题.他们与美国著名认知心理学家、诺贝尔奖获得者赫伯特·西蒙(H. A. Simon)教授从信息加工观点出发,探讨了示例学习和问题求解,研究发展了自适应产生式系统的模型,并提出了加强人对产生式条件认知和构造有效样例等思想.与此同时,他们以上述思想理论为指导,并结合“程序教学”的有利因素,编制了示例演练材料,让学生通过样例和通过问题求解进行学习,先后在我国和美国进行了实验.先是选择某些知识单元,如因式分解、幂的运算、平行四边形的性质和判定、三角形中位线、梯形中位线,以及物理学科中浮力部分等进行了试验.反复多次试验表明,这种方法能大大减轻师生负担,学生课外可以少做作业,当堂消化知识,当堂测试检验学习效果.实验的结果是实验班学生的平均分数对比班高出5分~15分,而且学习时间也缩短了.这项实验的部分结果及其理论研究刊登在美国《认知与教学》(Cognition and Instruction)杂志(1987)上.这一研究引起了国外认知心理学界极大的关注,特别是得到西蒙教授高度的赞扬和热情支持.在这期间,朱新明教授曾应邀赴美进行合作研究.这一研究结果,也引起了国内一些教师的兴趣,认为它为减轻师生负担、提高教学质量、缩短学时找到了一条出路.本研究的阶段成果,获中国科学院科技进步二等奖(1987);其基础理论研究获中国科学院自然科学二等奖(1999).本研究是全国教育科学规划“九五”和“十五”重点课题.

在实验初期,朱教授与胡奇老师合作,编写了初一至初三《代数》和《几何》的全部示例演练实验用书初稿,从1985年秋开始至1987年夏止,进行了实验,实验班学生在两年内接近学完三年的课程,与1987年应届初三毕业班学生进行了对比测验,获得了可喜的结果.近年又扩大了一些试点,也取得了明显的效果.从这些实验中,大家的认识越来越明确,都认为这是减轻师生负担、提高教学质量的一条行之有效的途径.因此还将继续扩大试点.

应各试点学校的要求,出版了此套示例演练实验用书.这套实验用书的最大特点是从学生学习的认知过程出发,由浅入深,循序渐进,以有指导的发现法,引导学生动脑、动手,使他们当堂消化知识,当堂达到一定的熟练程度.在教学上我们主张打破填鸭式和一刀切,力求体现启发式和分类推进的做法.

示例演练教材在历年修改的基础之上,今年在结构上增加了思考探究和阅读材料两部分.在材料设计上提供一些例题,创设一定的问题情景,启发学生积极思考,以学生发展为本,体现学生自主学习的过程.通过学生动手、动脑,有助于注意力的集中和知识的获取.依照新课程方案,在扩展提高部分,向学生提供一些现实、生动、有趣和富有挑战性的学习素材,通过学习真正有意义、有价值的数学知识,激发学生学习的兴趣,提高学生的实践能力和创新意识,并且使他们提出问题、分析问题和解决问题的能力得到锻炼和提高.探索是学习的生命线,我们针对

优生选编了一些探索题和开放题,给学生探索与交流提供了素材和空间,让学生学会逻辑性思考问题,以自己的体验来获取知识和技能,使自己的潜能得到最大程度的展现与发挥.

《代数》第一册(上),是在1985年及历次试用稿的基础上编写的,于1993年、1997年、2000年、2001年和2002年作了不同程度的修改和补充,先后参加编写和修改者有:朱新明、胡奇、金慧芳、耿昌敏、李铁、乔家瑞、王海陆、韩伟、金祥凤、王俊邦、高素玉、李亦菲、余玲玲、王丽荣、吴明铎、孙建礼、刘祖平、许远理、汤剑辉;在2001年的修改过程中曾吸收过星书臣、高艳等老师的意见,并参加校对;马成、颀海军、王英等参加过部分教材的校对.

本书在2003年又进行了修订和补充,参加这次修改及校对的有:杨振英、陈佃敏、宋亦芳、崔代革.由杨振英审稿.本项目既是认知心理学原理及其应用研究,也是学科学习及教学的心理学研究,近年来,得到华南师范大学心理应用研究中心的资助.

**编者**

2003年5月

## 序 言

人们向来认为,数学难教、难学.因为数学在科技和人们生活中极为重要,所以必须寻求一种方法,使人们学好数学.

十多年前,在教儿童形成技能方面出现了一些新思想,主张不是对儿童讲授,而是给他们呈现例题、问题和答案,供他们学习.这种想法来自计算机学习,即让计算机具有学习能力的研究.

这项研究编制了计算机程序(所谓自适应产生式系统),使计算机能通过已经有解答步骤的例题,从中进行学习,从中发现导致成功解题的策略,最后还要修改它的程序,以便能执行这些策略,解答类似的各种问题.这一研究表明计算机能通过考察解题的样例进行学习.

计算机能以这种方式学习,那么儿童是不是也可以这样学习呢?如果可以的话,与传统的教学方法比较起来,对师生来说它是不是更省时省力?中国科学院心理研究所的朱新明教授及其同事对此甚为关注.从1983年起,他们就此问题进行了实验研究.朱教授依据认知理论编制了一系列示例让学生从中学习因式分解的技能,并对示例进行了精心安排.

这项实验非常成功.看来学生不必经老师讲述,就能从课题的示例中进行学习(教师着重辅助学习上有特殊困难的学生).朱教授和我对实验结果与学生学习过程的材料进行分析、研究,形成了论文,并在美国和中国的心理学刊物上发表.这项研究成果引起了人们极大的兴趣,也引起了一些人沿着这种思路进行研究.

朱教授及其同事后来继续编写材料,编写了从初一至初三三年用的代数和几何示例演练教材.学生在课堂上处在积极的问题求解中.结果表明学生用这种方法学习,学得又快又好.一年后的追踪测验成绩表明,学生达到了真正理解,而不只是机械记忆.现在的这份教材就是在几次成功实验的基础上编成的.目前这项研究及其应用还只是在中国进行.类似这种规模的实验在其他国家还没有进行.这项研究已为认知心理学及其在教学中的应用做出了重要的贡献.

当然,已经做的工作还只是开始,这种方法还有待完善.另外,还要探讨其他学科,如物理、化学、生物乃至写作和阅读等应用这种方法的可能性.我希望其他国家也有人同他们协同努力.

