



俄罗斯物理精品译丛

Principles of Quantum Mechanics (I)

量子力学原理(上)

[俄罗斯] 布洛欣采夫 著 叶蕴理 金星南 译



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



俄罗斯物理精品译丛

Principles of Quantum Mechanics
量子力学原理
(上) (I)

● [俄罗斯] 布洛欣采夫 著 ● 叶蕴理 金星南 译



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本书主要介绍了量子力学原理,共为10章.第1章量子理论的基础;第2章量子力学的基础;第3章力学量用算符的表示;第4章态在时间上的改变;第5章力学量在时间上的改变;第6章量子力学对古典力学和光学的关系;第7章表象的基本理论;第8章在势能场中微观粒子的运动理论;第9章带电微观粒子在电磁场中的运动;第10章电子的本征力矩和磁矩(自旋).

本书适合大学物理专业的学生和研究生、物理爱好者阅读和收藏.

图书在版编目(CIP)数据

量子力学原理.上/(俄罗斯)布洛欣采夫著;叶蕴理,
金星南译. — 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2016.1
ISBN 978-7-5603-5795-9

I. ①量… II. ①布…②叶…③金… III. ①量子力学
IV. ①O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 003953 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 关虹玲
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街10号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 15.75 字数 343 千字
版 次 2016年1月第1版 2016年1月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-5795-9
定 价 38.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎ 第二版导言

这本《量子力学原理》的第二版,正如第一版(在1944年出版的《量子力学导论》),基本上是根据著者在以罗蒙诺索夫命名的国立莫斯科大学物理系多年授课的讲义而编成的。

这讲义的自然发展促使我在这第二版中做了许多修改和补充。

关于在量子力学中的态的概念以及关于测不准关系的讨论的那一章曾经做了主要的修改,在这一版里说得更加清楚了。在这新版中也讨论了量子力学的方法论的问题,并批判了现在国外流行着的量子理论的唯心观念。此外,还增加了一些关于近年来量子力学应用的进一步发展的内容。

有如在第一版中一样,在这书中我企图使初学量子力学者对于这门科学的物理基础和数学工具有正确的了解,并且从这门科学的主要应用方面来说明它的成就。

和我在一起工作的同志们所提出的许多宝贵意见,使本书有很多改进,我向他们致十二分的谢意。我特别要向德拉平娜(С. И. Драбина)、马尔科夫(М. А. Марков)、苏科洛夫(А. А. Соклов)、苏伏洛夫(С. Г. Суворов)、费恩贝格(Е. А. Фейнберг)致谢。莫斯科大学哲学讨论会上的讨论和苏联科学院理论物理研究所内的讨论,使本书最后一章的完成,得到很大的帮助。

我还要向莫斯科大学物理系的学生们致谢,他们曾协助修正第一版的误刊和其他错误的地方。

◎ 绪

论

近数十年来,原子现象的科学不但在近代物理学中成为重要的一章,并且在近代技术中也获得广大的应用。

就最表面来看这特别的原子现象领域,已经可以发现新的特点,这种特点和在宏观世界领域内所看到的特点有本质上的区别。

我们首先在微观世界中所碰到的是原子性。简单的基本粒子完全由一定的特征(如电荷、质量等)标记着,凡是同样的粒子所有的这些特征都是相同的。

像这样的原子性在宏观世界中是不存在的。宏观物体是许许多多基本粒子的集合,宏观现象的规律也就是许许多多粒子的集合所特有的规律。

这些都指明假使用研究宏观物体的类似方式来研究微观粒子,那就要犯方法论的错误。在古典力学中的物质点是具有抽象的、理想的形态,这完全不是微观粒子,而是宏观物体,它的大小与在问题中所涉及的距离来比要小得多。

微观世界的原子性不仅在于微观粒子有一定的特征,它同时也由力学运动的某种绝对度量的存在所表现出来.这种度量就是普朗克(Plank)常数 $h = 1.05 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$. 这常数在微观粒子的力学中具有头等重要的意义.物理学家久已疏忽了由量变到质变的规律,并且企图把原子现象的观察保留在古典宏观理论的范畴中.普朗克常数的发现是第一次严重地警告:把宏观领域中的定律机械地搬到微观领域中去是没有根据的.

