



珠算

梁特猷



前言

珠算知识正在更新，从世界范围来看，趋向是在与数学和电脑沟通。使它做为技术更能适应工作需要；作为学术研究能为电脑作助手。从我国情况来看，也得向这个方向考虑。

本书意在为中专以上教学提供资料，选材力求面广，俾利开阔教学视野。方今教育研究都趋向于以培养学生治学能力、工作能力为重点。珠算教学也应不例外。因此满足于一方一法的知识技能，难符这一趋向，应该引导读者开拓知识领域。本书也有手册作用，减少读者另翻简牍的麻烦。在编排上按一定的算理体系，由浅入深。在基础的加减乘除算法编排上，还将加和减、乘和除对应地摆开。举例题不仅谈算法且谈定位。部份读者对这种编排不以为然，认为乘就讲乘，除就讲除才对。这自有其道理。不过事实是：自加法破五起，加中就有减，减中也有加，加减同处。乘和除也客观存在着互为逆运算的事实。即使是传统教学，也是要求以除还原乘，以乘验算除的。因此，本书仍保持这种编排，并希教学时留意对待为幸。

本书在例题演示上没有采用画算盘图的办法，而是用表格行列式。这也带有一定的创新。经过将近三十年的实践，证明比画算盘更能令读者获得条理清晰的关于拨算全过程的了解，有助于抽象思维。并且因此较画算盘图要省半数以上的篇幅。本书虽薄而能容纳同类书几乎一倍的内容正是得利于此。

本书对一些名词、术语也有些反“常规”。从整体上

看，将拨算改称操作，算法改称运算程序或程序等等，不是为标新而标新，而是借此使电子计算机的有关基础知识与珠算沟通起来。此外，将上、去改称加、减，倒减法称借减法等等，看来小事的更动，不作人云亦云，也还是经过一番推敲的。

现代计算技术是以电子计算机为主的。珠算的运算过程也是在完成一项运算程序，比笔算过程更富于电子计算机程序意味。算盘类比于“硬件”，也有其“机器语言”如“三加五减二”之类，和“算法语言”如“三一三余一”之类。珠算乘除算法之多，也反映着珠算极近似电子计算机运算程序的多种可能性。这是笔算远远不及的。因此，改变传统的单纯传授拨算技能的珠算教学观念，不仅是珠算本身现代化的需要，也是有助于学习电子计算机程序编制（软件开发）的需要。

珠算算理的基础是数学，寻找解题最佳运算程序更离不开数学。电子计算机之能够以简单的二进制加法运算广泛繁杂的算题，归根到底是靠人们的数学研究。象线性方程之类既是电子计算机解算的基础，用于珠算也将促进珠算功能的发挥。即使一般运算，能够充分运用我们已经掌握了分解因式等代数知识，已可明显的提高效率。反过来，对熟习数学也有好处。

尽管主观上想把这本书写好一点，但限于个人水平，有待推敲的地方数不胜数。看来珠算小技，认真发掘，蕴育实多。作此浅尝，企幸评论指谬。

梁 特 猷

于湖南财经学院

一九八五年四月

目 录

前 言

珠 算 概 说

(一) 珠算简史	(1)
(一、筹算与口诀	(1)
(二、古代的“珠算”	(2)
(三、算盘和珠算的产生	(2)
(四、珠算在今天	(3)
(二) 为面向现代化、面向世界、面向未来学珠算	(4)
(三) 认识算盘	(6)
(一、算盘结构	(6)
(二、突出的特点	(7)
(三、选择算盘	(10)
(四) 练习的重点和要求	(11)
(一、抓住加减	(11)
(二、勤练脑力	(12)
三、掌握全面	(12)

加、减 的 操 作

(一) 加减操作注意事项	(13)
(一、运用固定程序(口诀)	(13)
(二、注意指法	(13)