最后,我想说:我和中国科学院心理研究所的协作已十年了,我为一直能参加这些工作而感到非常高兴.我于1983年春夏访问中华人民共和国,随后连续多次访问,我看到这些工作的进展是令人感到鼓舞的.科学是国际性的活动,我高度地评价同朱教授和其他同仁的合作,并祝愿他们继续进行他们的重要研究工作.

美国宾州

卡内基—梅隆大学

赫伯特·西蒙<sup>①</sup>(H. A. Simon)

1992年10月12日

---

<sup>①</sup> 赫伯特·西蒙(H. A. Simon)是前中美科技交流委员会美方主席,是当代认知科学的权威和人工智能创始人.他曾获诺贝尔奖、计算机科学的图灵奖和美国总统科学奖.1994年中国科学院首批外籍院士.

# 使用 说 明

本书在编写形式上是以例题和练习题的形式出现,但不是习题集,它是一本使学生通过考察例题和解决问题来获取知识和技能的教材,称为“示例演练实验用书”。它是以现行中学数学教学大纲为基础,根据现代认知心理学和教育心理学关于人的学习机制的理论与原则,结合数学教学的特点,由中国科学院心理研究所的研究人员与具有丰富教学经验的数学教师合作编写而成的。

示例演练的学习是一种新型的学习方法,它的特点是根据学生获取知识的心理机制,以有指导的发现法,引导学生进行积极主动的学习,使他们当堂消化知识,并能运用这些知识解决具体问题,达到一定的熟练程度,为了用好这套实验用书,学生和教师需要注意以下几点:

## 对学生的要求:

1. 在学习前,要准备好一只铅笔(用于做练习)、一只红笔(用于改错)、一块硬纸板(用于在学习时把书中右边的答案盖上)、一些草稿纸(用于演算和做测验题)。
2. 在学习过程中,首先要认真看例题,然后根据例题做下面的练习题. 每做一个小题,就与右边的答案进行核对,做对了,继续往下做;做错了,想想错在什么地方,可用红笔改过来。
3. 在做练习时,要积极思考,自己得出结果后再核对答案;如果通过自己思考得不出结果,可以参考答案,并思考答案为什么是正确的;如果不理解,可以举手问老师(或家长)。
4. 每一节课后的“课堂测验”是没有答案的,要求用草稿纸在课堂上独立完成,做完后立即交给教师(或家长)判阅。
5. 在学习时要注意坐姿,保持眼睛与课本的适当距离。

## 对教师的要求:

1. 在刚开始用此套教材时,建议教师用3节~5节课的时间领学,使学生学会用这种新的教材进行示例演练学习(参见上面“对学生的要求”),养成良好的学习习惯。
2. 如班级中学生的程度较好较齐(基本上没有差生),可以让学生自定步调进行学习,教师则进行个别辅导,并在课堂上对学习效果进行检测. 在这种情况下,要防止学生单纯比速度的倾向。
3. 对一般的班级,可以采用精讲多练的方式组织教学. 即在每节课的开始作引导性讲解(五分钟左右),激发学生的学习兴趣;然后让学生进行演练,教师作巡回辅导(30分钟左右);剩下的时间可以总结本节课的知识,并对学习效果进行检测(10分钟左右). 这种方法要求学生保持大体一致的学习进度。
4. 教师在课堂上要调动每个学生的主动性和积极性,并重点辅导那些学习不认真和学习上有困难的学生. 要纠正学生不动脑思考、见答案就抄的坏习惯,培养他们正确的学习态度和良好的学习习惯;在学生遇到困难时及时引导和鼓励,避免他们因受挫折而失去学习的信心和兴趣,要让学生得到一种学习成功的体验。
5. 学习材料是按课时设计的,每节课的题量较多,不要求每个学生都完成. 有少数标有星号的题目较难,教师可以只让部分程度较好的学生选做。
6. 在每堂课的学习内容后安排有课堂测验题,用来检测学生在这堂课中的学习效果. 这



些检测题主要适合于大多数中等程度的学生,为了适应学生的个别差异,教师可以另外为学习较好的学生和较差的学生分别布置课堂测验题.要注意分类推进.教师可以从各地的目标测试题和同步练习题中挑选一些题作为检测或补充练习.

这套实验用书既适合于学生在课堂上在教师的辅导下进行学习,也适合学生或其他读者在家中自学使用.我们希望它能够达到“减轻师生负担,提高教学质量”的目的,为我国的教学改革做出应有的贡献.欢迎广大教师使用这套实验用书,并在使用过程中积极参与实验用书的修改和编写工作,使这套实验用书不断完善.

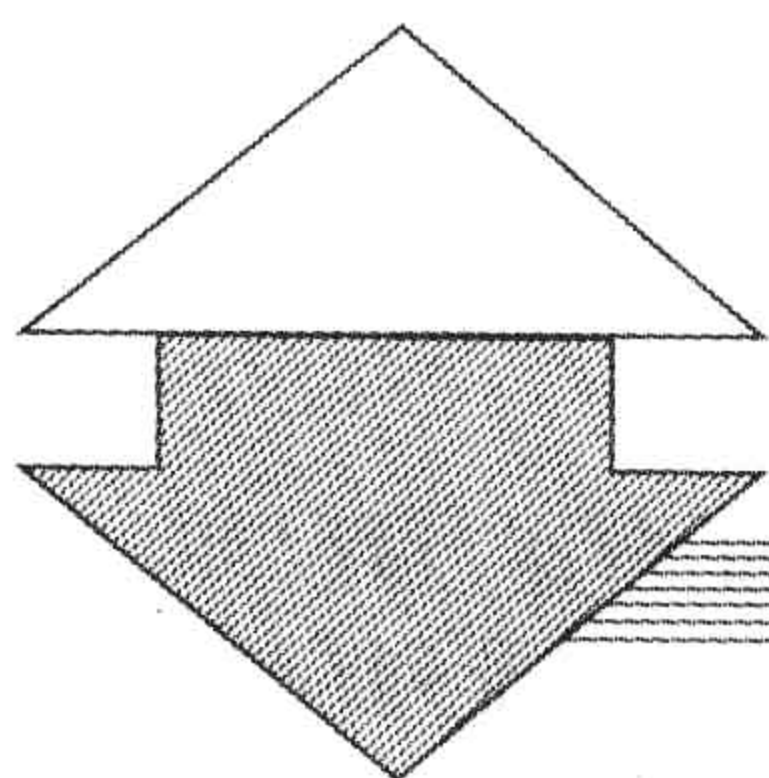
凡新购买“示例演练”教材并参加实验班实验的学校及老师,请与北京西蒙示例演练教育研究中心联系,本中心将定期给学校邮寄“示例演练”实验通讯,并将有关活动(如教学观摩、地区性研讨会及年度研讨会等)及时通告大家,以便各学校派人参加.