在20世纪的20年代发现了许多新奇的实验事实,这些事实迫使人们彻底放弃了这条路径.曾经指明的是电子表现着波动特性:如果电子束通过晶体,那么这些粒子在屏上面的分布就好像是具有适当波长的波的强度的分布.我们得到在古典力学中所没有的微观粒子的绕射^①现象.后来又证明了这种现象不但为电子所具有,而普遍地为其他一切粒子所具有.这样,就发现了一种原则上新颖的并十分普遍的规律.

微观粒子的运动在很多方面看起来与波的运动较近,而与质点沿轨道的运动较远.绕射现象和粒子沿轨道运动的假定是根本不相容的.在古典力学中轨道概念是基本观念之一,所以用古典力学的原理来分析微观粒子的运动是不适当的.

对于微观世界的个体应用“粒子”这个名词时,使我们要联想到这种粒子与古典力学的物质之间的相似性,但要知道实际上它们之间是差得很远的.

在本书中许多地方,我们为简单起见用“粒子”来代替“微观粒子”,那时必须注意上面的说明.

古典力学只是某种近似,它适于研究质量大的物体在变化很小的场(宏观场)中的运动.在这些条件下,普朗克常数没有重要性,可以认为它是小得可以忽去.绕射现象也变成不主要.在尺度小的领域内(在微观世界的领域内),量子力学代替古典力学.这样,微观粒子的运动是量子力学所研究的对象.

量子力学是统计的理论.例如,利用量子力学可以预言从晶体反射到照相板上的电子平均地是怎样分布的,但是对于每一个个别电子所射到的位置,则只能给出几率性的判断:“某处发现这电子的几率若干”.

这我们在统计力学中所碰到的情况相似.但是量子力学和古典统计力学之间还有深刻的差别.

古典统计力学是建立在牛顿(Newton)力学的基础上的.牛顿力学可以描述每一颗粒子的历史,以致原则上可以给出每一个个别样品的历程.

和统计力学相反,近代量子力学不是建立在任何个体的微观过程的理论上

① 我国现有人把“绕射”改称“衍射”.

的,它一开始就和统计集合——系综——打交道.这些统计系综是用宏观的古典物理学的特征(如冲量、能量、坐标等)来确定的.所以在量子力学中说到微观现象再发生,例如同一个实验的重复,那就是指微观物理现象的宏观条件的再产生,即指同样的统计系综的实现.

因此量子力学是在微观粒子对于宏观测量仪器的关系上来研究微观粒子的统计系综.用这些宏观测量仪器可以确定所谓“粒子的态”,即固定统计系综.

在上述所提问题的范围内,量子力学是在 20 世纪原子物理学发展中的巨大成就,现在原子物理学已经超出物理学的界限而踏进新的工程技术的领域内了.

第 1 章 量子理论的基础 //1

- § 1 光量子的能量和冲量 //1
- § 2 光量子的能量守恒定律和冲量守恒定律在实验上的证明 //4
- § 3 原子性 //7
- § 4 玻尔理论 //11
- § 5 辐射的初步量子理论 //13
- § 6 黑体辐射 //17
- § 7 德布罗意波·群速度 //18
- § 8 电子、原子、分子的绕射 //22

第 2 章 量子力学的基础 //27

- § 9 德布罗意波的统计解释 //27
- § 10 微观粒子的位置的几率 //29
- § 11 态的叠加原理 //31
- § 12 微观粒子的冲量的几率 //33
- § 13 坐标的函数和冲量的函数的平均值 //35

- § 14 量子力学的统计系综 //36
- § 15 测不准关系 //40
- § 16 对于测不准关系的引证 //45
- § 17 测量仪器的作用 //51

第3章 力学量用算符的表示 //56

- § 18 线性自轭算符 //56
- § 19 数量的平均值和平均平方差的普遍公式 //60
- § 20 算符的本征值和本征函数以及它们的物理意义·“量子化” //61
- § 21 本征函数的基本性质 //64
- § 22 测量结果的几率的普遍算法 //67
- § 23 各种力学量可以同时测量的条件 //70
- § 24 微观粒子的坐标算符和冲量算符 //71
- § 25 微观粒子的冲量矩算符 //73
- § 26 能量算符与哈密顿函数 //77
- § 27 哈密顿算符 //78