三、防止差错·····	(14)
四、严格复算·····	(14)
(二) 加减固定程序与指法练习·····	(15)
一、直接的加、减·····	(15)
二、加五减凑与加凑减五·····	(16)
三、减补进一与退一加补·····	(17)
四、综合加与综合减·····	(19)
(三) 加减操作的熟练·····	(20)
一、练多档位大运动量拨算·····	(20)
二、熟练看数拨算·····	(21)
三、清盘·····	(24)
(四) 加减运算的特殊处理·····	(25)
一、垫底珠避免连续进位·····	(25)
二、先借避免重复拨算·····	(26)
三、不够减的处理——借减·····	(27)
四、相近数的连加——基数调节·····	(30)
(五) 现代加减速算·····	(31)
一、之字式读拨·····	(31)
二、双手拨珠·····	(31)
三、一目多行弃九算法·····	(31)

积 与 商 的 定 位 法

通用定位法·····	(34)
(一) 为什么要学通用定位法·····	(34)
(二) 整数位数的计算·····	(34)
一、正位数·····	(35)

(二)、负位数	(35)
(三)、0 位数	(35)
(三) 积的通用定位法	(36)
(四) 商的通用定位法	(40)
其他定位法	(42)
(一) 盘上定位法	(43)
一、固定小数点	(43)
二、首档基准法	(44)
(二) 推算定位法	(46)
一、乘积的定位	(46)
二、商的定位	(47)
(三) 连乘、除的定位法	(47)
一、隔位算法的连乘定位	(48)
二、隔位算法的连除定位	(48)
三、隔位算法的连乘、除定位	(49)
四、不隔位的连续乘除定位	(51)

累加减乘除法体系

(“五字法”即属本体系)

(一) 单纯累加减操作程序	(54)
一、单纯累加乘的程序	(55)
二、单纯累减除的程序	(58)
(二) 变通累加减操作程序	(60)
一、变通累加乘的程序	(60)
二、变通累减除的程序	(64)
(三) 记倍累加减操作程序	(70)

(一、记倍累加乘的程序·····)	(70)
(二、记倍累减除的程序·····)	(76)
(四) 流 法·····	(79)
(一、倍数流法 附：九位数表助算法·····)	(79)
(二、倒数流法·····)	(82)
逐位算积乘法体系	
通常逐位算积乘除程序·····	(84)
(一) 空盘乘与置数乘·····	(84)
一、空盘前乘的程序·····	(84)
二、置数隔位后乘的程序·····	(87)
三、置数不隔位后乘的程序·····	(90)
四、置数不隔位前乘的程序·····	(93)
(二) 商除与归除(附：飞归)·····	(94)
一、一位商除的程序·····	(94)
二、多位商除的程序·····	(96)
三、归(小九归)的程序·····	(101)
四、归除——(大九归)的程序·····	(104)
五、改商除法·····	(110)
六、飞归·····	(110)
特定条件的逐位算积乘除(简捷算法)·····	(112)
(一) 定身乘与定身除·····	(113)
一、定身乘·····	(113)
二、定身除·····	(114)
(二) 凑亘乘与凑亘除·····	(116)
凑亘乘·····	(117)

凑互除.....	(117)
滚乘法.....	(119)

运用补数的乘除法体系

（“无诀珠算”即属此体系）	
（一）累加补数求商的程序.....	(121)
一、单纯加补除的程序.....	(122)
二、变通加补除的程序.....	(131)
三、一次得多商——连商法.....	(136)
（二）累减补数求积的程序.....	(139)
（三）逐位算积乘补数求商的程序.....	(141)
（四）运用加与乘补数综合运算程序.....	(143)

运用倒数的乘除法体系

（“史丰收快速法”即属此体系）

（一）一般运用倒数的乘除程序.....	(145)
（二）倒数判断快速乘除.....	(147)
一、倒数判断的道理.....	(147)
二、提前进位规律.....	(148)
三、看数读积的办法.....	(149)
四、看数读积多位乘的程序.....	(152)
五、看数读积多位除的程序.....	(153)
（三）、反除法加除数的求商法.....	(154)

灵活运用数学知识

（一）、因数和除数的截取.....	(162)
-------------------	-------

(一) 因数的截取 (省乘法)	(162)
(二) 除数的截取 (省除法)	(163)
(二) 改变因 (除) 数简化运算	(163)
一、简算工资的实例	(164)
二、加倍法	(165)
(三) 倒数还原法	(166)
(三) 二项式的活用	(166)
(一) 首位相同个位互补	(166)
(二) 首位是 1 的两数相乘	(167)
(三) 过剩亘数和不足亘数相乘	(167)
(四) 不足亘数与不足亘数相乘	(168)
(五) 基数余缺相乘	(168)