联系地址:北京海淀区知春路17号2号楼1203室

邮政编码:100083 电话:82332362 82311949

网址: [www.simonedu.com](http://www.simonedu.com)

E-mail: [public@simonedu.com](mailto:public@simonedu.com)



## 有趣的数学

亲爱的同学们：

你们好！中学时光已悄然而至。大家带着几分憧憬、几分渴望迎来了新的学习生活。与小学的学习生活相比较，中学的学习生活变得更加丰富多彩。特别是我们的数学课，将有更多更精彩的内容等着你们去学习。在正式学习之前，我们先来做热身活动。示例演练教材编写组精心给同学们选编了一些益智题，作为我们活动的内容，通过下面的学习，既可以提高同学们的学习兴趣，还可以使同学们在相互交流切磋中渐渐地熟悉起来，成为好朋友。

### 一、比一比脑力

1. 如果你抽屉里的白色袜子和黑色袜子比例是  $4:5$ ，那么最少拿出多少只袜子才能保证其中有一双同色的袜子？
2. 池塘里的水百合每 24 小时就生长出一倍。在春天的第一天，池塘中有一朵水百合花。60 天时，水百合覆满了整个池塘。哪一天有半池塘水百合？
3. 小张和小李手里的钱一样多，小张给小李多少钱能使小李的钱比小张多 20 元钱？
4. 在张爷爷家养的动物中，除了两只外其余都是鸟，除了两只外其余都是猫，除了两只外其余都是狗。张爷爷家一共养了多少只动物？
5. 在 2 和 3 之间放一个什么数学符号能使所得的数大于 2 小于 3？
6. 图 0—1 是 6 级台阶侧面的示意图，如果要在台阶上铺地毯，那么至少要买地毯多少米？

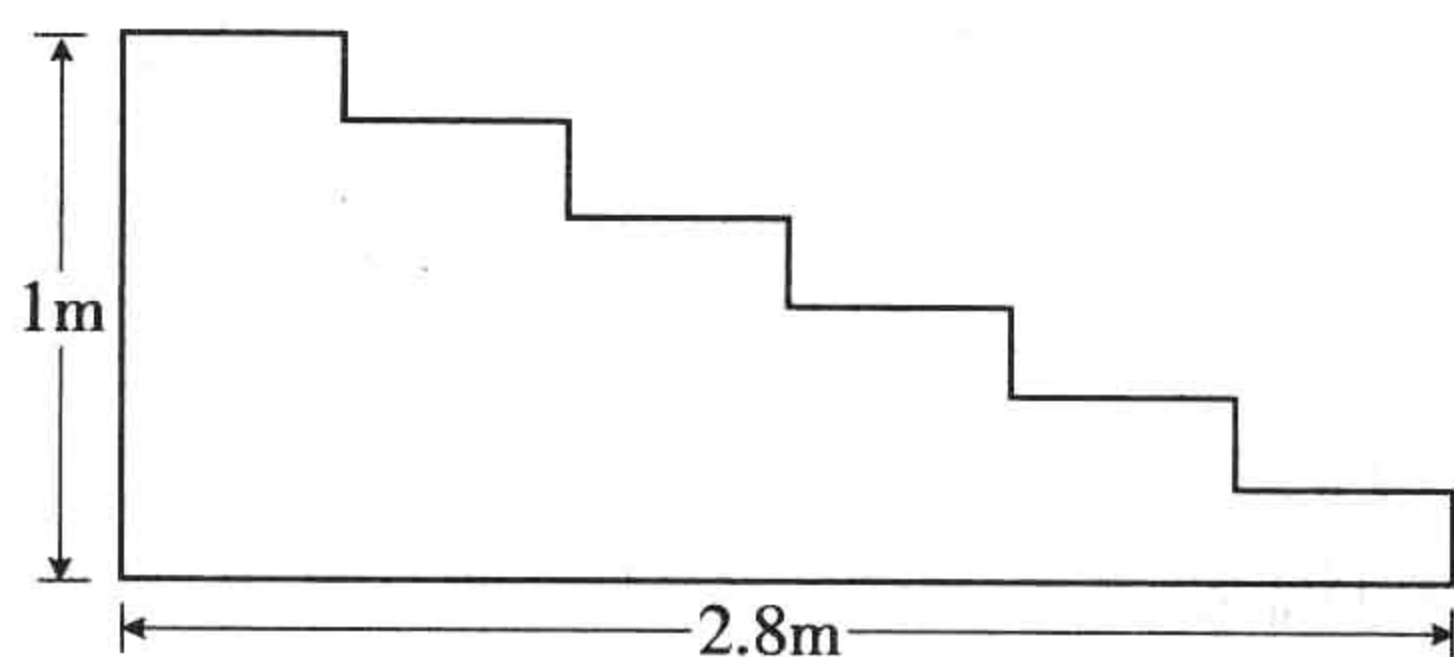


图 0—1

7. 有一艘渔船正以每小时 20 海里的速度驶向港口。当船距海岸 50 海里时，一只海鸥从甲板上起飞，飞向港口。同时，一艘快艇以每小时 30 海里的速度驶离港口。海鸥以每小时 40 海里的速度在快艇和渔船之间来回地飞。当快艇和渔船相遇时，海鸥一共飞了多少海里？

## 二、比一比眼力

1. 设“●”、“▲”、“■”表示三种不同的物体,现用天平称了两次,情况如图 0—2 所示,那么,●、▲、■这三种物体按质量从大到小的顺序排列应为( )。

- A. ■、●、▲      B. ■、▲、●      C. ▲、●、■      D. ▲、■、●

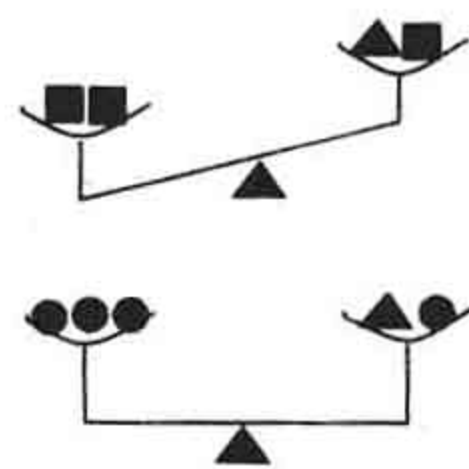


图 0—2

2. 找规律填空:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \frac{6}{37}, \dots$$