第4章 态在时间上的改变 //82

- § 28 薛定谔方程 //82
- § 29 粒子数目的守恒 //87
- § 30 定态 //90

第5章 力学量在时间上的改变 //92

- § 31 算符对于时间的导数 //92
- § 32 量子力学中的运动方程·恩费斯脱定理 //94
- § 33 运动积分 //97

第6章 量子力学对古典力学和光学的关系 //99

- § 34 从量子方程到牛顿方程 //99
- § 35 从含有时间的薛定格方程到古典的哈密顿-雅可比方程 //104
- § 36 量子力学与光学 //107

第7章 表象的基本理论 //111

- § 37 量子体系的态的各种表象 //111
- § 38 表明力学量的算符的各种表象·矩阵 //113

§ 39	矩阵和对于它们的演算	//115
§ 40	在矩阵形式下的算符所表示的数量的平均值和谱的定义	//120
§ 41	在矩阵形式下的薛定谔方程和算符对于时间的关系	//122
§ 42	么正变换	//125
§ 43	从一时间到另一时间的么正变换	//128
§ 44	密度矩阵	//130
第 8 章 在势能场中微观粒子的运动理论 //134		
§ 45	前言	//134
§ 46	谐振子	//135
§ 47	在能量表象中的振子	//141
§ 48	在有心力场中的运动	//143
§ 49	在库仑场中的运动	//149
§ 50	氧原子的光谱和波函数	//154
§ 51	在单价原子中电子的运动	//161
§ 52	原子中的电流·磁子	//164
§ 53	二原子分子的量子能级	//166
§ 54	在周期场中电子的运动	//172
第 9 章 带电微观粒子在电磁场中的运动 //181		
§ 55	任意电磁场	//181
§ 56	在均匀磁场中带电自由粒子的运动	//186
第 10 章 电子的本征力矩和磁矩(自旋) //189		
§ 57	实验证明电子自旋的存在	//189
§ 58	电子的自旋算符	//192
§ 59	自旋函数	//195
§ 60	泡利方程	//198
§ 61	光谱线在磁场中的分裂	//201
§ 62	在可变磁场中的自旋运动	//205
§ 63	总冲量矩的性质	//208
§ 64	考虑电子自旋时原子光谱项的编序,光谱的多重结构	//212
编辑手记 //217		

量子理论的基础

第 1 章

§ 1 光量子的能量和冲量

光的量子理论的产生是先于量子力学的发展的. 在 19 世纪末, 好像对于光的本质有两种观点的争论: 微粒观点和波动观点的争论, 最后波动观点在麦克斯韦(Maxwell) 理论所赋予的形式下获得了胜利. 关于电磁波的赫兹(Hertz) 实验, 列别捷夫(Лебедев) 的光压存在的证明, 以及由于实验物理学家的实验所得到的其他事实, 显然无可争辩地证明了麦克斯韦的观点的正确性.

但是光的电磁理论的成就不是没有缺点的. 虽然所有关于光的传播的问题可用波动理论成功地解决, 但是一系列关于光的发射和吸收的重要现象, 则在波动观念的范畴内不能直接说明. 例如, 虽然经过许多理论物理学家的努力, 但在波动理论的基础上所推得的黑体辐射谱的能量分布规律, 不但结果和实验明显地不符, 而且还有内在矛盾.

在 1901 年, 普朗克(Plank) 找到了与实验相符合的在热平衡下绝对黑体辐射谱的能量分布规律. 这个规律是量子理论发展的出发点. 这规律的基础是假定物质发出光和吸收光具有不连续的特性, 并且假定光为一个一个有限部分 —— 光子 —— 发出或吸收.

这种光量子的能量 ϵ 是和光的振动频率 ω 成正比的,并且可用下列等式表示

$$\epsilon = h\omega \quad (1.1)$$

这里 $h = 1.05 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$ 是大家所知道的普朗克常数^①.