珠算四则小结

(承前“珠算四则”)

开方与求平方

(一) 开平方	(171)
一、增乘开平方的程序	(171)
二、递减奇 (音jì) 数开平方的程序	(174)
(二) 求平方法	(178)
附录之一: 数字的书写	(180)
附录之二: 弃“13”验算法	(182)
附录之三: 加减计算中一般差错的检查	(183)
附录之四: 通用定位法的证明	(187)
附录之五: 国际单位制简介	(190)
附录之六: 在算盘上作分数与线性方程组的运算	(193)

珠算概说

(一) 珠算简史

为了更好地了解珠算的现实作用，不妨先了解一些珠算的历史。

算盘是由我国古代筹算发展来的。也就先从筹算谈起。

一、筹算与口诀

我国古代是用一根根算筹做记数工具进行计算的①，这叫筹算。在春秋时期(公元前722年——前481年)人们就已经掌握了筹算的四则运算。公元前400年左右的《孙子算经》对筹算就记载得相当详备，并有开平方、开立方的详细记载。生产发展促进数学的发展；筹算不能适应要求，从而产生了珠算。

筹算主要是算筹记数与脑算的结合。起初用手摆弄算筹与用脑默算基本上是适应的，筹算内在矛盾不突出。随着长期的反复实践，人们逐渐从默算中总结出了口诀。其中我们常用的乘法口诀，在春秋时代就已广泛流行。除法的“九归”口诀虽比

①算筹表示数，有纵横两种方式：

纵式： 一 二 三 四 五 六 七 八 九

横式： 一 二 三 四 五 六 七 八 九

相当于：1 2 3 4 5 6 7 8 9

乘法九九口诀要迟得多，但在公元1274年杨辉著的《乘除通变算宝》中，也已记载有“九归”口诀。乘、除法采用口诀，使默算的速度大大提高，算筹记数就很不适应了。筹算的内在矛盾突出起来。

二、古代的“珠算”

摆筹慢，默算快的矛盾使得人们去想办法解决。这些办法中值得特别指出的是古代的“珠算”。

在北周（公元557—581年）甄鸾为《数术记遗》作的注里，记载有关于古代“珠算”的资料。书中指出，这种“珠算”是“刻板为三分，其上下两分以停游珠，中间一分以定算位，位各五珠，上一珠与下四珠色别，其上别色之珠当五，其下四珠，珠各当一。”

不过，因原书没有附图，也没有发现实物，所以至今国内外珠算史家对这种“珠算”究是什么样子，议论莫衷一是。只是有一点可以肯定，这种“珠算”比筹算是进了一大步。它的出现为后来的算盘的产生打下了基础。

三、算盘和珠算的产生

古代“珠算”虽比筹算有了进步，但默算快而记数慢的矛盾并没有得到解决。事物内部的这种矛盾性决定着它必须有所改变，社会的需要又给予有力的促进。在古代“珠算”已经用了十进数位；已经有了当一的珠和当五的珠；已经有了把珠靠边表示0而放到盘子中间表示其它数的概念等的基础上，人们通过不断实践和改进，终于改造了原来那种算盘，创造了流传到现在的算盘。

在计算方法方面，珠算继承了筹算的乘、除法口诀。在实践中人们又总结出珠算的加、减法口诀。这样，就完成了我国历史上计算方式、方法的一项重大改革，为促进生产、贸易及文化的发展作出了贡献。

在流传到现在的古书中，一般认为最早对珠算作系统介绍，画有算盘的图样，并记载了加、减法口诀的，是公元1573年徐心鲁校订的《盘珠算法》与1578年柯尚迁的《数学通轨》。不过，早在1450年吴敬的《九章算法比类大全》里就记载有加、减算法口诀，如“起一四作五”之类；这在筹算里是用不上的，应是珠算的口诀。与此同时为儿童识字的读本（《魁本对相四言杂字》约为1370年）即画有和现代算盘一样的算盘图象。比《盘珠算法》更早。