3. 如图 0—3,这是一个正方体纸盒的展开图,若在其中的三个正方形 A、B、C 内分别填入适当的数,使得它们折成正方体后相对的面上的两个数互为相反数,则填入正方形 A、B、C 内的三个数依次为( )。

- A. 1, -2, 0      B. 0, -1, 1      C. -2, 0, 1      D. -2, 1, 0

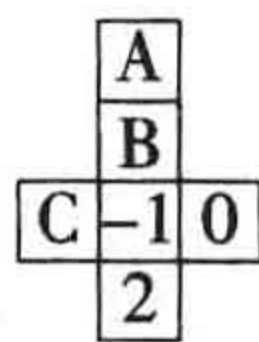


图 0—3

4. 你能由图 0—4 得出计算规律吗?

$$1+3+5+7+9+11=(?)^2$$

由此你能推得,  $n$  个从 1 开始的连续奇数之和等于多少吗? 选择几个  $n$  的值,用计算器验证一下.

5. 观察下列算式

$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 & 2^2 &= 4 & 2^3 &= 8 & 2^4 &= 16 \\ 2^5 &= 32 & 2^6 &= 64 & 2^7 &= 128 & 2^8 &= 256 \end{aligned}$$

.....

通过观察,用你所发现的规律写出  $8^9$  的末位数字是\_\_\_\_\_.

6. 一个用数字 1 和 0 组成 2 002 位的数码,其排列规律是

101101110101101110101101110... ,则这个数码中,数字“0”共有( )。

- A. 666 个      B. 667 个      C. 668 个      D. 223 个

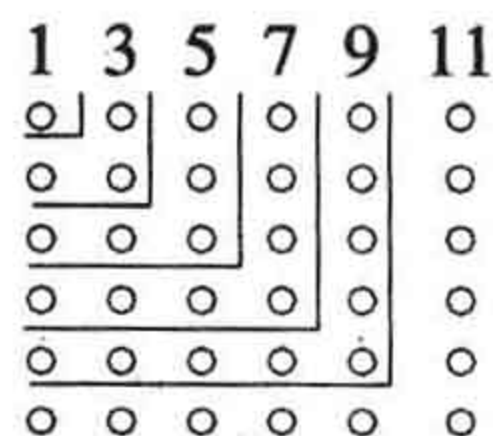


图 0—4

## 三、比一比读图能力

1. 2001 年中国人民银行统计司就城镇居民对物价水平的满意程度进行了抽样调查,结果如图 0—5. 据此,可估计 2001 年城镇居民中对物价水平表示认可的约占\_\_\_\_\_.

2. 图 0—6 是某市一天的温度随时间变化的图像,通过观察可知:下列说法错误的是( )。

- A. 这天 15 点时温度最高  
B. 这天 3 点时温度最低  
C. 这天最高温度与最低温度的差是  $13^{\circ}\text{C}$   
D. 这天 21 点时温度是  $30^{\circ}\text{C}$