当爱因斯坦(Einstein)指出了除能量 ϵ 外必须还要用冲量 $p = \frac{\epsilon}{c}$ (这冲量的方向和光的传播方向相符合)来描述光量子后,光量子的表示才得到完善的形式.

如果引入波矢量 $\mathbf{k}$,它的分量等于

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \alpha, k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta, k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \gamma$$

式中 λ 是波长,而 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 是光波法线的方向余弦,于是光量子的冲量公式可以写为矢量形式

$$\mathbf{p} = h\mathbf{k} \quad (1.2)$$

公式(1.1), (1.2) 是光的量子理论的基本方程,这两个方程把光量子的能量 ϵ 和冲量 $\mathbf{p}$ 同单色平面波的频率 ω 和波长 λ 联系起来,而这单色平面波的传播方向是由向量 $\mathbf{k}$ 决定的.^②

光的量子理论的深刻意义不是在于我们把光当作由具有能量 $h\omega$ 和冲量 $h\mathbf{k}$ 的粒子所组成的气体(这种表示由于它的明显性来说是有用的,但却是片面的),而是在于微观体系(电子、原子、分子等)和光之间的能量交换与冲量交换是由一种光量子的产生与另一种光量子的消灭的方式进行的.

在对于光(正确地说,一般对于任何电磁辐射)作用在任何体系上应用能量与冲量守恒定律时,这种看法得到正确的表现.为了明确起见,我们将更具体地称为“碰撞”来代替相互作用.

我们用 E 和 $\mathbf{P}$ 表示某体系在“碰撞”前的能量和冲量,又用 E' 和 $\mathbf{P}'$ 表示这体系在“碰撞”后的能量和冲量;其次用 $h\omega$ 和 $h\mathbf{k}$ 表示光量子在“碰撞”前的能量和冲量,用 $h\omega'$ 和 $h\mathbf{k}'$ 表示光量子在“碰撞”后的能量和冲量.

这里“碰撞”这个名词的正确意义是这样的:在相互作用的结果下,具有频率 ω 和方向 $\mathbf{k}$ 的电磁波的能量和冲量各减小 $h\omega$ 和 $h\mathbf{k}$ (光量子的消灭),但另一种具有频率 ω' 和方向 $\mathbf{k}'$ 的电磁波的能量和冲量各增加 $h\omega'$ 和 $h\mathbf{k}'$ (光量子的产

① 在旧的文献中所用的普朗克常数 h 常比这值大 2π 倍,即 $6.61 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$,并且用频率 $\nu = \frac{1}{T}$ 来代替旋转频率 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T 为振动周期).这里的常数在旧文献中是用 $\hbar$ 来表示的.

② 公式(1.1), (1.2) 是假定对于任何频率 ω 都适合的;它们对于可见光和 γ 射线都是同样适合的,所以现在对于光量子, γ 射线量子等都简称为“光子”.

生). 在形式上我们就说, 光子($h\omega, h\mathbf{k}$) 和体系“碰撞”, 并改变了它的能量和冲量($h\omega', h\mathbf{k}'$), 正好像我们在说古典粒子的碰撞一样.

在我们所采用的标记下, 能量守恒定律和冲量守恒定律可表示如下

$$h\omega + E = h\omega' + E' \quad (1.3)$$

$$h\mathbf{k} + \mathbf{P} = h\mathbf{k}' + \mathbf{P}' \quad (1.4)$$

这两个方程一共包含三种基本过程: 光的吸收、辐射、散射.

如果 $\omega' = 0 (\mathbf{k}' = \mathbf{0})$, 则方程(1.3), (1.4) 表示光子 $h\omega$ 的吸收; 如果 $\omega = 0 (\mathbf{k} = \mathbf{0})$, 则这些方程决定光子 $h\omega'$ 的辐射.

如果 ω 和 ω' 都不等于零, 则这些方程是关于光的散射的; 这时量子的 $h\omega$, $h\mathbf{k}$ 变成另一种能量为 $h\omega'$ 和冲量为 $h\mathbf{k}'$ 的量子.

在公式(1.3), (1.4) 下的能量守恒定律和冲量守恒定律, 与光的波动观念和光的微粒观念都有矛盾, 而一般地, 这些定律是不能放在古典物理学观念的范畴中来说明的.