一般认为算盘的正式定型约在公元十三世纪。近年人们在北宋末年（1100—1124）张择端绘的“清明上河图”卷之末一座药铺的柜台上，发现画有一很象算盘的物件，很多人认为这就是画家描绘的算盘，如果然，则现在这种型式的算盘早在十一世纪就已定型，距今已有八百多年。总之是源远流长值得珍视。

算盘在中国出现后，不胫而走，十六世纪中叶传到日本①，受到日本朝野的欢迎，直到今天日本仍把珠算列为重要的计算手段和数学教育教具。

四、珠算在今天

1980年在日本群马举行了有中国、日本、美国、巴西、英国、芬兰等国参加的珠算国际会议。会议期间，日本、美国、巴西等国还举办了珠算比赛。①据日本国土馆大学教授铃木久男著《日本珠算史》（1968年英文版）中，

等参加的“世界珠算教育者会议”，共同发表了要把珠算推广到全世界去的宣言。同年，中国珠算协会和日本全国珠算教育连盟签署了协议，双方携手促进珠算事业的发展。这之前美国教育界曾把珠算作为新文化而引入美国。

在珠算技术方面，目前日本已居世界领先地位。在珠算教育方面，我国的小学三算结合（笔算、珠算、口算）的教学实验曾获得相当的国际声誉。目前我国在三算教学中如何使现代数学渗入珠算，更好地发挥珠算的教育功能，已经有很多人在研究并取得一定实效。近年来，通过各省直至全国的珠算技术比赛，更激发了人们用珠算，练珠算的热情，对提高我国珠算技术水平起了促进作用。围绕着提高珠算技能，在算法研究方面呈现百花争艳。近几年，研究珠算与数学及电脑的联系，已获得初步成果。熟练珠算不仅直接掌握一门实用技术，而且有利于软件的开发和更大地发挥两种计算手段的作用。实践证明，珠算不仅能够古为今用，而且能够为“四化”建设作出贡献，能够为促进国际友谊作出贡献。

①本(二)为面向现代化面向世界面向未来学珠算

人们轻视珠算，不外乎认为它古老和简单，似与现代化矛盾。这种认识实际是很片面的。古老并不能和陈腐画等号，简单也不等于陋劣。要说古老，中国的十进位法是殷墟甲骨上就已见于记载的，可是直到1837年法国却改变他们沿用的非十进制为十进制，而且向世界推广。对这事争论不休的英国，在1971年也把十二进制的币制改为十进制。是不是这些国家倒退了呢！至于说简单，仍用记数符号做例，中国记数是十进位值

制，只用 1 二 三 × X 上 下 三 文 ○ 十个符号就能记录所有任何十进位的数值。罗马非位值制记数，记 II 三 X (2 3 5) 要写成 CCXXXV, 3888 更要写成 MMMDCCCLXXXVIII。可见古老也好、简单也好都不能成为轻视珠算的理由。现代化并不盲目地排斥古老和简单。无宁说简化是一切科学技术所追求的目标之一。

珠算是世界公认的效率最高而又不需能源不要维修的加减计算器。现代的社会计算要求更富多样性。追踪火箭卫星需要以每秒成亿次计算的手段，但是基层财经单位却仍然需要高效的加减计算。在什么山里唱什么歌这是常识。

至于珠算面向世界，这是包括美国、日本等都参加的国际珠算教育工作者1980年大会宣言揭出的目标。做为珠算发明国的中国更应该理直气壮地向世界推广珠算。

电子计算机无疑是未来的计算以至自动化的重要手段，但它也不可能取代一切。未来仍然需要讲求经济实效，讲求具体分析用其所当用。正象再如何现代化，也不会废弃两条腿走路。何况珠算除了计算功能，还有着教育功能、文娱功能等等，而且都有极大的发掘潜力。

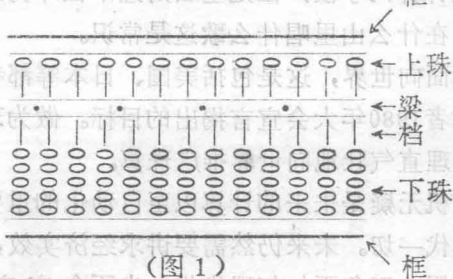
中国的四化建设要经过一个由初级到高级的过程，一切都高标准是根本不符合客观辩证规律的。我们应该针对我国的实际，实事求是地选用建设手段，具体到基层计算工作，珠算之存在和发展是必要的。要为三个面向认真掌握珠算。