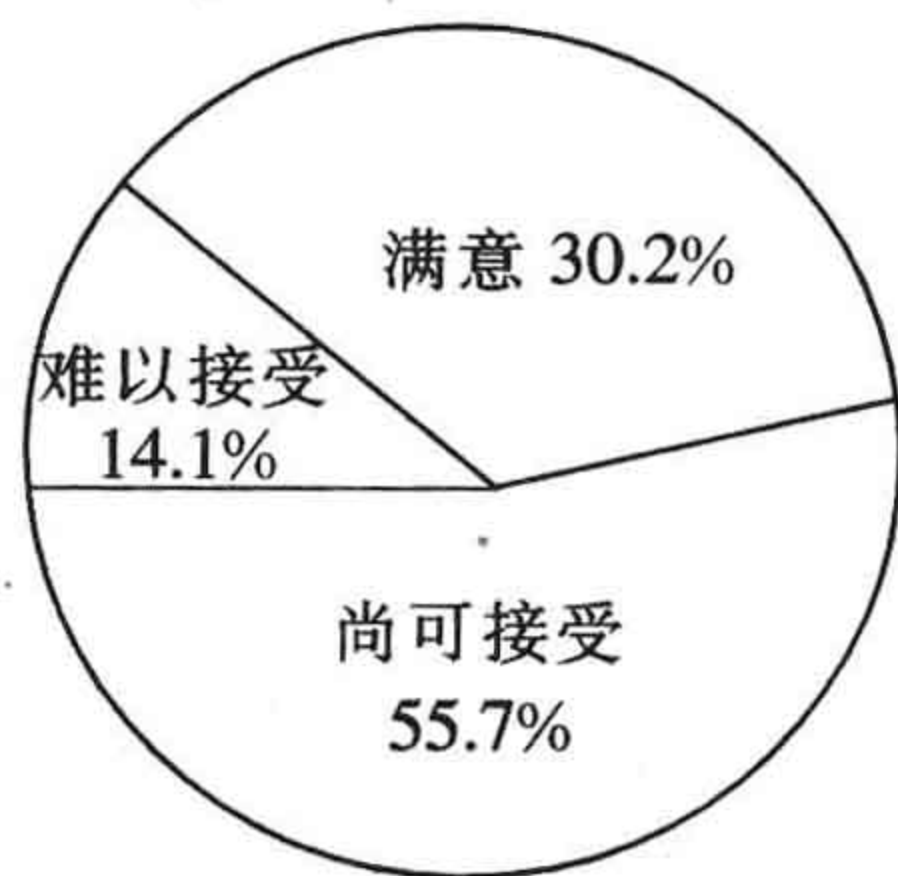


图 0—5

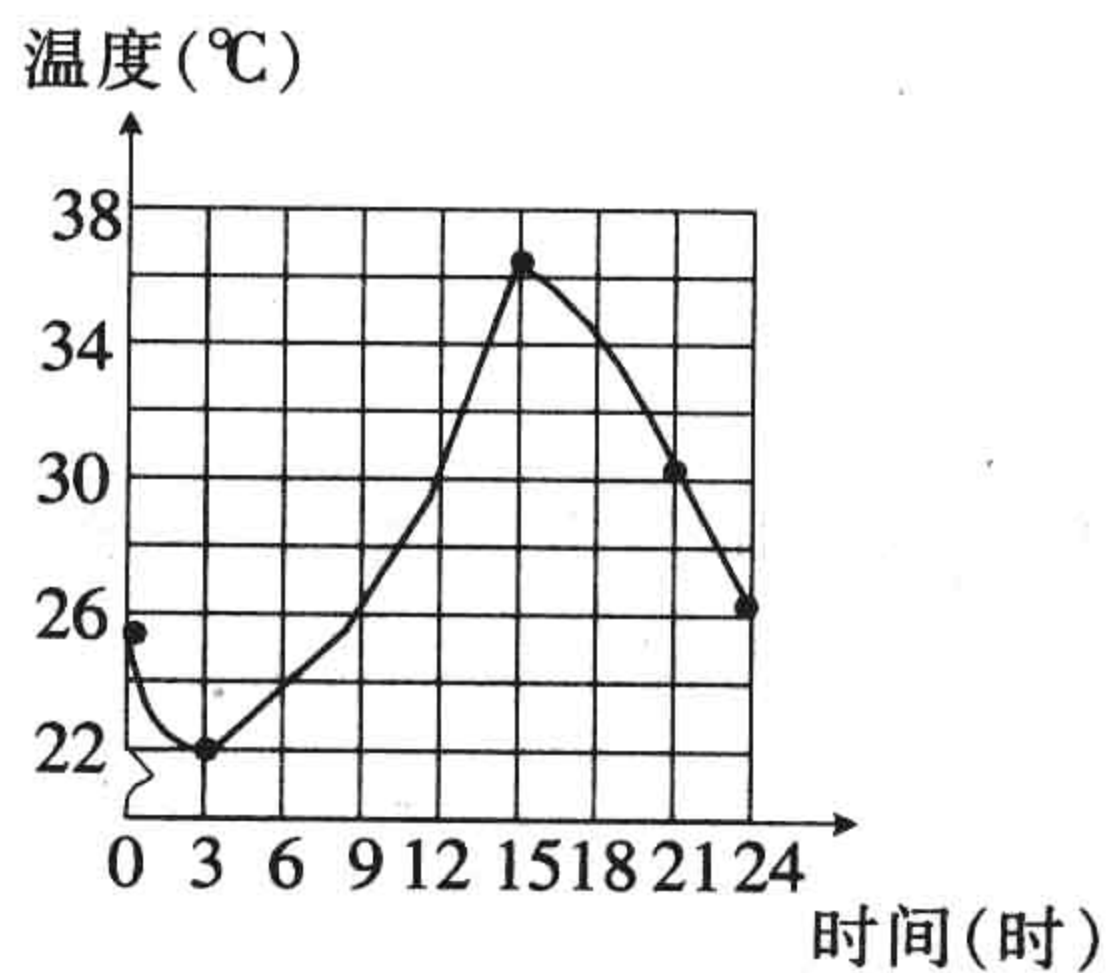
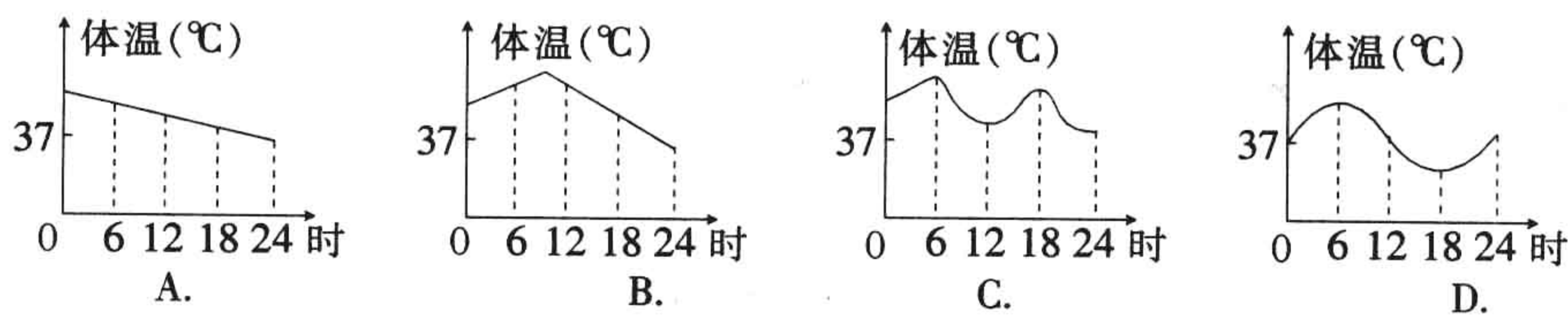


图 0—6

3. 一天,亮亮发烧了,早晨他烧得很厉害,吃过药后感觉好多了,中午时亮亮的体温基本正常,但是下午他的体温又开始上升,直到半夜亮亮才感觉身上不那么发烫了. 能反映出亮亮这一天(0 时~24 时)体温变化的情况是( )



4. 甲乙二人参加某项体育项目训练,为了便于研究,把最近五次训练成绩分别用实线和虚线连结,如图 0—7 所示,下面的结论错误的是( )