按照波动理论, 波场的能量不是由波的频率 ω 来确定的, 而是由形成这场的波的振幅来确定的. 在另一方面, 波的振幅和振动频率之间没有任何普遍关系, 但这种关系却把个别量子的能量和波的振幅联系起来. 假定一光束在它的路径上遇到一透明薄板. 一部分光被它反射, 一部分光透过它. 按照波动理论, 入射波、透射波和反射波的振幅将不同. 如果现在我们不量子化的能量 ϵ 和波的振幅的联系怎样, 我们能够得到这样的结论: 量子的能量在这三光束中是不相同的. 但是依照式(1.1), 不改变光的频率就不可能改变量子的能量, 一部分量子常“染”成与原来量子不同的颜色.

所以我们如果假定量子的能量是由振幅所确定的, 那么从这假定就要得出这样的结论: 入射光束, 反射光束, 透射光束的颜色要不同了. 但实际上当光通过透明体时, 人们得不到这样的结果.

这样的假定也是不适当的. 光子是在空间某处的粒子, 类似某种“浮”在波上的东西.

光子按照它的定义(方程(1.1), (1.2)) 是和单色平面波联系起来的. 这种波是在空间上和在时间上的无穷的简单周期过程. 但是量子在任何地方可以找到的假定是和波的彻底的周期性相矛盾的, 正弦波一经某种变形, 它就不再是一种正弦波, 而是各种正弦波的集合.

因此, 当应用守恒定律式(1.3), (1.4) 时, 我们应该了解到古典观念对于表示在原子世界中存在的现象是不足够的. 我们不可能在这里叙述这些守恒定律的近代的解释. 那里我们要碰到比本书的对象(粒子体系的量子力学) 更复杂(场的量子理论) 的问题. 在守恒定律式(1.3), (1.4) 所规定的范围内来考虑光量子的观念, 对于我们来说, 将是足够的了.

§ 2 光量子的能量守恒定律和冲量 守恒定律在实验上的证明

爱因斯坦曾指出,守恒定律式(1.3)可以用来解释古典观念所不能了解的光电效应的规律.这效应的本质是这样的:当金属表面受到了光的作用,电子就由金属发出^①.

这里所观察到的规律不符合于古典的解释.实验证明,光电子的速度只与光的频率 ω (对于某一种金属来说)有关,而与入射光的强度完全没有关系.后者只决定在单位时间内由金属发出的电子的数目.

对于这现象的模型,无论考虑得怎样周密,但电子速度的增加按照牛顿定律是与作用力成正比的.这作用力等于电子的电荷 e 与光波的电场强度 $\vec{\mathcal{E}}$ 的乘积(光波的磁场作用可以忽去).所以电子所获得的速度应与 $\mathcal{E}$ 成正比,而动能则与 $\mathcal{E}^2$ 成正比,即与光的强度成正比.但实际上所观察到的并不是这样的.越非(Иоффе)与杜波隆拉瓦夫(Добронравов)^②指出当光的强度微弱的时候,也能观察到光电效应,并且指出电子是按照统计规律由金属射出,只是电子的平均数目与入射光束的强度成正比.特别重要的是密立根(R. A. Millikan)的实验结果,这结果严格地指出,在光电效应中所放出的电子的能量完全由光的频率决定,而不是由它的强度决定的.

但是如果把能量守恒定律式(1.3)应用于光电效应上,则这结果成为很明显的.假定频率为 ω 的单色光照在金属的表面上.因为把电子从金属取出来要耗费一定量的功,如果我们用 χ 来表示这功(人们称它为从金属中取出电子的功),那么电子在金属中的原始能量应认为等于 $-\chi$.在光电效应下光子完全被吸收,即 $h\omega' = 0$.吸收光子后的电子的能量 E 等于 $\frac{1}{2}m_0v^2$,其中 m_0 是电子的质量,而 v 是电子从金属中放出时的速度.结果,方程(1.3)在我们所考虑的情况下取这种形式^③

$$h\omega - \chi = \frac{m_0v^2}{2} \quad (2.1)$$

① 光电效应的规律曾由斯托莱托夫(А. Г. Столетов)、哈尔瓦克斯(W. Hallewacks)、李奇(A. Righ)等研究过.