(三) 认识算盘

一、算盘结构

算盘在我国可以说是谁都见过。但也正因为见多了反而觉得无所谓。所以还得好好的再认识。

中国算盘由框架、梁、档和算珠组成，如图：



梁，又是中国算盘结构的突出特点。

以梁为准，梁上的珠名叫“上珠”或“五珠”或直叫做“五”；一颗当“5”。梁下的珠名叫“下珠”或“一珠”或直叫做“一”，一颗当“1”。这样，中国算盘构成五进制、十进制复合的算具。因此，比用外国十珠无梁的算盘，节省近一半的拨算时间和精力。算盘的形体也相应缩小。

档，指串珠的杆。每档为一个数位。算盘可根据需要装置若干档。一般的电子计算器只有8位数字的显示屏。电子计算机一般能显示的数位也不很多。算盘显示的数位，一般则能达到13—27位。

随意取一档作个位，则从这档起，自右至左分别是十位、百位、千位……；自左至右分别是十分位、百分位……。这与笔算的数位表示法完全一样。确定了个位档，其余的各个数位自然也就确定了。电子计算机在输入（揷数字键）时，受固定键盘的限制，字键不能依算题数据顺序，必须将就字键去找键按数。所以计算加减时效率远不如珠算。

算盘一般每档串一颗上珠和四颗下珠就够用了。但为了拨算方便，串五颗下珠（最下的又称底珠）有好处①。这点也是算盘结构上的优点和特点，从而也象电子计算机那样有不同的机型，而有不同的“机器语言”和“算法语言”。象旧式算盘串两颗上珠（最上的又称顶珠）就是适应归除算法的需要。反过来归除算法语言，在只有一颗上珠的算盘上就不能用。

算盘梁上自盘左第一档与第二档之间起，每隔三档做有圆点记号，称分节标志，是为了方便定数位用的。不要另标记个、十、百……。这种标志也是算盘算加减效率高的一大优势。

二、突出的特点

算盘拨数还有一些突出的特点，从而使得看似简单的算盘，内涵非常丰富②。

1. 二元示数。

在盘上拨珠向梁表示数（梁珠数），同时靠框尚有未动的珠也在表示数（框珠数），两者是同时存在的。可以根据需要

①在运算中常会遇到要一档记“10”的情况，特别是在加减连续进、借位时能利用底珠暂记为方便。

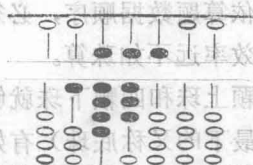
②参考郭启庶著《珠算与数学·电脑》第一章。

认读梁珠数或框珠数。这种“二元示数”的方式是其他计算（如：口算、笔算、尺算、表算、机算等）都没有的。

2. 梁框珠数互补。

两数之和等于 10^n （ n 为整数）时，称这两个数互补。

例如：



(图 2)

其梁珠数与框珠数之和，即： $1,985 + 8,014.9 \dots = 10^4$ 。框珠数尾是循环节为9的无限循环小数，其极限是1，从而可以把框珠数的末位多看一个，即：8,015，以后的则看作空档。

框珠数与梁珠数互补（六、七珠的算盘，其顶、底珠可以看作是上一下四珠的附加成分），这给算盘示数和计算带来一系列方便。如：算得商品总价是19.85元，顾客给付二张拾元券，则看框珠知找付一角五分（见上图）。

3. 负数表示法。

负数-27，可写为 $-100 + 73 = 173$ 。这里“1”叫负首位数，“73”叫正尾数。任何负数都可以写成这种首位为负一，尾数为正数的形式。正尾数与原负数的绝对值互补。例如： $-374 = 1626$ ， $-2.43 = 17.57$ 等等。

由于上述梁框珠互补的特点，所以在做这种负数表示法时，用框珠表示负数的绝对值，用其前位上的悬珠（或其他标志）表示负号，这时，悬珠也可看作是负首位数，梁珠数就自动显示正尾数。例如下图3表示的 $-674 = 1326$ 。这就使得拨算时够减与不够减（得正与得负）的计算方法完全一致，而没