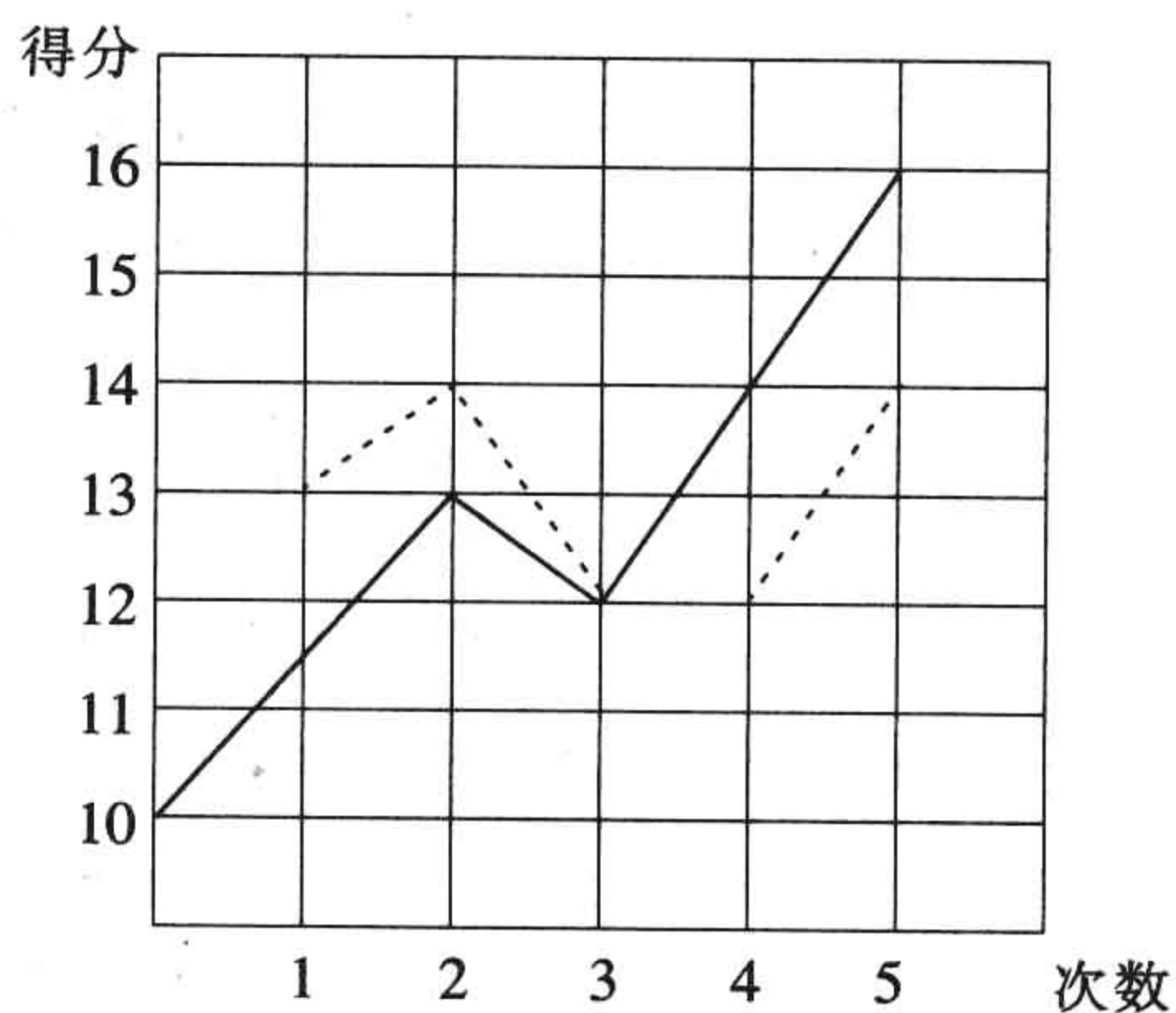


图 0—7

甲 \_\_\_\_\_ 乙 .....

- A. 乙的第二次成绩与第五次成绩相同
- B. 第三次测试甲的成绩与乙的成绩相同
- C. 第四次测试甲的成绩比乙的成绩多 2 分
- D. 五次测试甲的成绩都比乙的成绩高

#### 四、合作·交流·探索

如图 0—8, 园丁小区内有一块长方形的空地需要绿化和硬化(铺地砖), 要求绿化面积与硬化面积相等, 下面是四位设计师设计的四种方案(阴影部分代表绿化区):

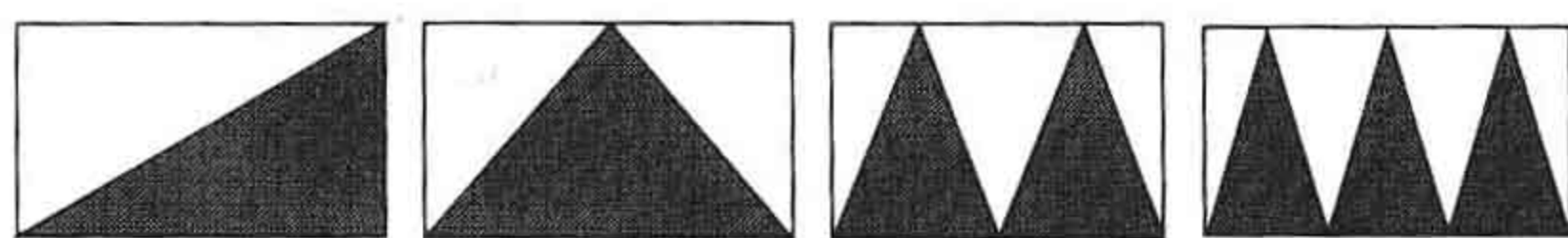


图 0—8

- (1) 你认为他们的设计方案合理吗? 说说你的理由.
- (2) 你能设计出更漂亮的图案吗? 动手试一试.

#### 五、感染·启迪·奋进

### 双目失明的数学家

著名数学家欧拉 1707 年 4 月 15 日出生在瑞士巴塞尔城一个很有名望的牧师家庭. 他从小就背离父亲的意愿, 对神学毫无兴趣, 而特别喜爱数学. 15 岁时, 欧拉在巴塞尔大学获得学士学位, 16 岁成为世界历史上最年轻的硕士. 此后, 他长期就职于世界一流的俄国科学院, 任数学教授和数学研究所所长. 他也曾应普鲁士国王腓特烈大帝的邀请, 任柏林科学院物理数学研究所所长.



欧拉

废寝忘食地工作, 使他的视力迅速衰退, 28 岁那年, 欧拉不幸右眼失明了.

右眼失明并没有使这位年轻的教授陷入失望和消极的深渊, 相反地, 他更加勤奋地工作, 大量出色的研究成果使他在欧洲科学界享有很高的声望.

欧拉 59 岁时, 重回俄国彼得堡担任数学教授. 欧拉到彼得堡不久, 仅剩的一只左眼的视力也衰退了, 只能模糊地看到物体, 最后, 他双目失明了. 这对于热爱科学的欧拉来说, 是多么沉重的打击! 然而, 欧拉仍没有丧失斗志, 他发誓要把损失夺回来, 眼睛看不见, 他就口述, 由他的儿子记录, 继续写作、研究. 欧拉凭着他惊人的记忆力和心算能力, 一直没有间断研究, 他在黑暗中整整工作了 17 年, 1783 年 9 月 18 日, 欧拉卒于俄国彼得堡, 享年 76 岁.