② 参考 П. С. Тартаковский, Кванты света, ГИЗ, 1928.

③ 在这种情况下,方程(1.4)没有意义,因为它简单地证明,光量子的冲量将全部传给金属块.

这就是著名的爱因斯坦的光电效应方程.

依照这方程,光电子的能量 $\frac{m_0 v^2}{2}$ 与光的频率 ω 呈线性的增加. 如果用控制电势 V 来测量电子的能量,则 $eV = \frac{1}{2} m_0 v^2$ (有如密立根曾做的那样),于是在图 (V, ω) 中的直线的斜度可以决定数值 $\frac{h}{e}$. 既知电荷 e ,从实验决定斜度后,可以求出 h . 密立根曾指出这 h 的值与在黑体辐射理论中所得到的值相同. 因此证明了把方程(1.3)应用在光电效应上的正确性.

现在,爱因斯坦方程是奠定电子仪器理论基础的基本方程之一.^①

方程(1.3), (1.4) 在实验上曾由康普顿(Compton)研究散射着的 X 射线的频率与散射角的关系所证明. 康普顿取电子对原子结合得很弱的物质(白蜡、石墨)作为散射光的物质. 因为 X 射线的量子能量很大,所以在计算时可以忽略电子在原子中的能量(至少对于原子最外层的电子可以这样考虑),而把电子当作自由的静止粒子. 由于这点,我们可认为电子的原始能量 E 与它的冲量 $\mathbf{P}$ 等于零.

电子和 X 射线的量子碰撞后,它的能量可以变为很大,所以我们要用相对论公式,这些公式考虑粒子的质量与它的速度的关系. 根据相对论,具有速度 v 而运动的电子的动能是等于

$$E' = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \quad (2.2)$$

其中 m_0 是电子的静止质量, c 为光速,而冲量等于

$$\mathbf{P}' = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.3)$$

把这些数值代入式(1.3), (1.4), 并注意 $E=0, \mathbf{P}=\mathbf{0}$, 我们得到

$$h\omega = h\omega' + m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \quad (2.4)$$

$$h\mathbf{k} = h\mathbf{k}' + \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left(\beta = \frac{v}{c} \right) \quad (2.4')$$

此处 ω 与 $\mathbf{k}$ 是入射辐射的频率和波矢量,而 ω' 与 $\mathbf{k}'$ 是散射辐射的频率和波

^① 密立根实验的详细情况可参阅 Harnwell and Livingood, Experimental Atomic Physics, 1936, § 75; П. С. Тартаковский, Кванты света ГИЗ, 1928; R. A. Millikan, Electrons (+ and -), Protons, Photons, Neutrons, Mesotrons and Cosmic rays (1947).

矢量.

由第一个方程可直接得出 $\omega > \omega'$, 由此可见散射辐射的波长比入射辐射的波长大. 这结论是由康普顿的实验所证实的, 可是照古典理论, 散射光的频率必须与入射光的频率相等(瑞利(Rayleigh) 散射).

由方程(2.4) 与(2.4') 引出一个重要的结论: 自由电子不能吸收光而只能散射光. 实际上, 完全吸收就是 $\omega' = 0$ (和 $\mathbf{k}' = \mathbf{0}$). 于是由式(2.4') 得出 $\mathbf{k}$ 和 $\mathbf{v}$ 是同一方向的. 所以式(2.4') 可以写成标量形式

$$hk = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

把这方程和方程(2.4) 合起来, 对于光的吸收, 我们得到

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

由此 $\beta = 0$, 并推得 $k = 0$. 从这点就证明吸收是不可能的.

在上面所考虑的光电效应中, 量子整个地吸收, 光电效应只是可能由于这个原因: 电子与金属结合着, 要把它取出来必须要耗费功 χ .

为了要能证实方程(2.4), 问题提在康普顿面前的是从这些方程决定散射光的频率 ω' 与散射角 θ 的关系. 在图1中, 直线 OA 表示原始 X 射线的传播方向. 方向 OC 为观察被电子所散射的光线的方向. 图1中所画的平行四边形表示入射量子的冲量 hk 是散射量子的冲量 hk' 和电子的冲量 $\mathbf{P}'$ 之和. 角 θ 是散射角, 而角 α 是原始量子的冲量和碰撞后的电子(即所谓“反冲电子”)的冲量之间的角度. 要求出角 θ 与散射量子之值 $h\omega'$ 之间的关系, 我们可

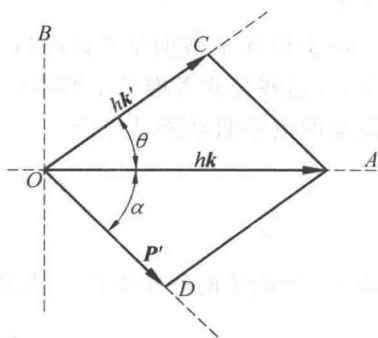


图1 康普顿平行四边形

取方程(2.4) 在两个互相正交轴 OA 与 OB 上的投射. 注意, $|\mathbf{k}| = \frac{\omega}{c}$, 而 $|\mathbf{k}'| =$

$\frac{\omega'}{c}$ 我们求得

$$\begin{aligned} \frac{h\omega}{c} &= \frac{h\omega'}{c} \cos \theta + \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos \alpha \\ 0 &= \frac{h\omega'}{c} \sin \theta - \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \alpha \end{aligned}$$

用简单的代数方法, 从这些方程可以把 β 与角 α 消去, 而得到

$$\omega - \omega' = \frac{2h}{m_0 c^2} \omega \omega' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

此处 ω 用 $\frac{2\pi c}{\lambda}$ 代入, ω' 用 $\frac{2\pi c}{\lambda'}$ 代入, 我们容易求得波长的变化

$$\Delta\lambda = \frac{4\pi h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (2.5)$$

这公式是由康普顿求得的. 把观察散射光的角度改变, 并且在实验时测量波长的改变 $\Delta\lambda$, 康普顿与吴有训曾把他们的测量结果与公式(2.5)的理论推测相比, 他们得到与理论完全相符合的结果^①.

所以康普顿的实验指出光量子冲量存在的假定是完全正确的, 而光量子冲量的值是由公式(1.2)所决定的.

我们注意, 在威尔逊云雾室中所得到的照相, 在某种情况下可以确定在康普顿效应时的散射量子的射出方向以及反冲电子的路径与能量, 这样可以明显地看到我们在图1中所指出的电子冲量与光量子冲量的相加情形^②.

在公式(2.5)中所遇到的长度 $\Lambda = \frac{h}{m_0 c} = 3.9 \times 10^{-11} \text{ cm}$ 叫作康普顿长度.

这长度在电子的相对论理论中是一个基本数值, 这长度是微观世界所特有的尺度之一. 知道了 $\Delta\lambda$, 可以求出 Λ , 由此可决定 h , 因此康普顿效应还给出求 h 的一种方法. 在某些现象中, 常数 h 是起重要作用的, 这种现象称之为量子现象, 其中每一种现象可以用来决定常数 h .

由此可以知道, 量子现象是不能用古典理论来解释的. 按照古典理论, 假定场与微观体系的能量交换是连续的, $h=0$, 并且当光对于自由电子散射时, 不会得到任何频率变动($\Delta\lambda$ 与 h 是成正比的, 参考式(2.5)). 用古典理论直接计算就导出这样的结果. 在频率 ω 的交流电场的作用下, 电子被迫做这种频率的振动. 这样就产生了电荷 e 的频率 ω 的振动. 这种振动又产生具有同样频率的交流场(由于场方程的直线性), 结果散射光与入射光具有同样的频率.

§ 3 原子性

在微观世界中, 我们遇到一系列简单的所谓的基本粒子. 这些粒子是质子、中子、电子、正电子. 同样光子与中微子也是基本粒子^③. 近几年来又发现了介

① 关于这实验的详细情形, 请参阅前面所提出的搭搭科夫斯基(П. С. Тартаковский)的书.

② 参考搭搭科夫斯基的书.

③ 在原子核 β 蜕变时以及(可能)介子蜕变时放出的无静止质量的中性粒子.