欧拉是数学史上最多产的学者之一, 各种著名的发现, 可以列一张长表. 直到今天, 我们在数学及其应用的重要分支中, 常常可以看到欧拉的名字: 欧拉常数、欧拉方程、欧拉定理、欧拉级数等. 所以美国数学史家克莱茵说: “没有一个人像他那样多产, 像他那样巧妙地把握数学; 也没有一个人能以收集和利用代数、几何、分析的手段去产生那么多令人钦佩的结果, 他是顶呱呱的方法发明家.”

## 小欧拉智改羊圈

欧拉是一名数学史上著名的数学家，他在数论、几何学、天文数学、微积分等好几个数学的分支领域中都取得了出色的成就。不过，这个大数学家在孩提时代却一点也不讨老师的喜欢，他曾是一个被学校除了名的小学生。

事情是因为星星而引起的。当时，小欧拉在一个教会学校里读书。有一次，他向老师提问，天上有多少颗星星。老师是个神学的信徒，他不知道天上究竟有多少颗星星，圣经上也没有讲过。其实，天上的星星数不清，是无穷多的。我们的肉眼可见的星星也只有几千颗。这个老师不懂装懂，回答欧拉说：“天上有多少颗星星，这无关紧要，只要知道天上的星星是上帝镶嵌上去的就够了。”

欧拉感到很奇怪：“天那么大，那么高，地上没有扶梯，上帝是怎么把星星一颗一颗镶嵌到天幕上的呢？上帝亲自把它们一颗一颗地放在天幕上，他为什么忘记了数星星的数目呢？上帝会不会太粗心了呢？”

他向老师提出了心中的疑问，老师又一次被问住了，涨红了脸，不知如何回答才好。老师的心中顿时升起了一股怒气，这不仅是因为一个才上学的孩子向老师提出了这样的问题，使老师下不了台，更主要的是，由于老师把上帝看得高于一切，而小欧拉居然敢责怪上帝为什么没有记住星星的数目，言外之意对万能的上帝提出了怀疑。在老师的心目中，这可是个严重的问题。

在欧拉的年代，对上帝是绝对不能怀疑的，人们只能做思想的奴隶，绝对不允许自由思考。小欧拉没有与教会、与上帝“保持一致”，老师就让他离开学校回家。但是，在小欧拉心中，上帝神圣的光环消失了。他想，上帝是个笨蛋，他怎么连天上的星星也记不住？他又想，上帝是个独裁者，连提出问题都成了罪。他又想，上帝也许是个别人编造出来的家伙，根本就不存在。

回家后，他就帮助爸爸放羊，成了一个牧童。他一面放羊，一面读书。他读的书中，有不少数学书。

爸爸的羊群渐渐增多了，达到了100只。原来的羊圈有点小了，爸爸决定建造一个新的羊圈。他用尺量出了一块长方形的土地，长40米，宽15米，他一算，面积正好是600平方米，平均每一头羊占地6平方米。正打算动工的时候，他发现他的材料只够围100米的篱笆，不够用。若要围成长40米，宽15米的羊圈，其周长将是110米（ $15+15+40+40=110$ ）父亲感到很为难，若要按原计划建造，就要再添10米长的材料；要是缩小面积，每头羊的面积就会小于6平方米。

小欧拉却对父亲说，不用缩小羊圈，也不用担心每头羊的领地会小于原来的计划，他有办法。父亲不相信小欧拉会有办法，没有理他。小欧拉急了，大声说：“只有稍稍移动一下羊圈的桩子就行了。”

父亲听了直摇头，心想：“世界上哪有这样容易的事情？”但是，小欧拉却坚持说，他一定能两全齐美。父亲终于同意让儿子试试看。

小欧拉见父亲同意了，站起身来，跑到准备动工的羊圈旁。他以一个木桩为中心，将原来的40米边长截短，缩短到25米。父亲着急了，说：“那怎么成呢？那怎么成呢？这个羊圈太小了，太小了。”小欧拉也不回答，跑到另一条边上，将原来15米的边长延长，又增加了10米，变成了25米。经这样一改，原来计划中的羊圈变成了一个25米边长的正方形。然后，小欧拉很

自信地对爸爸说：“现在，篱笆也够了，面积也够了。”父亲照着小欧拉设计的羊圈扎上了篱笆，100米长的篱笆真的够了，不多不少，全部用光。面积不但足够了，而且还稍稍大了一些。父亲心里感到非常高兴。孩子比真聪明，会动脑筋，将来一定大有出息。

父亲感到，让这么聪明的孩子放羊实在是太可惜了。于是，他想办法让小欧拉认识了一个大数学家伯努利。通过这位数学家的推荐，1720年，小欧拉成了巴塞尔大学的大学生。这一年，小欧拉13岁，是这所大学最年轻的大学生。

$$f + v - e = ?$$

如图0—9是五种正多面体，它们都是由形状、大小完全相同的正多边形围成的，并且从每个顶点出发的棱数都相等。



图0—9

历史上曾有一些著名的科学家研究过正多面体，如著名的物理学家麦克斯韦 (James Clerk Maxwell, 1831—1879)，著名的数学家欧拉 (Leonard Euler, 1707—1783)。若用  $f$  表示一个正多面体的面数， $e$  表示棱数， $v$  表示顶点数，见表0—1。

表0—1

名称	各面形状	面数 $f$	棱数 $e$	顶点数 $v$	$f + v - e$
正四面体	正三角形	4	6	4	2
正六面体	正方形	6	12	8	2
正八面体	正三角形	8	12	6	2
正十二面体	正五边形	12	30	20	2
正二十面体	正三角形	20	30	12	2

欧拉惊奇地发现  $f, e, v$  之间存在一个奇妙的相等关系。根据上面的表格，你能归纳出这个相等关系吗？

### 纳什——被“美丽心灵”唤醒的数学天才

约翰·纳什——一位有着传奇人生的数学天才，是诺贝尔经济学奖获得者。

影片《美丽心灵》是一部以纳什的生平经历为基础而创作的人物传记片。该片荣获2002年奥斯卡金像奖，几乎包揽了当年电影类的全球最高奖项。影片主人公原型纳什因此又成为热门的公众人物。



约翰·纳什生于1928年6月13日。父亲是电子工程师与教师。纳什小时候孤独内向，虽然父母对他照顾有加，但老师认为他不合群、不善社交。

纳什的数学天分大约在14岁开始展现。他在普林斯顿大学读博士时刚刚二十出头，他的一篇关于非合作博弈的博士论文和其他相关文章，确立了他博弈论大师的地位。在20世纪50年代末，他已是闻名世界的科学家了。

然而,正当他的事业如日中天的时候,30岁的纳什得了严重的精神分裂症.他的妻子艾利西亚——麻省理工学院物理系毕业生,表现出钢铁一般的意志.她挺过了丈夫被禁闭治疗、孤立无援的日子,走过了惟一儿子同样罹患精神分裂症的震惊与哀伤……漫长的半个世纪之后,她的耐心和毅力终于创下了了不起的奇迹:和他的儿子一样,纳什教授渐渐康复,并在1994年获得诺贝尔经济学奖.

## 六、代数小常识

### “代数”的由来

“用字母表示数”是代数的基础.初等代数主要以引进符号和未知数为特征,它的基本内容是解方程.

“代数”(algebra)一词最初来源于公元9世纪阿拉伯数学家、天文学家阿尔·花拉子米(al-Khowarizmi,约783—850)一本著作的名称.公元820年前后,阿尔·花拉子米写了一本名为《Kitab al-jabr w'almuqabala》的书,书中讨论的内容主要是初等代数及各种实用算术问题.阿尔·花拉子米认为,他在这本小小的著作里所选的材料是数学中最容易和最有用的,同时也是人们在处理日常事务中所经常需要的.

该书于1183年被译成拉丁文传入欧洲,在翻译中把“al-jabr”译为拉丁文“algebra”,拉丁文“algebra”一词后来被许多国家采用,英文译作“algebra”.

1859年,我国数学家李善兰首次把“algebra”译成“代数”.后来清代学者华蘅芳和英国人傅兰雅合译英国瓦里斯的《代数学》,卷首有“代数之法,无论何数,皆可以任何记号代之”,说明了所谓“代数”,就是用符号来代表数的一种方法.

### 邮票上的数学家

图中邮票上的人物是一位古代的数学家,名叫花拉子米(al-Khowarizmi),“代数”这门学科的名称就是从他写的书开始叫起的.

虽然代数的很多知识早已陆续被人掌握,但是作为一门系统的独立学科,花拉子米的书是一个重要的里程碑.代数学的名称也是从花拉子米开始的.

花拉子米是阿拉伯人,生于公元783年左右,死于850年左右.他的学识渊博,研究范围包括数学、天文学、历史学和地理学等领域,写了许多重要的科学著作.

在数学方面,花拉子米编著了两部传世之作,一部叫做《代数学》,另一部叫做《印度的计算术》.

花拉子米的《代数学》大约写于公元820年,有多种版本流传下来.当然,原书是用阿拉伯文写的,书名《代数学》的原文是“al-jabr w'almuqabala”,按字面意思直译,就是《还原与对消的科学》.其中,“还原”是指将方程中的负项移到方程的另外一边,变成正项,“还原”了.至于“对消”,是指方程的两端可以消去相同的项,或者合并同类项.这个长长的阿拉伯文名称,后





来在拉丁文里被简单地叫做 algebra,就是“代数学”。

19世纪,我国清代的数学家李善兰(1811—1882)与英国传教士傅兰雅(Alexander Wylie, 1815—1887)合译了《代数学》十三卷、《代微积拾级》十八卷等数学著作和其他科学著作,首次制定了许多英文数学名词的中文译名。在《代数学》译本里没有附译名对照表,但是后来的《代微积拾级》(即《微积分》)中列出了300多个英文数学名词和中文译名的对照表,其中明确记载着英文 algebra 的译名为“代数学”。李善兰创造的中文名词“代数”,让人联想到这门学科的一大特征是用字母表示数,既形象又简洁。

英文数学名词 algebra 和中文数学名词“代数学”或“代数”一直使用至今,非常方便。

## 数学界的诺贝尔奖 ——菲尔兹奖

数学被誉为“科学女皇的骑士”,但却得不到每年由瑞典科学院颁发的诺贝尔奖。过去没有,将来也不会得到。因为在瑞典著名化学家诺贝尔留下的遗嘱中,没有提出设立数学奖。

数学这样一门重要学科怎么能没有国际奖呢?第一个提出要改变长期没有国际数学奖状况的是加拿大数学家 J. C. 菲尔兹(1863—1932)。1924年,国际数学家大会在加拿大的多伦多市召开,大会由加拿大数学家菲尔兹主持。这次大会之后,他建议利用大会的节余经费作为基金设立一个数学奖。1932年,当他准备在瑞士苏黎世召开的国际数学家大会上正式提出这项建议时,不幸去世了。去世前,他立下遗嘱把自己的积蓄加入基金中,并希望这项奖就叫做国际数学家金奖。这年,国际数学家大会为纪念这位在数学事业上奋斗了一生的数学家,决定将这项基金命名为菲尔兹奖。

菲尔兹奖每次只奖2名~4名有卓越贡献的、年龄不超过40岁的青年数学家,首届菲尔兹奖于1936年授予芬兰的 L. V. 阿尔福斯和美国的 J. 道格拉斯,他们分别获得一枚金质奖章。1982年国际数学家大会上,旅美华人学者、33岁的数学家丘成桐荣获菲尔兹奖,这是华人数学家第一次获得这一奖项。

迄今为止,获得菲尔兹奖的数学家共有43人。每个获奖者得到一枚金质奖章和1500加拿大元。菲尔兹奖的奖金不多,荣誉却很高,被人们誉为“数学界的诺贝尔奖”。

2002年8月20日至28日,国际数学家大会在中国北京召开,大会上给一些数学家颁发了菲尔兹奖。

愿我们的示例演练教材能成为你的良师益友,陪你共同走过美好的学习时光。

答案:一、1. 3只; 2. 59天; 3. 10元; 4. 3只; 5. 小数点; 6. 3.8m; 7. 40海里。

二、1. B; 2.  $\frac{5}{26}$ ; 3. A; 4.  $6n^2$ ; 5. 8; 6. B.

三、1. 85.9%; 2. C; 3. C; 4. D.